概率论与数理统计A

浙江理工大学期末试题汇编

（试卷册 上）

学校：________________

专业：________________

班级：________________

姓名：________________

学号：________________

（此试卷为2022年第二版 第1次发行）

写在前面

亲爱的小伙伴们：

你们好！我是张创琦，这是我第二次写序言，现在是 2022 年上半年，我已经在读大二下学期了。我很欣慰的是，现在开学才四周，群里有很多人在找我要下册高数期中试卷了。我为什么要坚持写序言呢？因为我觉得或许试题是没有感情的，试题的快乐来源于最终对答案的正确与否，而在学习路上身边人的鼓励或许才是动力之源，你会发现，原来身边有这么多志同道合的小伙伴和我在走一样的道路。

学习之路注定是孤独的，或许你每天晚上在学校学习结束到宿舍后看到的是舍友在打游戏，而你还在苦逼地敲代码或写作业；或许你身边的小伙伴一周内有好几天都可以睡大觉，而你天天早八；或许你每天坐到空教室或者实验室里，面对实验室、教学楼、餐厅、宿舍四点一线的生活早已怀疑自己当初的选择是否正确，但是亲爱的朋友，“Stormy rainbow, sonorous rose. ”风雨彩虹，铿锵玫瑰。没有谁能随随便便成功。或许你不聪明，别人一天学习的内容要比你多很多，别人的反应速度比你要快很多，别人的做事效率要比你高很多，但是上天给予你最美好的东西就是你自己，这谁都无法替代。每次难受，我都会告诉自己，“张创琦，你现在一无所有，你拥有的就是你的专业知识和你手中的电脑。而你，要在这所城市拼出一条自己的道路，你不像他们一样拥有殷实的家底和丰富的童年，生命给予最美好的东西叫生活，还有一样东西叫未来。”

这个故事看起来或许是洗脑的，但我并不这样觉得，一个斗士的一生是充满能量和挑战的。谁都有怀疑自我的时候，谁也都有想从众的时候，谁都知道不学习享受生活是轻松的，但他们更知道，这个社会给予爱学习的人更多的机会——选择的机会，而这个前提是你要有充足的知识储备。B 站发布的《后浪三部曲》中的《后浪》和《入海》给我的感触很深。《后浪》的各种美好生活我确实没有享受过，我从小接受的教育就是“知识改变命运”，但这有错吗？每个人的出身不尽相同，刘媛媛曾说过，“命运给你一个低的起点，是想让你用你的一生，去奋斗出一个绝地反击的故事。”

身处计算机专业，他们给我的感觉不是聪明的人多，而是奋斗的人多。有多少人算法题目不知道刷了多少遍，有多少人为了开发项目不知道奋斗了多少，有多少人看了数不清的技术书籍，又有多少人为了一个小 bug 不知道翻阅了多少的文章。当然，其它专业的同学们又谈何容易，生化环材的同学们为了一个数据测量不知道要准备多少材料，实验结果错误不知道要排除多少因素……

未来生活美好吗？我有想过好多次未来。他们给程序员的定义是“秃头”、“加班”、“呆”，但，现实的生活只有自己经历才知道。B 站采访了几位即将毕业的毕业的大学生，他们的问题如下：“我的专业真的有前途吗？”“努力真的有收获吗？”“现在选的这条路走错了吗？”“没有老师再教我了，该怎样自学自立？”“大城市能留得住我的梦想吗？”“他们说毕业后就会分手，我们可以逃过这个定律吗？”“我还能保留住自己的初心吗？”“学历真的决定一切吗？”“怎样才算不虚度光阴？”“喜欢打游戏，就是玩物丧志吗？”“毕业之后，我还可以像学校这么快乐吗？”“我可以成为想要成为的那个人吗？”

“时间会回答成长，成长会回答梦想。梦想会回答生活，生活回答你我的模样。”我亲爱的朋友，时间无语，但回答了所有的梦想。

最终，感谢小伙伴们与我一起经历了这本资料的第二个版本的发行，共勉！

张创琦
2022 年 3 月 23 日

目录

2022 年所有试卷版本见尾页。如需资料获取请添加下方的 QQ 群获取。

更多信息

试卷整理人：张创琦　　　　　　　　微信公众号：创琦杂谈
试卷版次：2022 年 5 月 12 日 第二版 第 1 次发行
本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）
创琦杂谈学习交流群（QQ 群）群号：749060380
cq 数学物理学习群（QQ 群）群号：967276102
cq 计算机编程学习群（QQ 群）群号：653231806

创琦杂谈公众号优秀文章：

曾发布了《四级备考前要注意什么？创琦请回答！（一）》、《走！一起去春季校园招聘会看看，感受人间真实》、《送给即将期末考试的你》、《那些你不曾在选课中注意到的事情》、《身为大学生，你的劳动价值是多少？》（荐读）、《如何找到自己的培养计划》以及信息学院本科阶段五个专业的分流经验分享（来自 20 多位学长学姐的亲身经历与分享，文章过多，就不贴链接啦），公众号也可以帮忙大家发布相关社会实践的问卷。

我最近在写关于 github 使用技巧的文章，并且在开发网站，争取给大家提供更优质的学习讨论平台。

QQ 群：

“创琦杂谈学习交流群”主要为大家更新各种科目的资料，群里可以讨论问题、也可以发布社会实践的调查问卷互相帮助，目前群成员不到千人，相信您的问题会有人解答的。

“cq 数学物理学习群”更适合讨论数学物理相关的题目等，数学科目包括但不限于：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等，物理包括但不限于：普通物理、普通物理实验。

“cq 计算机编程学习群”适用于讨论编程语言相关内容，包括但不限于：C 语言、C++语言、Java 语言、matlab 语言、python 语言等，也可以讨论计算机相关课程，包括但不限于：数据结构、算法、计算机网络、操作系统、计算机组成原理等。

考试承诺：本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

最终感谢我的高数老师，我的朋友，还要感谢各位朋友们对我的大力支持。

本人尽全力为大家寻找、整理考试资料，但因时间仓促以及本人水平有限，本练习册中必有许多不足之处，还望各位不吝赐教。

浙理羊同学 YOUNG

1　2021—2022 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一、填空题（共 24 分，每题 4 分）

1. 设 P(A)=0.3，P(B)=0.4，P(A|B)=0.5，则 P(B|AUB)= ________.

2. 已知连续型随机变量的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x\le 1 \\ 2-x, & 1<x\le 2 \\ 0, & 其他 \end{cases}$ 则 $P\{X\le 1.5\}=$________.

3. 已知离散型随机变量的概率分布为 $P(X=1)=0.2$，$P(X=2)=0.3$，$P(X=3)=0.5$，则 $P(0.5\le X\le 2)=$________.

4. 设随机变量 X 与 Y 的相关系数为 0.9，若 $Z=X-0.4$，则 $\rho_{YZ}=$________

5. 对随机变量 X，$E(X)=2$，$D(X)=9$，由切比雪夫不等式，有 $P\{-2<X<6\}\ge$________.

