

4. 设 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 不存在, $\lim_{x \rightarrow a} h(x)$ 不存在, 则下列四个命题中 **正确** 的是

(**D**)

A. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)g(x)]$ 不存在

B. $\lim_{x \rightarrow a} [g(x)+h(x)]$ 不存在

C. $\lim_{x \rightarrow a} [g(x)h(x)]$ 不存在

D. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)+g(x)]$ 不存在

1. 下列等式成立的是 (**D**)

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$

2. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \right)^{\frac{1}{\sin kx}} = e$, 则 $k =$ (**A**)

A. $k = -2$

B. $k = -1$

C. $k = 1$

D. $k = 2$

3. 下列各式正确的是 (**C**)

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x^2 - 1)}{x - 1} = 2$; (2) $\lim_{x \rightarrow 0} x \arctan \frac{1}{x} = 1$; (3) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$; (4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x = e$

A. (2) (3)

B. (1) (4)

C. (1) (3)

D. (1) (2) (3)

4. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 若无穷小量 $ax^2 + bx$ 与 $\sin x$ 等价, 则 a, b 的值一定为 (**C**)

A. $a = 0, b = 1$

B. $a = 0, b$ 为任意数

C. $b = 1, a$ 为任意数

D. a, b 为任意数

5. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $x \sin x$ 是 $\ln(1+x)$ 的 (**A**)

A. 高阶无穷小

B. 低阶无穷小

C. 同阶非等价无穷小

D. 等价无穷小

6. 下列极限存在的是 (**D**)

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{e^x}$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{x}$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$

7. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $(1+ax^2)^{\frac{1}{3}} - 1$ 与 $\cos x - 1$ 是等价无穷小, 则 $a =$ **-3/2**.

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x} + x \sin \frac{1}{x} \right) =$ **2**.

9. 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 5}{x - 1} + ax + b \right) = 3$, 则 $a =$ **-2**, $b =$ **1**.

4. 设 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^x + 1}$, 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 (**B**)

A. 可去间断点

B. 跳跃间断点

C. 第二类间断点

D. 连续点

1. 设 $f(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}$, 则 $x=1$ 为 $f(x)$ 的 (D)

- A. 连续点 B. 无穷间断点 C. 跳跃间断点 D. 可去间断点

2. 若 $f(x) = \begin{cases} (1-2x)^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ \frac{\sin 2x}{\tan kx}, & x \geq 0 \end{cases}$ 处处连续, 则 $k =$ _____.

3. 设 $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x + 3}$, 则 $f(x)$ 的第一类间断点是 **X=-3**.

7. 下列各题中均假定 $f'(x_0)$ 存在, 按照导数定义, 求下列极限:

(1) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \underline{-f'(x_0)}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} =$ _____ (其中 $f(0) = 0$, 且 $f'(0)$ 存在)

(3) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h} =$ _____

1. 若曲线 $y = x^2 + ax + b$ 与 $y = x^3 + x$ 在点 $(1, 2)$ 处相切, 则 a, b 的值为 (B)

- A. $a = 0, b = -2$ B. $a = 2, b = -1$ C. $a = 1, b = -3$ D. $a = -3, b = 1$

2. 下面说法正确的是 (D)

- A. 函数在某点连续一定在该点可导 B. 函数在某点不可导一定在该点不连续
C. 函数在某点不可导一定在该点连续 D. 函数在某点可导一定在该点连续

3. 设函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 点处极限存在, 则在 $x = x_0$ 点, 函数 $y = f(x)$ (D)

- A. 一定连续 B. 一定可导 C. 一定可微分 D. 可能有间断点

4. 设方程组 $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ te^y + y + 1 = 0 \end{cases}$ 确定了 y 是关于 x 的函数, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0} = \underline{-1/2e}$

5. 设参数方程 $\begin{cases} x = t^2 + 2t \\ y = \ln(1+t) \end{cases}$, 则曲线 $y = y(x)$ 在 $x = 3$ 处切线的斜率为 **1/8**.

6. 设 $f(t) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[t \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{2tx} \right]$, 则 $f'(t) = \underline{e^{2t} + 2t \cdot e^{2t}}$.

7. 若 $f(x) = \begin{cases} b(1 + \sin x) + a + 2, & x > 0 \\ e^{ax} - 1, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处可导, 则 $a = \underline{-1}$ $b = \underline{-1}$.

8. 已知 $f'(3) = 2$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{2h} = \underline{-1}$.