6. 设 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 均为未知参数 θ 的无偏估计量，则当________时 $\hat{\theta}_1$ 比 $\hat{\theta}_2$ 有效.

二、单项选择题（共 20 分，每题 4 分）

1. 设 $B\subset A$，则下面正确的等式是________。

（A）$P(\overline{AB})=1-P(A)$；　（B）$P(\overline{B}-\overline{A})=P(\overline{B})-P(\overline{A})$；

（C）$P(B\mid A)=P(B)$；　（D）$P(A\mid \overline{B})=P(A)$

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} Ax^2 & 0<x<1 \\ 0 & 其它 \end{cases}$，则常数 A 取值为（　　）。

（A）3　（B）2　（C）1　（D）-1

3. 设随机变量 (X,Y) 的方差 $D(X)=4$, $D(Y)=1$, 相关系数 $\rho_{XY}=0.6$, 则方差 $D(3X-2Y)=$________.

（A）40　（B）34　（C）25.6　（D）17.6

4. 设 $\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 已知，σ^2 未知，X_1,X_2,X_3 为其样本，下列各项**不是**统计量的是（　　）

（A）$\frac{1}{\sigma^2}(X_1^2+X_2^2+X_3^2)$　（B）$X_1+3\mu$

（C）$\max(X_1,X_2,X_3)$　（D）$\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$

5. 设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$为总体$N(1,2^2)$的一个样本，$\overline{X}$为样本均值，则下列结论中正确的是________.

（A）$\dfrac{\overline{X}-1}{2/\sqrt{n}}\sim t(n)$　　（B）$\dfrac{1}{4}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-1)^2\sim F(n,1)$

（C）$\dfrac{\overline{X}-1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$　　（D）$\dfrac{1}{4}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-1)^2\sim \chi^2(n)$

三、解答题（共 56 分）

1. 甲、乙、丙 3 位同学同时独立参加《概率论与数理统计》考试，不及格的概率分别为$0.4, 0.3, 0.5$，（1）求恰有两位同学不及格的概率；（2）如果已经知道这 3 位同学中有 2 位不及格，求其中一位是同学乙的概率.（8 分）

2. 设(X,Y)的可能取值为$(0,0),(-1,2),(-1,1),(2,0),(2,1)$，相应的概率为$\frac{1}{6},\frac{1}{3},\frac{1}{12},\frac{1}{4},\frac{1}{6}$.（1)列表表示其联合分布律；(2)求关于$X$、$Y$的边缘分布律；（3）求协方差$Cov(X,Y)$.（12 分）

3. 设(X,Y)的联合密度为$f(x,y)=Ay(1-x), 0\le x\le 1, 0\le y\le x$，

（1）求常数A；（2）求关于X及Y的边缘密度；（3）X与Y是否相互独立？（12分）

4.某厂生产某产品1000件，其价格为$P=2000$元/件，其使用寿命X（单位：天）的分布密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{20000}e^{-\frac{1}{20000}(x-365)} & x\ge 365\\ 0 & x<365\end{cases}$，现由某保险公司为其质量进行保险：厂方向保险公司交保费P_0元/件，若每件产品若寿命小于1095天（3年），则由保险公司按原价赔偿2000元/件. 试由中心极限定理计算

(1) 若保费$P_0=100$元/件，保险公司亏本的概率；

(2) 试确定保费P_0，使保险公司亏本的概率不超过1%.（9 分）

(参考数据：$e^{-0.0365}\approx 0.96$，$\Phi(1.45)=0.926$，$\Phi(1.61)=0.946$，$\Phi(2.33)=0.99$，Φ是标准正太分布函数)

5. 设总体 $N(72,100)$ 有容量为 n 的样本，为使样本均值大于 70 的概率不小于 90%，则 n 至少应取多大？（7 分）（参考数据：$\Phi(1.28)=0.9$）

6. 设总体 X 的分布律为

X	1	2	3
p_k	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 θ 为未知参数，$0<\theta<1$，已知取得总体的一组样本观测值为 1,2,1,3,2,1，求参数 θ 的矩估计值和最大似然估计值.（8 分）

2　2020—2021 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一 单项选择题（共 18 分，每题 3 分）

1．设事件 A,B 满足 $P(A)>0$，$P(B)>0$，下面条件（　　）成立时，事件 A 与 B 一定独立。

A. $P(\overline{AB})=P(\overline{A})P(\overline{B})$　　B. $P(\overline{A\cup B})=P(\overline{A})P(\overline{B})$

C. $P(A|\overline{B})=1$　　D. $P(\overline{A}|B)=1$

2.设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的概率密度函数，$f_2(x)$ 为均匀分布 $U[-1,3]$ 上的概率密度函数。若 $f(x)=\begin{cases} af_1(x), & x\le 0 \\ bf_2(x), & x>0 \end{cases}$，$(a>0,b>0)$ 为概率密度函数，则 a,b 应满足（　　）

A. $a+b=1$　　B. $a+b=2$

C. $2a+3b=4$　　D. $3a+2b=4$

3. 设随机变量 X 的分布律为：

X	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

令随机变量 $Y\sim U(0,X)$，则 $P(Y\le 0.5)=$（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{8}$

4．设随机变量 $X\sim B(10,\frac{1}{2})$，$Y\sim N(2,10)$，又 $E(XY)=14$，则 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=$（　　）

A．0.8　　B．0.16　　C．-0.8　　D．-0.16

5．设总体 X 服从 $[1,\theta]$ 上的均匀分布,若样本均值 $\bar{x}=2$，则 θ 的矩估计值 $\hat{\theta}$=(　　).

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

6.设 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，μ 和 σ^2 是未知参数，记 $\overline{X}$，S^2 分别表示样本均值和样本方差，则 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间 $(0<\alpha<1)$ 是（　　）

A. $(\overline{X}-u_{\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X}+u_{\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$　　　　B. $(\overline{X}-u_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X}+u_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

C. $(\overline{X}-t_{\alpha}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}, \overline{X}+t_{\alpha}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}})$ D. $(\overline{X}-t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}, \overline{X}+t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}})$

二 填空题（共 24 分，每空 3 分）

1.甲，乙，丙三人同时破译一份密码，已知三人能译出的概率分别为$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$和$\frac{1}{5}$，则密码能译出的概率为________________。

2.设随机变量$X\sim U(2,5)$，现对X进行3次独立观测，则至少有两次观测值大于3的概率为________________。

3.设随机变量X服从参数为$\lambda>0$的泊松分布，即$X\sim\pi(\lambda)$，已知$P(X=2)=2e^{-2}$，由切比雪夫不等式知，$P(-1<X<5)\geq$________________。

4. 设随机变量$X\sim N(1,2)$，$Y\sim N(3,4)$，且X与Y独立，令$Z=2X+3Y+4$，则Z服从的分布为________________。（必须写出分布的参数）