1. 已知 $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ，则 $y'' = \underline{-x^*(1+x^2)^{-3/2}}$ 。

2. $f(x) = \ln(2-3x)$ 的 10 阶导数是 (C)

- A. $\frac{-3^{10} \cdot 10!}{(2-3x)^{11}}$ B. $\frac{3^{10} \cdot 10!}{(2-3x)^{11}}$ C. $\frac{-3^{10} \cdot 9!}{(2-3x)^{10}}$ D. $\frac{3^{10} \cdot 9!}{(2-3x)^{10}}$

1. 若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上有定义，在开区间 (a,b) 内可导，则 (A)

- A. $\forall \xi \in (a,b)$ ，有 $\lim_{x \rightarrow \xi} [f(x) - f(\xi)] = 0$
B. 当 $f(a)f(b) < 0$ 时， $\exists \xi \in (a,b)$ ，使 $f(\xi) = 0$
C. 当 $f(a) = f(b)$ 时， $\exists \xi \in (a,b)$ ，使 $f'(\xi) = 0$
D. $\exists \xi \in (a,b)$ ，使 $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b-a)$

2. 函数 $y = \ln(1+x)$ 在区间 $[0,1]$ 上满足拉格朗日中值定理的 ξ 为 (C)

- A. $\ln 2$ B. $\frac{1}{\ln 2}$ C. $\frac{1}{\ln 2} - 1$ D. $\frac{1}{2}$

3. 使函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - x^4}$ 满足罗尔定理条件的区间 (A)

- A. $[0,1]$ B. $[-1,1]$ C. $[-2,1]$ D. $[0,2]$

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 按 $(x+1)$ 的幂展开的带有佩亚诺型余项的 n 阶泰勒展开式为

$a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \cdots + a_n(x+1)^n + o[(x+1)^n]$ ，则 a_2 等于 ()

- A. -2 B. -1 C. 2 D. 1

10. 设在 $[0,1]$ 上 $f''(x) > 0$ ，则 $f'(0), f'(1), f(1) - f(0)$ 或 $f(0) - f(1)$ 几个数的大小顺序为 (B)

- A. $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$ B. $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$
C. $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$ D. $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$

1. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内连续，且 $f(0) = 0$ ， $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = -1$ ，则在点 $x=0$ 处

$f(x)$ (C)

- A. 不可导 B. 可导且 $f'(0) \neq 0$ C. 取得极大值 D. 取得极小值

2. 设 $f(x)$ 的导数在 $x=a$ 处连续, 又 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{x-a} = -1$, 则 (B)

A. $x=a$ 是 $f(x)$ 的极小值点

B. $x=a$ 是 $f(x)$ 的极大值点

C. $x=a$ 不是 $f(x)$ 的极值点

D. $(a, f(a))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

3. 设函数 $f(x)$ 有二阶连续导数, 且 $f'(0)=0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{|x|} = 1$, 则 (C)

A. $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值

B. $(0, f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

C. $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值

D. 以上都不对

4. 曲线 $y = \frac{x^2}{3x+1}$ 的斜渐近线方程为 $Y=(1/3)X-1/9$.

5. 若曲线 $y = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 有拐点 $(-1, 0)$, 则 $a = \underline{3}$, $b = \underline{3}$.

3. 在下列等式中, 正确的结果是 (C)

A. $\int f'(x) dx = f(x)$

B. $\int df(x) = f(x)$

C. $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$

D. $d \int f(x) = f(x)$

1. 下列各式中正确的是 (D)

A. $\int df(x) = f(x)$

B. $\int f'(x) dx = f(x)$

C. $d \left[\int f(x) dx \right] = f(x)$

D. $\frac{d}{dx} \left[\int f(x) dx \right] = f(x)$

2. 如果 $\int df(x) = \int dg(x)$, 则下列各式中不一定成立的是 (A)

A. $f(x) = g(x)$

B. $f'(x) = g'(x)$

C. $d[f(x)] = d[g(x)]$

D. $d \int f'(x) dx = d \int g'(x) dx$

3. 若 $f(x)$ 的导函数为 $\sin x$, 则 $f(x)$ 的一个原函数是 (B)

A. $1 + \sin x$

B. $1 - \sin x$

C. $1 + \cos x$

D. $1 - \cos x$

4. 设积分族 $y = \int f(x) dx$ 中有倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线, 则 $y = f(x)$ 的图形是 (C)

A. 平行于 y 轴的直线

B. 抛物线

C. 平行于 x 轴的直线

D. 直线 $y = x$

5. 若 $\int f(x) dx = \arccos 2x + C$, 则 $f(x) = \underline{-2/(\text{根号}1-4x^2)}$.

6 设 $\int f(x) dx = xe^x - e^x + C$, 则 $\int f'(x) dx = \underline{x^*e \text{ 的 } x^2 \text{ 方} + c}$.