5. 设随机变量X服从参数为$\lambda=2$的指数分布，$Y=\frac{1}{X}$，则$P(\max(X,Y)\leq 2)=$_____________。

6.设随机变量X与Y独立同分布，且期望，方差均存在。记$\mathrm{U}=\mathrm{X}+\mathrm{Y}$，$\mathrm{V}=\mathrm{X}-\mathrm{Y}$，则随机变量U与V的相关系数$\rho(U,V)=$________________。

7.设$X_1,X_2,\cdots,X_9$是分布为$N(0,\sigma^2)$的正态总体容量为9的样本，则统计量

$Y=\dfrac{\sqrt{4}\sum\limits_{i=1}^{5}X_i}{\sqrt{5}\sqrt{X_6^2+X_7^2+X_8^2+X_9^2}}$的概率分布为___________；统计量$Z=\dfrac{4\sum\limits_{i=1}^{5}X_i^2}{5\sum\limits_{i=6}^{9}X_i^2}$的概率分布为___________。（必须写出分布的参数）

三 计算题。

1.某商店拥有某产品共计 12 件，其中 4 件次品，已经售出 2 件，现从剩下的 10 件产品中任取一件。（1）求取到的这件产品是正品的概率；（2）若经检验发现取到的这件产品为正品，求已经售出 2 件产品均为正品的概率。（10 分）

2.设随机变量X的概率密度函数为： $f(x)=\begin{cases} a+x, & -1 \le x < 0 \\ b-x, & 0 \le x \le 1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$

若已知$E(X)=0$。求：（1）常数a，b；（2）概率$P(|X| \le \frac{1}{3})$；（3）方差$D(X)$。（10 分）

3.设二维随机变量（X，Y）的联合分布律为：

X \ Y	-1	0	1
-1	a	0.1	0
0	0	b	0.2
1	0.2	0.1	c

且$P(XY \neq 0)=0.4$； $P(Y \le 0 | X \le 0)=2/3$。试求：(1) a，b，c 的值；(2) X，Y 的边缘分布律；(3) $X+Y$的概率分布律。（10 分）

4.设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases} 1, & 0<x<1,\ -x<y<x \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

求 X、Y 的边缘概率密度$f_X(x), f_Y(y)$,并说明 X 与 Y 是否独立，是否相关？（10 分）

5.某校有 1000 名学生，在某段时间内每个学生去阅览室自修的概率是 0.05，且每个学生去阅览室自修与否相互独立。问至少在该阅览室设多少座位，才能保证来自修的每位同学都有座位的概率不低于 0.95。（已知 $\Phi(1.65)=0.95$，$\sqrt{47.5}=6.892$）（8 分）

6. 设总体 X 的概率密度函数为：
$$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{x}{\theta^2}e^{-\frac{x}{\theta}}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为取自总体 X 的简单随机样本，样本均值 $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$。求：（1）$\theta$ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$；（2）判断 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计，说明理由；（3）求 $D(\hat{\theta})$。（10 分）

3　2020—2021 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一、填空题（每小题 4 分满分 20 分）

1. 若在 n 次独立试验中，A 至少出现一次的概率为 p ,则在一次试验中 A 出现的概率为______.

2. 设离散型随机变量 X 具有分布函数

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ a, & -1\le x<1\\ \frac{2}{3}-a, & 1\le x<2\\ a+b, & x\ge 2\end{cases}$$

且 $P(\frac{3}{2}<X<5)=\frac{1}{2}$,则 $a=$______, $b=$______.

3. 设 X 与 Y 为随机变量，$D(X)=25, D(Y)=36, \rho_{XY}=0.4$，则 $D(X+2Y)=$______.

4. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_{16}$ 是来自总体 $X\sim N(4,\sigma^2)$ 的简单随机样本，σ^2 已知，令 $\overline{X}=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}X_i$，则统计量 $\frac{4\overline{X}-16}{\sigma}$ 服从分布为____________（必须写出分布的参数）.

5. 设测量零件的长度产生的误差 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，今随机地测量 16 个零件，得样本方差 $s^2=2$．在置信度 0.95 下，μ 的置信区间为__________.（$\sum_{i=1}^{16}X_i=8$，$\sum_{i=1}^{16}X_i^2=34$.）

$$(t_{0.05}(15)=1.7531, t_{0.025}(15)=2.1315, t_{0.05}(16)=1.7459, t_{0.025}(16)=2.1199)$$

二、选择题（每小题 4 分，满分 20 分）

1．设 A 与 B 互为对立事件，且 P（A）>0，P（B）>0，则下列各式中错误的是（　　　）

（A）P（$B|A$）=0　　（B）$P(\overline{A}\mid B)=0$　　（C）P（AB）=0　　（D）P（$A\cup B$）=1

2.设 X 与 Y 相互独立，有相同的分布律

X	0	1	2
p_i	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

则下列正确的是(　　)

（A）$X=Y$　　（B）$P(X=Y)=1/3$　　（C）$P(X=Y)=1$　　（D）$P(X=Y)=1/9$

3. 设 X 的密度函数为 $f(x)$，分布函数为 $F(x)$，且 $f(x)=f(-x)$。那么对任意给定的 a 都有____________

（A）$f(-a)=1-\int_0^a f(x)dx$　　（B）$F(a)=F(-a)$

（C）$F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a f(x)dx$　　（D）$F(-a)=2F(a)-1$

4. 设 X 和 Y 为随机变量，满足 $D(X+Y)=D(X-Y)$，则必有(　　)

（A） X 与 Y 不相关　　　　　　　　（B）X 与 Y 独立

（C） $D(Y)=0$　　　　　　　　（D）$D(XY)=D(X)+D(Y)$

5.设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，$E(X)=\mu,D(X)=\sigma^2$，并且 μ，σ^2 未知，$\overline{X}$ 为样本均值，则以下结论中错误的是(　　)

（A）$\hat{\mu}_1=\overline{X}$ 是 μ 的无偏估计　　　　　　　　（B）$\hat{\mu}_2=X_1$ 是 μ 的无偏估计

（C）$\hat{\mu}_1$ 比 $\hat{\mu}_2$ 更有效　　　　　　　　（D）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\overline{X}-\mu)^2$ 是 σ^2 的最大无偏估计

三、解答题（满分 60 分）

1（共 8 分）设 10 件产品中有 4 件不合格品,现从中任取两件.求(1) 两件中至少有一件是不合格品的概率；(2) 已知两件中有一件是不合格品,另一件也是不合格品的概率.

2（共 10 分）设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} ax, & 0<x<1, \\ 2-x, & 1\le x\le 2, \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

求(1)常数 a;　　(2) F(x);　　(3) $P(1/2\le x\le 3)$

3（共 12 分）设(X, Y)的联合分布律表为

X \ Y	-1	0	1	2
-1	$\frac{4}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{6}{20}$
1	$\frac{2}{20}$	0	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

求:(1) $Z_1 = X + Y$； (2) $Z_2 = XY$； (3) $Z_3 = \max\{X, Y\}$； (4) $Z_4 = \min\{X, Y\}$ 的分布律。

4（共 8 分）设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}12x^2, & 0\le x\le 1, x\le y\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求 X、Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$, 并说明 X 与 Y 是否独立？

5 (共 12 分)设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & x>0,\ y>0, x+y<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求 E(X),E(Y)与 $E(XY)$,并说明 X 与 Y 是否相关？

6（共 10 分）设总体 X 的分布函数为：$F(x,\beta)=\begin{cases}1-\dfrac{1}{x^{\beta}}, & x>1\\ 0, & x\le 1\end{cases}$，其中 $\beta>1$, $X_1,\cdots X_n$ 是来自于 X 的简单随机样本,如果取得样本观测值为 $x_1,x_2,\cdots\cdots x_n$,求 β 的矩估计值和极大似然估计值。

4　2019—2020 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一 单项选择题（共 20 分，每题 4 分）

1 设事件 A, B 互不相容，且 $P(A) > 0$，$P(B) > 0$，则一定有（　　）

A. $P(A) = 1 - P(B)$　　B. $P(A|B) = P(A)$

C. $P(A|\overline{B}) = 1$　　D. $P(\overline{A}|B) = 1$

2 设 $p_k = \dfrac{b}{k(k+1)}$，$k = 1, 2, \cdots$ 是离散型随机变量的分布律，则 b =(　　)

A. 2　　B. 1　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 3

3 若随机变量 X 与 Y 的协方差满足 $\mathrm{cov}(X, Y) = 0$，则下列与其等价的是（　　）

A. $E(XY) = E(X)E(Y)$　　B. $D(X - Y) = D(X) - D(Y)$

C. $D(XY) = D(X)D(Y)$　　D. $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$

4 设 $\boldsymbol{X_i}$ 是总体 $N(0,1)$的样本($i = 1,2,3,4,5$), 若 $\dfrac{k(X_1 + X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}}$ 服从 $t(n)$ 分布，则下面结论正确的是(　)

A. $k = \dfrac{\sqrt{6}}{2}, n = 2$　　B. $k = \dfrac{\sqrt{6}}{2}, n = 3$　　C. $k = \dfrac{1}{3}, n = 3$　　D. $k = \sqrt{2}, n = 4$

5 设总体 X 服从 $[\theta,3]$ 上的均匀分布,若样本均值 $\bar{x} = 1$, 则 θ 的矩估计值 $\hat{\theta}$=(　　).

A．0　　B．1　　C．-1　　D．2

二 填空题（共 24 分，每题 4 分，每空 2 分）

1.盒中放有 **6** 个红球，**4** 个白球，（1）若一次取两个球，则取到两个白球的概率为________________，（2）若进行不放回取样，每次取一球，连取两次，则第二次才取到红球的概率为______________。

2.设 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} ax + b & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$，已知 $E(X) = 0.4$，则 $a =$__________，$b =$________。

3.设 $E(X)=D(X)=1$, $E(Y)=D(Y)=4$,相关系数 $\rho_{XY} = 0.4$，则 $Cov(X,Y)$=_________，$D(2X-Y)$=__________。

4 设随机变量(X,Y) 服从二维均匀分布，密度函数为：

$$f(x, y) = \begin{cases} A, & 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

则常数 $A=$ __________ ，概率 $P(Y\le X)=$____________。

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$是取自该总体 X 的样本，则 $\overline{X}\sim$ _______，$\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim$ __________。

6. 设总体 X 的期望为μ，方差为σ^2，X_1, X_2, X_3 是取自总体 X 的样本。下列三个估计量 $\hat{\mu}_1=\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$，$\hat{\mu}_2=\frac{1}{6}X_1+\frac{2}{6}X_2+\frac{1}{2}X_3$，$\hat{\mu}_3=\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{1}{4}X_3$中，是无偏估计量的为______________，是最有效估计量的为____________。

三 计算题

1 已知一批产品中 90%是合格品，检查时，一个合格品被误认为是次品的概率为 0.05，一个次品被误认为是合格品的概率为 0.02，求（1）一个产品经检查后被认为是合格品的概率；（2）一个经检查后被认为是合格品的产品的确是合格品的概率.（10 分）

2 已知随机变量 $X\sim N(0,1)$.试求：

（1）求 $Y=e^X$ 的概率密度；（2）求 $Y=2X^2+1$ 的概率密度。（10 分）

3 设二维随机变量（X，Y）的联合分布列为：

X \ Y	0	1	2
1	0.1	a	0.12
2	0.15	0.25	b

已知 P（X=1）=0.35；$F(x, y)$ 为其联合分布函数。求：(1) a，b 的值；(2) X，Y 的边缘分布律；(3) $F(2,1)$ 的值。（10 分）

4.某学校有 20000 名住校生，每人以 80%的概率去本校食堂就餐，每个学生是否去就餐相互独立，问：食堂应至少设多少个座位，才能以 99%的概率保证去就餐的同学都有座位？（已知 $\Phi(2.33)=0.9901$）（8 分）

5.设某高校女生血清总蛋白含量$X \sim N(\mu,64)$，现任取 9 名学生，测得其血清总蛋白（单位：g/L）为：70.4，69.9，72.3，76.8，83.0，75.9，81.3，72.1，73.3，求μ的置信度为 0.95 的置信区间。（$u_{0.05}=1.65$，$u_{0.025}=1.96$）（8 分）

6. 设总体X服从标准正态分布$N(0,1)$，X_1，X_2，$\cdots$，X_n $(n>2)$为来自总体X的简单随机样本，记样本均值为$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$Y_i=X_i-\overline{X}$，$(i=1,2,\cdots,n)$。

求：（1）Y_i的方差$D(Y_i)$，$(i=1,2,\cdots,n)$；

（2）Y_1与Y_n的协方差$Cov(Y_1,Y_n)$；

（3）$P(Y_1+Y_n\le 0)$。（10 分）

5　2018—2019 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

注：本次考试不可以使用计算器。本试卷可能用到以下数据：

$\Phi(0.5)=0.6915$； $\Phi(1)=0.8413$； $\Phi(2)=0.9772$； $u_{0.05}=1.645$； $u_{0.025}=1.96$；

$t_{0.05}(15)=1.7531$； $t_{0.025}(15)=2.1314$； $t_{0.05}(16)=1.7459$； $t_{0.025}(16)=2.1199$

一　填空题（每空 2 分，共 20 分）

1 袋内有 3 个白球和 2 个黑球，从中任取 3 个，取得的恰好是两白一黑的概率为___________。

2 设 A，B 为随机事件，若 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.6$，$P(A-B)=0.3$,则

$P(A\cup B)=$___________，$P(B|A)=$___________。

3 设离散型随机变量 X 的分布律为：

X	-1	1	2
$P(X=x_i)$	0.2	0.3	a

则 $a=$__________________，$E(X)=$______________________。

4 设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases} bxy^2, & 0\le x\le 2,0\le y\le 1 \\ 0, & others \end{cases}$$