7. 设 $\int f(x) dx = \sin x + C$, 则 $\int \frac{f(\arcsin x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = \underline{x+c}$.

8. 设 e^{x^2} 是函数 $f(x)$ 的一个原函数, 则不定积分 $\int f'(x) dx = \underline{2x^*e \text{ 的 } (x^2 \text{ 平方}) \text{ 次} + c}$.

1. 若 $\int \frac{f'(\ln x)}{x} dx = x + C$, 则 $f(x) =$ (A)
- A. e^x B. e^{-x} C. $-2e^{-2x}$ D. $2e^{-2x}$
2. 设 $\int \frac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = e^x + C$, 则 $f(x) =$ (e的(x方)次)/2+c.
3. 若 $\int f(x) dx = x^2 + C$, 则 $\int xf(1-x^2) dx =$ (-1/2) * ((1-x方)的平方) +c.
4. 已知函数 $f(x)$ 的一个原函数是 $\sin 2x$, 则 $\int 2xf(x) dx =$ 2xsinx+cos2x+c.
5. 已知 $F(x)$ 是 $\cos x$ 的一个原函数, $F(0) = 0$, 则 $\int xF(x) dx =$ -xcosx+sinx+c.

1. 下列等式中正确的是 (B)
- A. $\frac{d}{dx} \int_a^b f(x) dx = f(x)$ B. $\frac{d}{dx} \int_a^x f(x) dx = f(x)$
- C. $\frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx = f(x)$ D. $\int f'(x) dx = f(x)$
2. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续是 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可积的 (A) 条件
- A. 充分非必要 B. 必要非充分 C. 充分必要 D. 既非充分又非必要
3. 函数 $y = \int_0^{x^2} (t-1)e^t dt$ 有极大值点 (D)
- A. $x = 1$ B. $x = -1$ C. $x = \pm 1$ D. $x = 0$
4. 已知 $\int_1^x f(t^2) dt = x^3$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin x} =$ (C)
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

5. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\int_0^x \sin t^2 dt$ 是 $x^2 + x^3$ 的 (A)
- A. 高阶无穷小 B. 低阶无穷小 C. 等价无穷小 D. 同阶非等价无穷小
6. 若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x (e^{t^2} - 1) dt}{x^3}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$, 则 $a =$ 1/3 时, 函数 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处连续。

7. 已知 $\int \frac{f(x)}{\sqrt{9-x^2}} dx = x + C$, 则 $\int_0^3 \frac{dx}{f(x)} =$ PI/2.

1. 设 $f(x)$ 连续, 则在下列变上限积分定义的函数中, 必为偶函数的是 (B)
- A. $\int_0^x t[f(t) - f(-t)] dt$ B. $\int_0^x t[f(t) + f(-t)] dt$
- C. $\int_0^x f(t^2) dt$ D. $\int_0^x [f(t)]^2 dt$
2. 对反常积分 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$, 下列结论正确的是 (C)
- A. $p = 1$ 时该反常积分收敛 B. $p \geq 1$ 时该反常积分发散
- C. $p > 1$ 时该反常积分收敛 D. $p < 1$ 时该反常积分收敛
3. 在下列反常积分中发散的是 (B)
- A. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ B. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$ C. $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$ D. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

1. 曲线 $y = e^{-x} \sin x$ ($0 \leq x \leq 3\pi$) 与 x 轴所围成的面积可表示为 (D)

A. $-\int_0^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$ 不考

B. $\int_0^{2\pi} e^{-x} \sin x dx - \int_{2\pi}^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$

C. $\int_0^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$

D. $\int_0^{\pi} e^{-x} \sin x dx - \int_{\pi}^{2\pi} e^{-x} \sin x dx + \int_{2\pi}^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$

2. 设 $f(x), g(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(x) > g(x) > 0$, 则由 $y = f(x), y = g(x)$,

不考 $x = a, x = b$ 所围图形绕 x 轴旋转一周而成的体积可表为定积分 (b上-a下) (pi*[f(x)方-g(x)方])dx.

学号:

姓名:

1. 微分方程 $y' = 3y^{\frac{2}{3}}$ 的一个特解是

(D)

A. $y = (x + C)^2$

B. $y = x^3 + 1$

C. $y = C(1 + x)^3$

D. $y = (x + 2)^3$

2. 微分方程 $y' + y = e^{-x} \cos x$ 满足条件 $y(0) = 0$ 的解为 (e的-x次) * sinx。

3. 设函数 $f(x)$ 在定义域 I 上的导数大于零, 若对任意的 $x_0 \in I$, 曲线 $y = f(x)$ 在