则常数 $b=$________，边缘密度函数 $f_X(x)=$_________________________。

5 设 $X\sim N(3,\sigma^2)$，且 $P(3\le X\le 7)=0.35$，则 $P(X\le -1)$_________。

6 设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_{n+m}$ $(n>m)$ 独立同分布，且方差存在。记 $X=\sum_{i=1}^{n}X_i$，

$Y=\sum_{i=1}^{n}X_{m+i}$，则 X 与 Y 的相关系数 $\rho(X,Y)=$___________。

7 已知某班级的学生身高 (cm) $X\sim N(\mu,6^2)$，现抽取 9 名学生，测得平均身高

$\bar{x}=165$ (cm)，则 μ 的置信度为 0.95 的双侧置信区间是_____________________。

二　选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\}=a^nC_n^k2^{n-k},k=0,1,\cdots,n$，$n$ 为正整数，则

$a=$（　　）

（A）． 2；　　（B）． $\frac{1}{2}$；　　（C）． 3；　　（D）． $\frac{1}{3}$

2 设二维离散型随机变量 (X,Y) 的联合概率分布律为：

X \ Y	1	2	3
1	$1/6$	$1/9$	$1/18$
2	$1/3$	α	β

若 X 与 Y 相互独立，则 α 与 β 的值为（　　）

（A）. $\alpha = 2/9, \beta = 1/9$　　(B). $\alpha = 1/9, \beta = 2/9$

(C). $\alpha = 1/6, \beta = 1/6$　　(D). $\alpha = 5/18, \beta = 1/18$

3 若随机变量 X，Y 满足 $D(X+Y) = D(X-Y)$，则必有（　　）

（A）. X 与 Y 相互独立　（B）. X 与 Y 不相关　（C）. $D(X)=0$　（D）. $D(Y)=0$

4 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本，且 $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$，

$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$，则下列结论错误的是(　　　)

（A）. $\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$　　（B）. $\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

（C）. $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n)$　　（D）. $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

5 设总体 X 的概率分布律为:

X	1	2	3
$P(X=x_i)$	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 θ 为未知参数 $(0<\theta<1)$，现抽得一个样本 $x_1 = 1$，$x_2 = 2$，$x_3 = 3, x_4 = 1$。则 θ 的极大似然估计值为（　　）

（A）. $\frac{1}{2}$；　（B）. $\frac{1}{4}$；　（C）. $\frac{3}{8}$；　（D）. $\frac{5}{8}$

6 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，X_1, X_2, X_3 是总体的一个样本，下面四个 μ 的估计量中，哪个最有效（　　）

（A）. $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3$　　（B）. $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$

（C）. $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{2}X_3$　　（D）. $\hat{\mu}_4 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{6}X_3$

三 (10 分) 一考生接连参加同一课程的两次考试，设其第一次及格的概率为 p 。若第一次及格则第二次及格的概率也为 p ，若第一次不及格则第二次及格的概率为 $0.5p$ 。假定至少有一次及格他就取得某种资格。1. 求他取得某种资格的概率；2.已知他第二次考试及格，求他第一次考试也及格的概率。

四 (8 分) 某商场每天的客流量服从参数为 1 的泊松分布，假定每位顾客在该商场消费的概率为 $p\ (0<p<1)$ ，且他们在该商场消费是相互独立的。求：某天在该商场至少有 1 人消费的概率？

五．(8 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为：

$$f(x)=\begin{cases} a+x, & -1\le x<0 \\ b-x, & 0\le x\le 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

若已知 $E(X)=0$ 。求：1.常数 a ， b ； 2. 概率 $P(|X|\le\frac{1}{3})$ ， 3. $E(X^2+1)$ 。

六.（8 分） 设(X,Y)的联合分布律表为:

X \ Y	3	4	5
1	0.2	0.1	a
2	0.1	b	0.1

已知：$E(XY)=6$。1.求a，b的值；2.求分别关于X与Y的边缘分布律；3.求$Cov(X,Y)$。

七．(8 分) 某厂生产的电子元件合格率为 0.9，求 10000 个该厂生产的电子元件中不合格电子元件数小于 970 的概率？

八.（8 分）设某种玻璃的厚度(mm) $X \sim N(\mu,\sigma^2)$,按规定玻璃的厚度为 8(mm)。现随机抽取 16 块玻璃，测得样本平均厚度$\bar{x} = 8.2$ (mm)，样本标准差$s = 0.4$ (mm)，在$\alpha = 0.05$的显著性水平下，检验该批玻璃厚度的期望μ是否符合规定？

九．（12 分）设总体X的概率密度函数为：

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{6x}{\theta^3}(\theta - x), & 0 < x < \theta \\ 0, & others \end{cases}$$

$X_1, X_2, \cdots, X_n$为取自总体 X 的简单随机样本，样本均值$\overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$，则

1.求θ的矩估计量$\hat{\theta}$；2.判断矩估计量$\hat{\theta}$是否为θ的无偏估计，并说明理由；

3.求$D(\hat{\theta})$。

6　2017—2018 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一 填空题（每空 2 分，共 20 分）

1 袋内有 3 个白球与 2 个黑球，每次从袋内任取一球，取出的球不再放回去，直到把袋内的球全部取出为止。则第一次取到的球是白球的概率为____________，
最后一次取到的球是白球的概率为____________。

2 设离散型随机变量 X 的分布律为：

X	1	2	3
$P(X=x_i)$	0.4	θ	0.3

则 $\theta=$__________________，X 的分布函数 $F(x)=$______________________。

3 设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为：$f(x,y)=\begin{cases} c, & 0\le y\le x\le 1 \\ 0, & others \end{cases}$

则常数 $c=$_______________，$P(X+Y\le 1)=$________________________。

4 设 X_i 是总体 $X\sim N(0,4)$ 的简单随机样本 $(i=1,2,3)$，则当 $k=$__________时，

$k(X_1^2+X_2^2+X_3^2)$ 服从 $\chi^2(n)$ 分布，自由度 $n=$____________。

5 设总体 X 的概率分布律为：

X	1	2	4
$P(X=x_i)$	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 θ 为未知参数 $(0<\theta<1)$。现抽得一个样本 $x_1=1$，$x_2=2$，$x_3=4$，$x_4=1$，

$x_5=2$。则 θ 的矩估计值为___________，θ 的极大似然估计值为___________。

二 选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1 设 A，B 为任意两个随机事件，则下列结论正确的是（　　）

（A）. $(A\cup B)-B=A$；　　（B）. $A\subset(A\cup B)-B$；

（C）. $(A\cup B)-B\subset A$；　　(D). 以上结论全不对。

2 设随机变量 $X\sim U[1,5]$，对 X 进行 3 次独立观察，则至少有 2 次观测值大于 3 的概率是，（　　）

(A). $\frac{1}{4}$　　(B). $\frac{1}{8}$　　(C). $\frac{3}{4}$　　(D). $\frac{1}{2}$

3 设二维离散型随机变量 (X,Y) 的联合概率分布律为：

X \ Y	1	2	3
1	$1/6$	$1/9$	$1/18$

2	$1/3$	α	β

若 X 与 Y 相互独立，则 α 与 β 的值为（　　）

（A）. $\alpha=2/9,\beta=1/9$　　(B). $\alpha=1/9,\beta=2/9$

(C). $\alpha=1/6,\beta=1/6$　　(D). $\alpha=5/18,\beta=1/18$

4 若随机变量 X，Y 满足 $D(X+Y)=D(X-Y)$，则必有（　　）

（A）. X 与 Y 相互独立 （B）. X 与 Y 不相关 （C）. $D(Y)=0$ （D）. $D(X)D(Y)=0$

5 无论 σ^2 是否已知，正态总体均值 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间中心都是(　)

（A）. μ　（B）. 样本均值 $\overline{X}$　（C）. σ^2　（D）. 样本方差 S^2

三 (10 分) 为防止意外，某矿井内同时设有两种报警系统 A 与 B，每种系统单独使用时其有效运行的概率，系统 A 为 0.95，系统 B 为 0.97。而在 A 失灵的条件下 B 有效的概率为 0.8。求：1.发生意外时这两个报警系统至少一个有效的概率；2. B 失灵条件下 A 有效的概率。

四. (10 分) 设连续型随机变量 X 的分布函数为：
$$F(x)=\begin{cases} a+be^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$$

求：(1) 常数 a，常数 b；（2）X 的概率密度函数 $f(x)$；(3) $\dfrac{1}{X}$ 的数学期望 $E(\dfrac{1}{X})$。

五.（12 分）设 (X,Y) 的联合密度函数为：$f(x,y)=\begin{cases} Ay(1-x), & 0\le y\le x\le 1 \\ 0, & others \end{cases}$

求：(1)常数 A；(2)关于 X，关于 Y 的边缘密度函数；(3)协方差 $Cov(X, Y)$。

六.（10 分）设 (X,Y) 的联合分布律为:

$X \backslash Y$	0	1	2
1	0.1	0.1	a
2	0.1	b	0.2

已知：$E(X)=E(Y)$。1.求 a，b 的值；2.求分别关于 X 与 Y 的边缘分布律；3.求 $P(X=Y)$。

七 (5 分) 掷 n 颗骰子，骰子的每一面出现是等可能的，求出现的点数之和的方差。

八.（8 分）某保险公司多年统计资料表明，在索赔户中被盗索赔户占 20%，以 X 表示在随意抽查的 100 个索赔户中因被盗向保险公司索赔的户数，

1 写出 X 的概率分布；

2 利用中心极限定理，求被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率近似值。（已知 $\Phi(1.5)=0.9332$，$\Phi(2)=0.9772$，$\Phi(2.5)=0.9938$）

九.（10 分）已知二维随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布，且 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(1,9)$ 和 $N(0,16)$，X 和 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=-\dfrac{1}{2}$，令 $Z=\dfrac{X}{3}+\dfrac{Y}{2}$，求：

(1) Z 的数学期望 $E(Z)$ 和方差 $D(Z)$；（2）X 与 Z 的相关系数 ρ_{XZ}；（3）问 X 与 Z 是否相互独立？为什么？

7　2017—2018 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一 填空题（每空 2 分，共 20 分）

1 已知 $P(A\cup B)=0.7$，$P(A)=0.5$，$P(B)=0.6$，则 $P(\overline{A}\cup\overline{B})=$____，$P(A|\overline{B})=$_____。

2 一位射手有 4 发子弹，他每次射击命中目标的概率都为 p。若该射手击中目标或者子弹用完则停止射击。那么，射击次数为 3 次的概率为______,射击次数为 4 次的概率为_____。

3 已知 $Y\sim N(3,1)$，$Z\sim N(-4,1)$,且 Y 与 Z 相互独立，则 $3Z-2Y\sim$__________,

$Z+4\sim$___________。

4 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，$Y=-5X-4$，则 Y 的标准差为 $D(Y)$__________，X 与 Y 的协方差 $Cov(X,Y)=$_________。

5 设 X_1，X_2，X_3 为总体 $N(\mu,\sigma_0^2)$ 的样本，$\hat{\mu}_1=\frac{2}{5}X_1+\frac{2}{5}X_2+\frac{1}{5}X_3$，$\hat{\mu}_2=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{4}X_3$，$\hat{\mu}_3=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{6}X_3$ 是 μ 的三个估计量。其中，属于 μ 的无偏估计量的是__________，在 μ 的无偏估计量中，较有效的估计量为________。

二 选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\}=\frac{0.5^k}{ak!}e^{-1},k=0,1,\cdots$，则 $a=$（　　）

A. $\sqrt{e}$；　　B. $\frac{1}{e}$；　　C. e；　　D. $\frac{1}{\sqrt{e}}$

2 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ ax\ln x+bx+1, & 1\le x\le e\\ 1, & x>e\end{cases}$，则常数 a,b 为（　　）

A. $a=-1,b=-1$　　B. $a=1,b=-1$　　C. $a=-1,b=1$　　D. $a=1,b=1$

3 若随机变量 X 与 Y 满足：$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$，则下列选项一定成立的是（　　）

A. $D(X-Y)=D(X)+D(Y)$　　B. $D(XY)=D(X)D(Y)$

C. X 与 Y 相互独立　　D. X 与 Y 不独立

4 总体 $X\sim N(\mu,0.01)$，$X_1,X_2,\cdots,X_6$ 为来自总体的简单随机样本，样本均值为 $\overline{x}$,样本方差为 s^2，且 $P(X>u_\alpha)=\alpha$,下列关于 μ 的置信度为 0.95 的双侧置信区间的表达式正确的是（　　）

A. $\left[\overline{x}-\frac{0.1}{\sqrt{6}}u_{0.05},\overline{x}+\frac{0.1}{\sqrt{6}}u_{0.05}\right]$　　B. $\left[\overline{x}-\frac{s}{\sqrt{6}}u_{0.05},\overline{x}+\frac{s}{\sqrt{6}}u_{0.05}\right]$

C. $\left[\bar{x}-\frac{s}{\sqrt{6}}u_{0.025}, \bar{x}+\frac{s}{\sqrt{6}}u_{0.025}\right]$ D. $\left[\bar{x}-\frac{0.1}{\sqrt{6}}u_{0.025}, \bar{x}+\frac{0.1}{\sqrt{6}}u_{0.025}\right]$

5 设 $\boldsymbol{X_i}$ 是来自于总体 $N(0,1)$的简单随机样本($i=1,2,3,4,5$), 若 $\frac{k(X_1-X_2+X_3)}{\sqrt{X_4^2+X_5^2}}$ 服从 $t(n)$ 分布，则下面结论正确的是( )

A. $k=\frac{\sqrt{6}}{2}, n=2$ B. $k=\frac{\sqrt{6}}{3}, n=3$ C. $k=\frac{\sqrt{6}}{3}, n=2$ D. $k=\frac{1}{2}, n=3$

三 (10 分) 盒中装有 4 个新球、2 个旧球, 第一次使用时从盒中随机取一个, 使用后放回, 第二次再从该中随机取两个, 求： （1）第二次取到的全是新球的概率；
（2）已知第二次取到的两个球都是新球，那么第一次取出的是一个新球的概率。

四. (10 分) 随机变量 X 与 Y 同分布，且 X 的概率密度函数为： $f(x)=\begin{cases} ax^2, & 0<x<2 \\ 0, & 其他 \end{cases}$

若事件 $A=\{X>b\}$与事件$B=\{X>b\}$ 相互独立，$P(A\cup B)=\frac{3}{4}$。求：

（1）常数a； （2）常数b； （3） 概率 $P(|Y|\le\frac{4}{3})$。

五．（12 分）设(X,Y)的联合密度函数为： $f(x,y)=\begin{cases}2, & 0\le x\le 1, 0\le y\le x\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

求：(1) $P(\mathrm{X}+\mathrm{Y}\le 1)$；　　(2)关于$X$与$Y$的边缘密度函数；

(3) X与Y的协方差$Cov(X，Y)$；　　(4) X与Y的ρ_{XY}。

六．（10 分）设(X,Y)的联合分布律为:

Y \ X	0	1	2
0	0.3	a	0.1
1	0.1	0.2	b

且$P(\mathrm{X}<2,\mathrm{Y}\le 1)=0.7$。 求：

(1) a，b的值；　　(2)关于X与Y的边缘分布律；

(3) X的期望$E(X)$与方差$D(X)$；　　(4)判断X与Y是否独立，并说明理由。

七. (5 分) 设一条自动生产线的产品合格率是 0.8。用切比雪夫不等式估计,要保证某批产品的合格率在 0.78 与 0.82 之间的概率不小于 0.9，则该批产品至少要生产多少件。

八.（8 分）已知随机变量 X 服从区间[0，5]上的均匀分布。

（1）设 Y 表示对 X 的 3 次**独立重复**观察中事件 $(X>3)$ 出现的次数，求 Y 的分布列；

（2）设 Z 表示对 X 的 150 次**独立重复**观察中事件 $(X>3)$ 出现的次数，利用中心极限定理求 Z 的取值不小于 102 次的概率。

（已知 $\Phi(1.28)=0.9$，$\Phi(1.65)=0.95$， $\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2.00)=0.9772$）

九.（10 分）设总体 X 的密度函数为：$f(x,\theta)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

其中 $\theta>0$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自于总体 X 的简单随机样本,求

（1）θ 的矩估计量；　　（2）θ 的极大似然估计量。

8 2013—2014 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一 选择题（每空 3 分，共 21 分）

1. 设A, B, C是三个随机事件，则在下列选项中不正确的是____________.
   (A) $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ (B) $(A\cup B)\cap C=A\cup(B\cap C)$
   (C) $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$ (D) $A\cap(\overline{B\cap C})=(A\cap\bar{B})\cup(A\cap\bar{C})$

2. 设事件A与自身独立，则A的概率为________.
   (A) 0 (B) 1 (C) 0 或 1 (D) 1/2

3. 设$f(x)$和$g(x)$为两个概率密度函数，则下述还是密度函数的是 ________
   (A)$f(x)/g(x)$ (B)$f(x)-g(x)$ (C) $(f(x)+g(x))/2$ (D)$(1+f(x))(1-g(x))$

4. 随机变量 X 和Y 独立， Y 和Z 独立，且都有期望和方差，则必有________
   (A) X 和Z 独立 (B) X 和Z 不相关
   (C) X 和Z 相关 (D) $\mathrm{Cov}(X,Y)=0$

5. 设$0<P(B)<1$, 则$P(A|B)=P(A|\bar{B})$成立的充分必要条件是 ________.
   (A) $P(AB)=P(A)P(B)$ (B) $P(A+B)=P(A)+P(B)$
   (C) $P(A)=P(B)$ (C) $P(A)=P(\bar{B})$

6. 设 $X_1,\ldots,X_n$ 为来自均匀分布$\mathrm{U}(-\theta,\theta)$ 的一组样本， θ为未知参数，则下述为统计量的是 ________.
   (A) $\overline{X}-\theta$ (B) $\max\limits_{1\le i\le n}(X_i-\theta)-\min\limits_{1\le i\le n}(X_i-\theta)$
   (C) $\max\limits_{1\le i\le n}(X_i-\theta)$ (D) $\min\limits_{1\le i\le n}(X_i-\theta)$.

7. 假设密度函数为$f_\theta(x)$, 其中θ 为参数， 若X 为来自该总体的样本，则下述不正确的是________.
   (A) 固定X 时$f_\theta(x)$为似然函数 (B) 固定θ时$f_\theta(x)$为似然函数
   (C) 固定θ 时$f_\theta(x)$为密度函数 (D)$f_\theta(x)$ 衡量了不同θ下观察到X的可能性大小.

二 填空题（每空 3 分，共 21 分）

1. 设三次独立试验中, 事件A出现的概率相等. 若已知A至少出现一次的概率为19/27, 则事件A在一次试验中出现的概率为_______.

2. 设随机变量X 服从参数为 1 的指数分布, 则数学期望$E(X^2)=$ _______.

3. 设$X\sim N(\mu,\sigma^2)$, 其密度函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\dfrac{(x+1)^2}{4}\right\}$, 则$\mu=$ _______, $\sigma=$ _______.

4. 设随机变量 $X \sim U(0,2)$, $Y \sim U(2,4)$, 且 X 和 Y 独立，则 $\mathrm{E}(XY) =$ ________.

5. 设随机变量 X 与Y 独立， 且$\mathrm{E}(X) = \mathrm{E}(Y) = 0$, $\mathrm{Var}(X) = \mathrm{Var}(Y) = 1$. 若令 $W = X - Y$, 则Y 与W 的相关系数是 ________.

6. 设总体$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1, \ldots, X_n$ 来自 X 的样本，$\overline{X}$ 和 S^2 分别是该样本的样本均值和样本方差， 则$\overline{X} \sim$ ________, $\dfrac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim$ ________.

7. 设总体 X 在$(\theta, \theta + 1)$ 上服从均匀分布，$(X_1, \ldots, X_n)$ 为一样本， 则θ 的矩估计为 ________.

三 计算题（共 68 分）

1. (16分)　有12 个新的乒乓球，每次比赛时取出3个，用完之后再放回去。

   (1) 设第二次比赛时取到X 个新球，试求X 的分布律；

   (2) 若第三次比赛时取到 3个新球，问第二次比赛时取出的3个球都是新球的概率是多少？

2. (10 分)　设昆虫产卵数目服从参数为1的 Poisson 分布， 而每个卵孵化为幼虫的概率为 p,各卵是否孵化相互独立，试求：一个昆虫产生m个幼虫的概率。

3. (10分）设连续型随机向量(X,Y)的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} Ae^{-(3x+4y)} & x>0,y>0 \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

求：

(1) 系数A;

(2) 落在区域D: $\{0<x\leq 1, 0<y\leq 2\}$ 的概率.

4. (16分) 设随机变量X, Y 相互独立，且$X\sim \mathrm{U}(-1,1)$, Y 服从均值为$1/2$ 的指数分布，则

(1) 求随机变量$Z=(X+1)Y$ 和 X 的相关系数.

(2) 求条件概率$P(Z>1|X=0)$.

5. (16分)　当 PM2.5 值全天监测平均在 35 微克/立方米以内时，空气质量属于一级，现观测到杭州下沙经济开发区 2014 年 4 月 13 日到 4 月22 日 10 天内 日平均 PM2.5 值分别为 51, 52, 64, 65, 115, 71, 40, 46, 31, 49. 若假设杭州下沙经济开发区日平均 PM2.5 值 X 服从正态分布，各天日均 PM2.5 值相互独立 .

(1) 试给出日均值PM2.5 值得95% 置信上限（已知：$t_{0.05}(9) = 1.833$, $t_{0.05}(10) = 1.812$, $t_{0.025}(9) = 2.26$, $t_{0.025}(10) = 2.23$）.

(2) 若感兴趣空气质量为一级的概率 $p = P(X \leq 35)$, 试基于观测的日均数据给出 p 的极大似然估计（已知：$\Phi(1.06) = 0.8554$）.

9　2013—2014 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一 填空题（满分 24 分）

1 设 A，B，C 是随机事件，$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}, P(AB)=P(BC)=0, P(AC)=\frac{1}{8}$，则 A，B，C 三个事件恰好出现一个的概率为______.

2 设随机变量 X 与 Y 独立，$X\sim B(2,p), Y\sim B(3,p)$，且 $P(X\geq 1)=\frac{5}{9}$，则

$P(X+Y=1)$________.

3 设 $X\sim N(10,0.6), Y\sim N(1,2)$，且 X 与 Y 相互独立，则　$D(3X-Y)=$_________.

4 随机变量 X 和 Y 数学期望都是 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 0.5，根据契比雪夫不等式估计 $P(|X-Y|\geq 6)\leq$_______.

5 设总体 $X\sim N(\mu,1)$，(x_1,x_2,x_3)为其样本,若估计量 $\hat{\mu}=\frac{1}{2}x_1+\frac{1}{3}x_2+kx_3$ 为 μ 的无偏估计量,则 k=__________.

6 设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自正态总体 $N(0,2^2)$ 的样本，令 $Y=(X_1+X_2)^2+(X_3-X_4)^2$，　则当 $C=$____________时 $CY\sim\chi^2(2)$.

二 选择题（满分 20 分）

1．当事件 A 与事件 B 同时发生时，事件 C 必发生，则（　　）

(A) $P(C)\leq P(A)+P(B)-1$　　(B) $P(C)\geq P(A)+P(B)-1$

(C) $P(C)=P(AB)$　　(D) $P(C)=P(A\bigcup B)$

2. 设随机变量 $X\sim N(0,1)$, X 的分布函数为 $\Phi(x)$，则 $P(|X|>2)$ 的值为（　　）

（A）$2[1-\Phi(2)]$.　　（B）$2\Phi(2)-1$.

（C）$2-\Phi(2)$.　　（D）$1-2\Phi(2)$.

3. 设 X_1,X_2,X_3 相互独立同服从参数 $\lambda=3$ 的泊松分布，令 $Y=\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$，则

$E(Y^2)=$（　　）

（A）1.　　（B）9.　　（C）10.　　（D）6.

4．设随机变量 X～B（10，$\frac{1}{2}$），Y～N（2，10），又 E（XY）=14，则 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=$（　　）

（A）-0.8　（B）-0.16　（C）0.16　（D）0.8

5．设随机变量 X 密度函数为 $f_X(x)$，则 $Y=3X-1$ 的密度函数 $f_Y(y)$ 为（　）

(A) $\frac{1}{3}f_X(\frac{y+1}{3})$　　(B) $3f_X(\frac{y+1}{3})$　　(C) $\frac{1}{3}f_X[3(y+1)]$　　(D) $3f_X(\frac{y-1}{3})$

三、已知一批产品中 90%是合格品，检查时，一个合格品被误认为是次品的概率为 0.05，一个次品被误认为是合格品的概率为 0.02，求（1）一个产品经检查后被认为是合格品的概率；（2）一个经检查后被认为是合格品的产品的确是合格品的概率.（8 分）

四、设二维连续型随机变量（X ，Y）的联合概率密度为：$f(x,y)=\begin{cases} k, 0 < x < 1, 0 < y < x \\ 0, \quad 其他 \end{cases}$

求：（1）k；（2）E（X），E（Y）；（3）D（X），D（Y）；（4）相关系数 ρ_{XY}.（11 分）

五、设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=Ae^{-|x|}\quad(-\infty<x<+\infty)$,求 (1）系数 A；(2) 分布函数 $F(x)$.（8 分）

六、已知 100 台机床彼此独立地工作着，每台机床实际工作时间占全部工作时间的 80%，求：

（1） 任一时刻有 70 至 86 台机床工作的概率；

（2）任一时刻有 80 台以上机床工作的概率.(利用中心极限定理)（8 分）

. （已知 Φ（1.5）=0.9332， Φ（2.5）=0.9938，当 $x\geq 3$ 时，Φ（x）$\approx$1）

七、掷一枚均匀的骰子两次，设 X 表示出现的点数之和，Y 表示第一次出现的点数减去第二次出现的点数.(1)求 $D(X),D(Y)$;(2)求 X与Y 的相关系数 ρ_{XY};(3)问 X与Y 是否独立？（11 分）

八、设总体 X 的分布函数为：F(x, β)= $\begin{cases} 1-\dfrac{1}{x^{\beta}}, & x>1 \\ 0, & x\le 1 \end{cases}$，其中 $\beta>1$, $X_1,\cdots X_n$ 是来自于 X 的简单随机样本,如果取得样本观测值为 $x_1,x_2,\cdots\cdots x_n$,求 β 的矩估计值和极大似然估计值.（10 分）

数学通识必修课系列试卷汇总

（试题册和答案册配套，为两个小册子，这里为了节省空间，就将两本册子写在了一块儿）
（版本号与年份有关；发行次数会根据当年发行情况进行修改）

高等数学 A2 期末系列：（具体内容请见高等数学 A2 试题册尾页）
高等数学 A2 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf
高等数学 A2 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf
高等数学 A2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 B2 期末系列：（具体内容请见高等数学 B2 试题册尾页）
高等数学 B2 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf
高等数学 B2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 A 期末系列：
线性代数 A 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末系列：
线性代数 B 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 B 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 B 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末系列：
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 B 期末系列：
概率论与数理统计 B 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计期末练习系列：
概率论与数理统计练习试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf