

# 普通物理实验

## 补充讲义

## 目 录

光电效应实验.....	1
波尔共振实验.....	15
霍尔效应实验.....	23
稳态法导热系数的测量 .....	35
传感器系统综合实验.....	43

# 光电效应实验

## 一、实验目的

- 1、了解光电效应的规律，加深对光的量子性的认识。
- 2、测量截止电压和普朗克常数 $h$ 。
- 3、测量光电管的伏安特性曲线。

## 二、实验原理

当光照射在物体上时，光的能量只有部分以热的形式被物体所吸收，而另一部分则转换为物体中某些电子的能量，使这些电子逸出物体表面，这种现象称为光电效应。在光电效应这一现象中，光显示出它的粒子性，所以深入观察光电效应现象，对认识光的本性具有极其重要的意义。普朗克常数  $h$  是 1900 年普朗克为了解决黑体辐射能量分布时提出的“能量子”假设中的一个普适常数，是基本作用量子，也是粗略地判断一个物理体系是否需要用量子力学来描述的依据。

1905 年爱因斯坦为了解释光电效应现象，提出了“光子”假设，即频率为  $\nu$  的光子其能量为  $h \cdot \nu$ 。当电子吸收了光子能量  $h \cdot \nu$  之后，一部分消耗与电子的逸出功  $W$ ，另一部分转换为电子的动能  $m \cdot v^2/2$ ，即

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = h \cdot \nu - W \quad (1)$$

上式称为爱因斯坦光电效应方程。1916 年密立根首次用油滴实验证实了爱因斯坦光电效应方程，并在当时的条件下，较为精确地测得普朗克常数为： $h=6.57 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{sec}$ ，其不确定度大约为 0.5%。这一数据与现在的公认值比较，相对误差也只有 0.9%。为此，1923 年密立根因这项工作而荣获诺贝尔物理学奖。目前利用光电效应制成的光电器件和光电管、光电池、光电倍增管等已成为生产和科研中不可缺少的重要器件。

光电效应的实验示意图如图 1 所示，图中 GD 是光电管，K 是光电管阴极，A 为光电管阳极，G 为微电流计，V 为电压表，E 为电源，R 为滑线变阻器，调节 R 可以得到实验所需要的加速电位差  $U_{AK}$ 。光电管的 A、K 之间可获得从  $-U$  到 0 再到  $+U$  连续变化的电压。实验时用的单色光是从低压汞灯光谱中用干涉滤色片过滤得到，其波长分别为：365nm, 405nm, 436nm, 546nm, 577nm。

无光照射阴极时，由于阳极和阴极是断路的，所以 G 中无电流通过。用光照射阴极时，由于阴

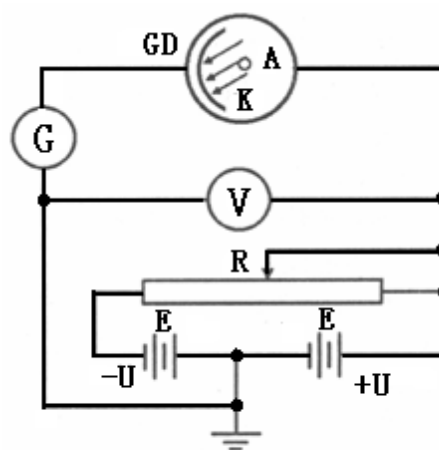


图1 光电效应实验示意图

极释放出电子而形成阴极光电流（简称阴极电流）。加速电位差  $U_{AK}$  越大，阴极电流越大，当  $U_{AK}$  增加到一定数值后，阴极电流不再增大而达到某一饱和值  $I_H$ ， $I_H$  的大小和照射光的强度成正比（如图 2 所示）。加速电位差  $U_{AK}$  变为负值时，阴极电流会迅速减少，当加速电位差  $U_{AK}$  负到一定数值时，阴极电流变为“0”，与此对应的电位差称为遏止电位差。这一电位差用  $U_a$  来表示。 $|U_a|$  的大小与光的强度无关，而是随着照射光的频率的增大而增大（如图 3 所示）。

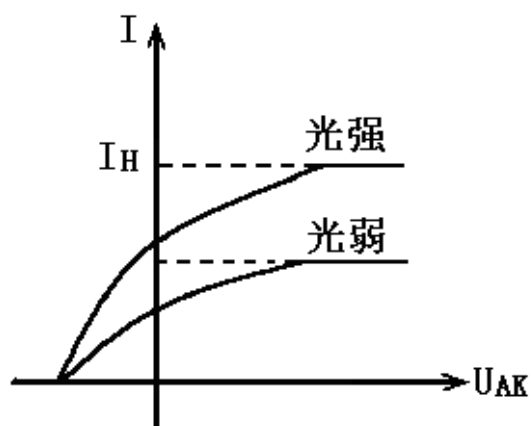


图2 光电管的伏安特性

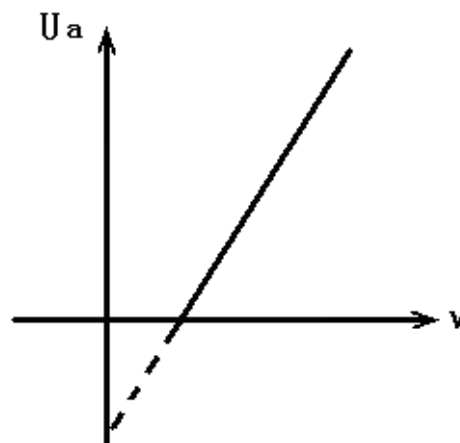


图3 光电管遏止电位的频率特性

1. 饱和电流的大小与光的强度成正比。
2. 光电子从阴极逸出时具有初动能，其最大值等于它反抗电场力所做的功，

即：

$$\frac{1}{2}mv^2 = e \times U_a \quad (1)$$

因为  $U_a \propto \nu$ ，所示初动能大小与光的强度无关，只是随着频率的增大而增大。 $U_a \propto \nu$  的关系可用爱因斯坦方程表示如下：

$$U_a = \frac{h}{e} \cdot \nu - \frac{W}{e} \quad (2)$$

实验时用不同频率的单色光 ( $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4 \dots$ ) 照射阴极，测出相对应的遏止电位差 ( $U_{a1}, U_{a2}, U_{a3}, U_{a4} \dots$ )，然后画出  $U_a - \nu$  图，由此图的斜率即可以求出  $h$ 。

如果光子的能量  $h \cdot \nu \leq W$  时，无论用多强的光照射，都不可能逸出光电子。与此相对应的光的频率则称为阴极的红限，且用  $\nu_0$  ( $\nu_0 \leq W/h$ ) 来表示。实验时可以从  $U_a - \nu$  图的截距求得阴极的红限和逸出功。本实验的关键是正确确定遏止电位差，画出  $U_a - \nu$  图。至于在实际测量中如何正确地确定遏止电位差，还必需根据所使用的光电管来决定。下面就专门对如何确定遏止电位差的问题作简要的分析与讨论。

遏止电位差的确定：如果使用的光电管对可见光都比较灵敏，而暗电流也很小。由于阳极包围着阴极，即使加速电位差为负值时，阴极发射的光电子仍能大部分射到阳极。而阳极材料的逸出功又很高，可见光照射时是不会发射光电子的，其电流特性曲线如图 4 所示。图中电流为零时的电位

就是遏止电位差  $U_a$ 。然而，由于光电管在制造过程中，工艺上很难保证阳极不被阴极材料所污染（这里污染的含义是：阴极表面的低逸出功材料溅射到阳极上），而且这种污染还会在光电管的使用过程中日趋加重。被污染后的阳极逸出功降低，当从阴极反射过来的散射光照到它时，便会发射出光电子而形成阳极光电流。实验中测得的电流特性曲线，是阳极光电流和阴极光电流迭加的结果，如图 5 的实线所示。由图 5 可见，由于阳极的污染，实验时出现了反向电流。特性曲线与横轴交点的电流虽然等于“0”，但阴极光电流并不等于“0”，交点的电位差  $U_a$  也不等于遏止电位差  $U_a$ 。两者之差由阴极电流上升的快慢和阳极电流的大小所决定。如果阴极电流上升越快，阳极电流越小， $U'_a$  与  $U_a$  之差也越小。从实际测量的电流曲线上看，正向电流上升越快，反向电流越小，则  $U'_a$  与  $U_a$  之差也越小。

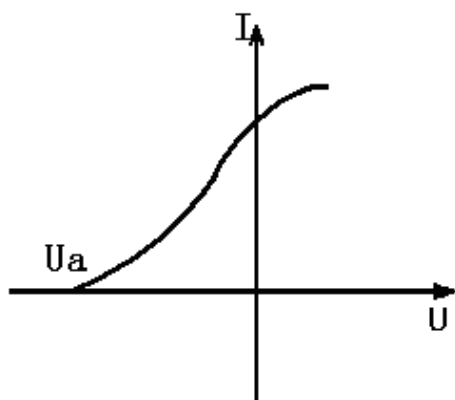


图4 光电管理想的电流特性曲线

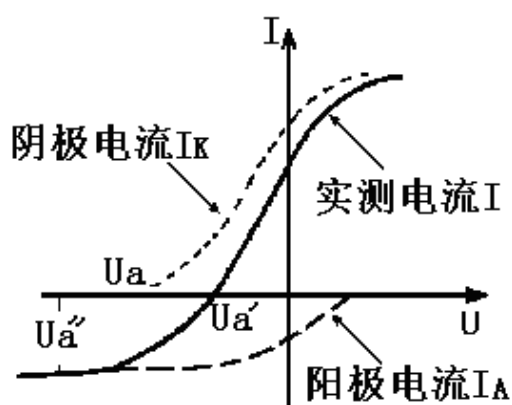


图5 光电管老化后的电流特性曲线

由图 5 我们可以看到，由于电极结构等种种原因，实际上阳极电流往往饱和缓慢，在加速电位差负到  $U_a$  时，阳极电流仍未达到饱和，所以反向电流刚开始饱和的拐点电位差  $U''_a$  也不等于遏止电位差  $U_a$ 。两者之差视阳极电流的饱和快慢而异。阳极电流饱和得越快，两者之差越小。若在负电压增至  $U_a$  之前阳极电流已经饱和，则拐点电位差就是遏止电位差  $U_a$ 。总而言之，对于不同的光电管应该根据其电流特性曲线的不同采用不同的方法来确定其遏止电位差。假如光电流特性的正向电流上升得很快，反向电流很小，则可以用光电流特性曲线与暗电流特性曲线交点的电位差  $U'_a$  近似地当作遏止电位差  $U_a$ （交点法）。若反向特性曲线的反向电流虽然较大，但其饱和速度很快，则可用反向电流开始饱和时的拐点电位差  $U''_a$  当作遏止电位差  $U_a$ （拐点法）。

### 三、实验内容与步骤

#### 1. 测量截止电压和普朗克常数 $h$

1. 按要求连接导线。
2. 盖上汞灯遮光罩。
3. 调整汞灯与光电管的距离，大约为300-350mm。
4. 打开电源开关。
5. 汞灯和电源预热20分钟。
6. 设置电压输出选择按钮为  $-2 \sim 0 \text{ V}$ 。设置电流幅度开关量程为 $10^{-13} \text{ A}$ 。
7. 按下电流信号选择按钮处于“CALIBRATION”校准状态，调节电流调零旋钮使电流表显示为“0”，再按一下信号选择按钮使其处于“MEASURE”测量状态。

**注意：在测量前预热20分钟非常重要。**

将光电暗盒前面的转盘用手轻轻拉出，即脱离定位销，把 $\Phi 4\text{mm}$ 的光阑对准上面的白色刻线，使定位销复位。再把装滤色片的转盘放在挡光位，即指示“0”对准上面的白点，在此状态下测量光电管的暗电流。然后把365nm的滤色片转到通光口，此时把电压表显示的 $U_{AK}$ 值调节为-2.200V，打开汞灯遮光盖，电流表显示对应的电流值应为负值。调节电压旋钮，逐步升高工作电压（即使负电压绝对值减小），当电压到达某一数值，光电管输出电流为零时，记录对应的工作电压 $U_{AK}$ ，该电压即为365nm单色光的截止电位。然后按顺序依次换上405nm，436nm，546nm，577nm的滤色片，重复以上测量步骤。一一记录 $U_{AK}$ 值在表1。

表 1：不同波长光的截止电压，4 mm 光阑

	1	2	3	4	5
波长, $\lambda$ (nm)	365	405	436	546	577
频率, $\nu = c/\lambda$ , ( $\times 10^{14}\text{Hz}$ )	8.214	7.408	6.879	5.490	5.196
截止电压 $U_a$ (V)					

#### 计算 $h$

1. 画出截止电压与频率的关系曲线。
2. 找到最佳线性拟合后的斜率slope。
3. 由公式 (2)， $h=e \cdot \text{slope}=\underline{\hspace{2cm}}$
4. 计算误差： $\Delta h = |(h-h_0)/h_0| \times 100\% = \underline{\hspace{2cm}}$

## 2. 测量伏安特性曲线

此时，将电压输出选择按钮按下，电压调节范围转变为： $-2\sim+30\text{V}$ ，电流幅度选择开关应转换至 $10^{-10}\text{A}$ 档，并重新调零。其余操作步骤与“测量截止电压”类同，不过此时要把每一个工作电压和对应的电流值加以记录，以便画出伏安特性曲线，并对该特性进行研究分析。

- ① 观察在同一光阑、同一距离条件下 5 条（至少 2 条）伏安饱和特性曲线。

记录所测  $U_{AK}$  及  $I$  的数据到表 2 中，在坐标纸上作对应于以上波长及光强的伏安特性曲线。

- ② 观察同一距离、不同光阑（不同光通量）、某条谱线（如  $405\text{nm}$ ）的伏安特性曲线。

在  $U_{AK}$  为  $30\text{V}$  时，测量并记录对同一谱线、同一入射距离，而光阑分别为  $2\text{mm}$ ， $4\text{mm}$ ， $8\text{mm}$  时对应的电流值于表 3 中，验证光电管的饱和光电流与入射光强成正比。

- ③ 观察同一光阑下、不同距离（不同光强）、某条谱线（如  $405\text{nm}$ ）的伏安特性曲线。

在  $U_{AK}$  为  $30\text{V}$  时，测量并记录对同一谱线、同一光阑时，光电管与入射光在不同距离，如  $300\text{mm}$ ， $350\text{mm}$ ， $400\text{mm}$  等对应的电流值于表 4 中，同样可以验证光电管的饱和电流与入射光强成正比。

表 2:  $U_{AK}-I$  关系

$U_{AK} (\text{V})$												
$I (\times 10^{-10}\text{A})$												
$U_{AK} (\text{V})$												
$I (\times 10^{-10}\text{A})$												

表 3:  $I_M-P$  关系（选做）

$U_{AK} = \underline{30} \text{V}$ ,  $\lambda = \underline{\hspace{2cm}} \text{nm}$ ,  $L = \underline{\hspace{2cm}} \text{mm}$

光阑孔 $\phi$ (mm)	2	4	8
$I (\times 10^{-10}\text{A})$			

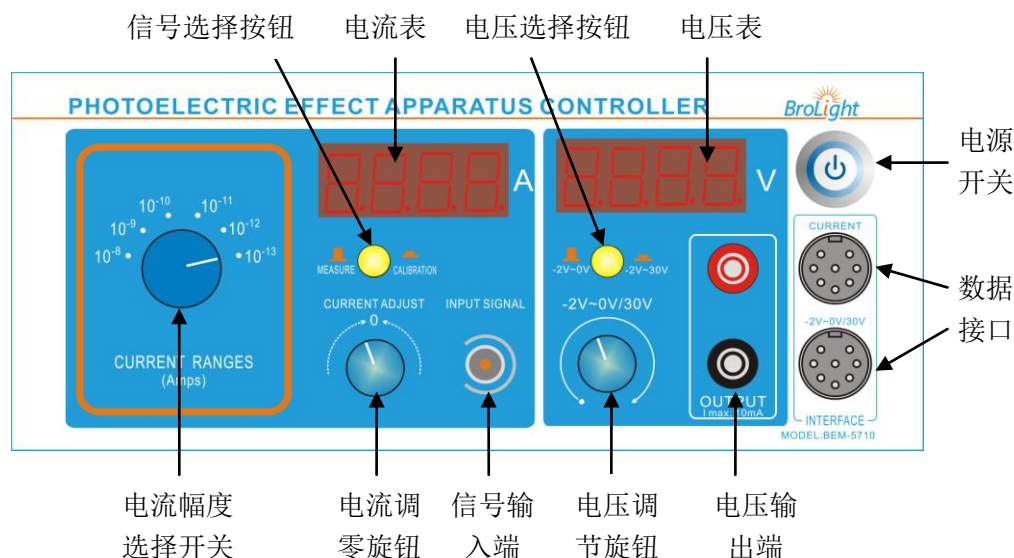
表 4:  $I_M-P$  关系（选做）

$U_{AK} = \underline{30} \text{V}$ ,  $\lambda = \underline{\hspace{2cm}} \text{nm}$ ,  $\Phi = \underline{\hspace{2cm}} \text{mm}$

距离 $L(\text{mm})$	300	350	400
$I (\times 10^{-10}\text{A})$			

#### 四、实验仪器介绍

##### 光电效应实验仪 (Photoelectric Effect Apparatus Controller)



- 电源开关：开启或者关闭设备电源。
- 电压表：显示输出端口电压值。
- 电流表：显示输入信号电流值。
- 电压选择按钮：设置电压输出范围：  $-2 \sim +30 \text{ V}$  &  $-2 \sim 0 \text{ V}$ 。
- 信号选择按钮：设置信号为“测量”或“调零”状态。
- 电流幅度选择开关：设置放大电流的幅度大小 ( $10^{-8}$  to  $10^{-13} \text{ A}$ )。
- 电压调节旋钮：调节输出电压的大小。
- 电流调零旋钮：微电流放大器放大电流调零。
- 电压输出端：输出工作电压：  $-2 \sim +30 \text{ V}$  &  $-2 \sim 0 \text{ V}$ 。
- 信号输入端：输入电流信号。
- 数据接口：连接数据处理设备 (PASCO 850/550 数据接口)。

##### 导线的连接



**110-120V~/220-240~**  
**请确认您所在地的市电电压,并拨到与之相对应的电压。**

**注意：在您连接任何导线之前，请确认所有电源开关都处于关闭状态，所有的电压调节旋钮都逆时针旋到底。**

**注意：电源电压可以设置为 115VAC or 230VAC. 产品默认设置电源电压为 230V. 请确认你所使用的地区电源电压，以便正确设置产品输入电源。**

##### 实验接线：

- 用BNC同轴电缆线连接实验仪BEM-5710的“INPUT SIGNAL”到光电管盒后板“K”。
- 用红黑导线连接实验仪BEM-5710的电压输出端到光电管盒的后板红黑接线端。
- 连接各个设备的电源线，用电源线连接设备后面的“AC POWER CORD, AC 110-120V~/220-240V~, 50/60Hz”插口和市电插座。

(注意：请选择正确的输入电压, 110-120V~ OR 220-240V~ )。



## 实验2：无线电压传感器测量和分析光电效应实验

（需配PASCO-无线电压传感器PS-3211和Capstone 数据采集软件）



### 1. 测量普朗克常数 $h$

#### 实验准备

- 按上图要求连接导线。
- 用8针转红黑线连接光电效应实验仪的“CURRENT”数据接口和无线电压传感器A的电压输入端口（红黑插座端口）。
- 用8针转红黑线连接弗兰克赫兹实验仪的“-2-0V/30V”数据接口和无线电压传感器B的电压输入端口（红黑插座端口）。
- 盖上光电管遮光罩。
- 调整汞灯与光电管的距离，大约为300-350mm。
- 打开所有电源开关。
- 将汞灯和电源预热20分钟。
- 设置电压输出按钮为  $-2 \sim 0$  V，调节电压旋钮使电压值约为-1.99V。设置电流幅度选择开关量程为 $10^{-13}$  A。
- 按下电流信号选择按钮处于“CALIBRATION”校准状态，调节电流调零旋钮使电流表显示为“0”，再按一下信号选择按钮使其处于“MEASURE”测量状态。

#### 注意：

- 连接导线前，请确认所有电源开关处于关闭状态。
- 开启电源前，请确认所有导线连接正确无误。

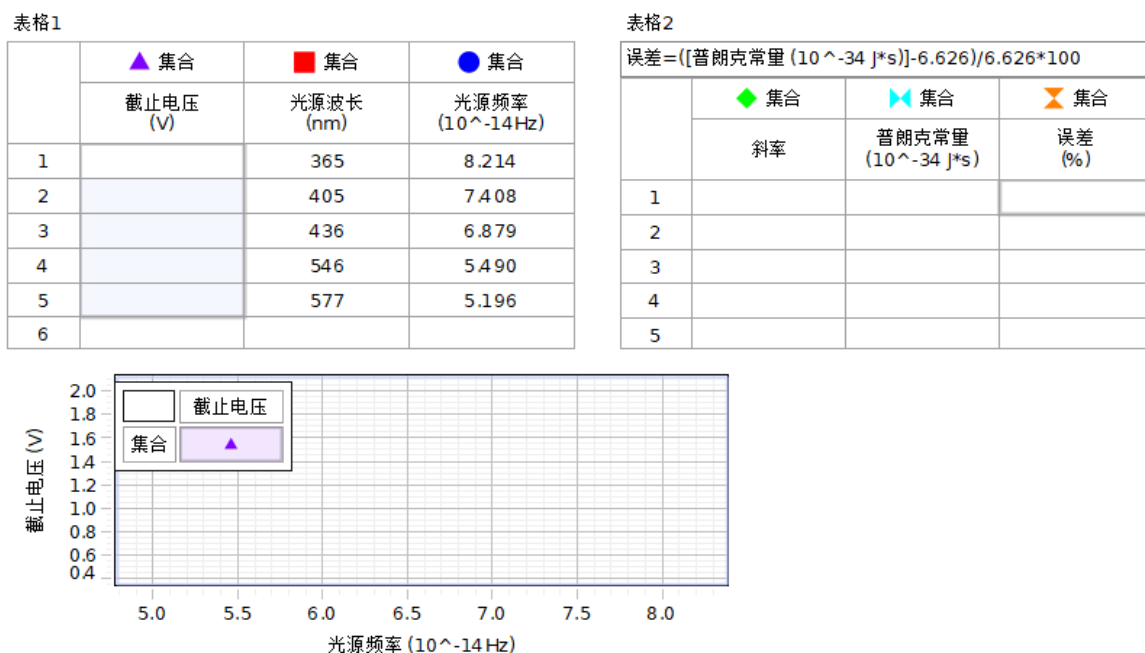
**注意：**  
在测量前  
预热20分  
钟非常重  
要。

## 实验步骤:

1. 启动PASCO Capstone软件。
2. 双击右侧工具条中的“表格”和“图表”图标，创建一个1个图表和2个表格页面。
3. 点击表格1中的工具条中的“在右侧插入空列”，使其增加为3列；点击表格2中的工具条中的“移出选定列”，使其剩余1列，再2次点击工具条中的“创建关于选定列数据的新计算”，使其成为3列，其中2列可以编辑计算公式。
4. 点击表格1和表格2中的“选择测量”->“新建”->“用户输入的数据”。如下：



5. 点击表格1和2中“用户数据x”->“重命名”，点击“单位”->“重命名”，具体名称和单位参考下图。点击图表中的“选择测量”，纵坐标选择“截止电压(V)”，横坐标选择“光源频率( $10^{-14}\text{Hz}$ )”。把汞灯光源波长和频率数据输入到表格1，输入普朗克常数的计算公式：普朗克常量=[斜率, ▼]\* $16.02$ ；输入误差的计算公式：误差=( [普朗克常量 ( $10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$ ), ▼ ]- $6.626$ )/ $6.626*100$ ；设置完成如下图所示：



6. 按下电源的电流信号选择按钮处于“CALIBRATION”校准状态，调节电流调零旋钮使电流表显示

为“0”，再按一下信号选择按钮使其处于“MEASURE”测量状态。设置电压输出选择按钮为  $-2 \sim 0$  V。设置电流幅度选择开关量程为  $10^{-13}$  A。

11. 取下光电管保护罩，将光电暗盒前面的转盘用手轻轻拉出，即脱离定位销，把  $\Phi 4\text{mm}$  的光阑对准上面的白色刻线，使定位销复位。再把装滤色片的转盘转到挡光位，即指示“0”对准上面的白色刻线，在此状态下测量光电管的暗电流。

7. 把电压（VAK）调节到-2.200V，把 365nm 的滤色片转到通光口，此时打开汞灯遮光盖，电流表显示对应的电流值应为负值。

8. 慢慢调节电压旋钮，逐步升高工作电压（即使负电压绝对值减小），当光电管输出电流值由负变为“0”时，此时电压即为 365nm 对应的截止电压，把它的绝对值记录在表格中。

9. 然后按顺序依次换上 405nm，436nm，546nm，577nm 的滤色片，重复以上测量步骤。

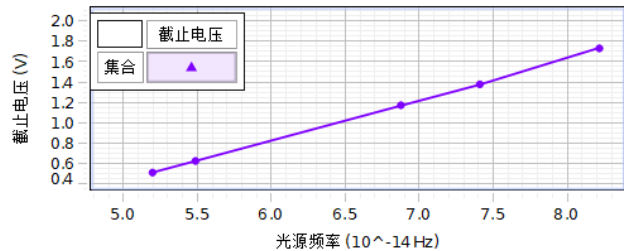
10. 记录每个波长在电流为零时对应的截至电压，填入表格中，如下图：

表格1

	▲ 集合	■ 集合	● 集合
	截止电压 (V)	光源波长 (nm)	光源频率 (10 <sup>-14</sup> Hz)
1	1.734	365	8.214
2	1.373	405	7.408
3	1.168	436	6.879
4	0.624	546	5.490
5	0.510	577	5.196
6			

表格2

误差=([普朗克常量 (10 <sup>-34</sup> J*s)]-6.626)/6.626*100			
	◆ 集合	✧ 集合	✕ 集合
	斜率	普朗克常量 (10 <sup>-34</sup> J*s)	误差 (%)
1			
2			
3			
4			
5			



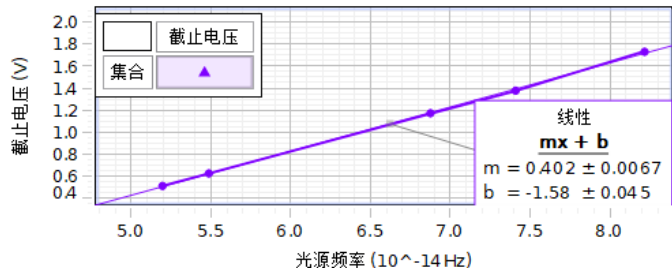
11. 可以看到在图表中出现一条折线，点击图表工具条中的曲线拟合工具“将选定的曲线拟合应用于活动数据/选择要显示的曲线拟合”，选择“线性  $mx+b$ ”拟合。把拟合的线性曲线的斜率填入表格2中的斜率一栏里面，就可以得到普朗克常数和误差，如下图。

表格1

	▲ 集合	■ 集合	● 集合
	截止电压 (V)	光源波长 (nm)	光源频率 (10 <sup>-14</sup> Hz)
1	1.734	365	8.214
2	1.373	405	7.408
3	1.168	436	6.879
4	0.624	546	5.490
5	0.510	577	5.196
6			

表格2

	◆ 集合	✧ 集合	✕ 集合
	斜率	普朗克常量 (10 <sup>-34</sup> J*s)	误差 (%)
1	0.402	6.440	-2.81
2			
3			
4			
5			



## 2. 测量伏安特性曲线

### 测量前准备

#### 硬件设置:

1. 按上图要求连接导线。
2. 用8针转红黑线连接光电效应实验仪的“CURRENT”数据接口和无线电压传感器A的电压输入端口（红黑插座端口）。
3. 用8针转红黑线连接弗兰克赫兹实验仪的“-2-0V/30V”数据接口和无线电压传感器B的电压输入端口（红黑插座端口）。
4. 盖上光电管遮光罩。
5. 调整汞灯与光电管的距离，大约为300-350mm。
6. 打开所有电源开关。
7. 将汞灯和电源预热20分钟。
8. 设置电压输出按钮为  $-2 \sim +30 \text{ V}$ ，调节电压旋钮使电压值约为-1.0V。设置电流幅度选择

开关量程为 $10^{-10} \text{ A}$ 。

9. 按下电流信号选择按钮处于“CALIBRATION”校准状态，调节电流调零旋钮使电流表显示为“0”，再按一下信号选择按钮使其处于“MEASURE”测量状态。


#### 实验步骤:

1. 启动PASCO Capstone软件。
2. 点击“硬件设置”，此时在硬件设置窗口中，没有任何硬件信息。
3. 用USB数据线连接无线电压传感器A到电脑USB端口（就是连接到光电效应实验仪的“CURRENT”接口的电压传感器），此时软件硬件设置窗口如下图：



4. 用USB数据线连接无线电压传感器B到电脑USB端口（就是连接到光电效应实验仪的“-2-0V/30V”接口的电压传感器），此时软件硬件设置窗口如下图：



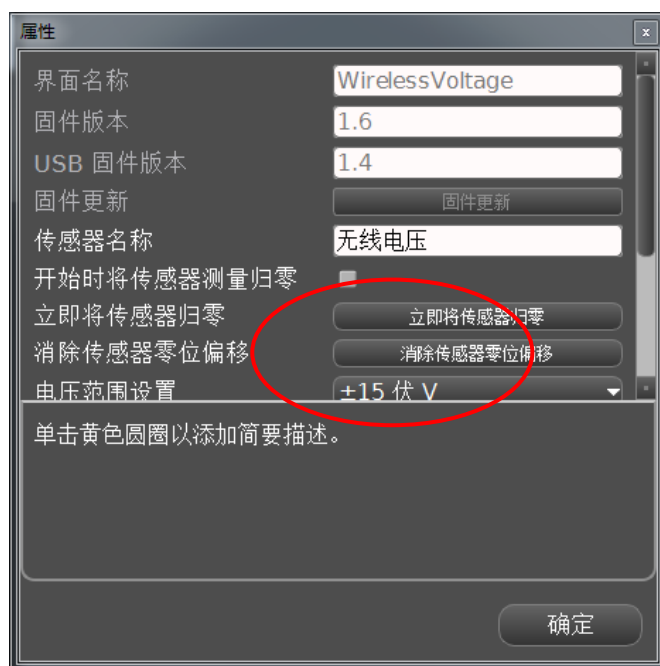
5. 设置2个电压传感器的属性：点击上图中2个无线电压传感器的属性设置按钮，弹出如下图对话框，将“电压范围设置”选择 $\pm 5 \text{ V}$ ，然后点击“立即将传感器归零”和“消除传感器零位偏移”来消除传感器的零位漂移，最后点击“确定”保存设置。设置完成后，点击“硬件设置”隐藏该窗口。注：2个无线电压传感器都需要做上述设置。

#### 注意:

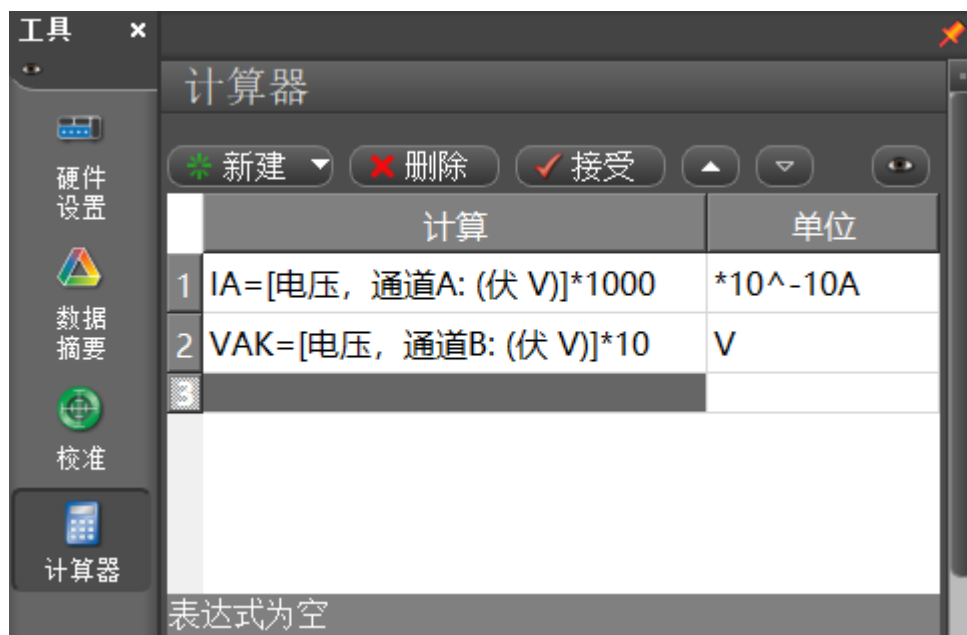
- 连接导线前，请确认所有电源开关处于关闭状态。
- 开启电源前，请确认所有导线连接正确无误。

#### 注意:

在测量前  
预热20分  
钟非常重  
要。



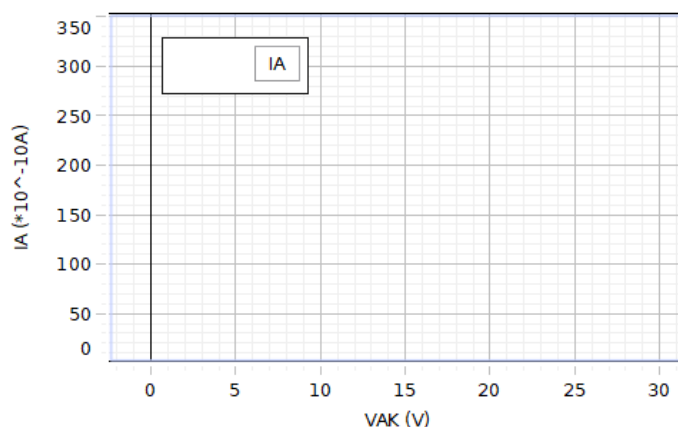
6. 双击右侧工具条中的“表格”和“图表”图标，创建一个 1 个图表和 1 个表格页面。
7. 因为电压传感器采集到的数据是电压值，需要在软件上做一个换算： 点击“计算器”，编辑：IA=[电压，通道 A: (伏 V)，▼]\*1000，单位设置为“ $\times 10^{-10}A$ ”；编辑：VAK=[电压，通道 B: (伏 V)，▼]\*10，单位设置为“V”，最后点击“计算器”，隐藏该对话框。如下图：



8. 点击表格中“选择测量”，表格第一列选择“IA ( $\times 10^{-10}A$ )”，表格第二列选择“VAK (V)”。点击图表中的纵坐标“选择测量”->选择“IA ( $\times 10^{-10}A$ )”，点击横坐标时间 (秒 s) ->选择“VAK (V)”。设置完成如下图所示：

表格1

	<未选择数据>	<未选择数据>
	IA (*10 <sup>-10</sup> A)	VAK (V)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		



9. 设置 2 路数据的通用采样率为 10Hz 。如下图:



10. 将光电暗盒前面的转盘用手轻轻拉出, 即脱离定位销, 把  $\Phi 4\text{mm}$  的光阑对准上面的白色刻线, 使定位销复位。再把装滤色片的转盘放在挡光位, 即指示 “0” 对准上面的白色刻线。

11. 设置电压输出选择按钮为  $-2\text{V} \sim 30\text{V}$ 。设置电流幅度选择开关量程为  $10^{-10}\text{A}$ 。

12. 按下电源上面的电流信号选择按钮处于 “CALIBRATION” 校准状态, 调节电流调零旋钮使电流表显示为 “0”, 再按一下信号选择按钮使其处于 “MEASURE” 测量状态。

13. 把电压 ( $V_{AK}$ ) 调节到  $-2.0\text{V}$ , 把 365nm 的滤色片转到通光口, 打开汞灯遮光盖。



14. 点击软件 “记录 ” 按钮。

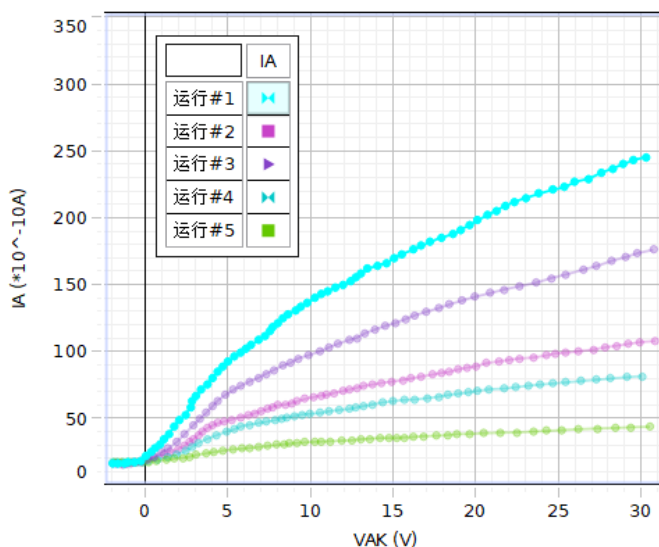
15. 缓慢调节电压旋钮, 逐步升高工作电压, 当电压值调到  $+30\text{V}$  后, 点击软件 “停止” 按钮。此曲线即为 365nm 伏安特性曲线。

16. 然后改变不同波长的滤色片, 切换不同孔径的光阑, 重复以上测量步骤。注: 点击图表工具栏上面的 “允许同时查看多个数据集|选择可见数据”, 可以显示多组曲线。

17. 最后, 得到的实验结果如下图:

表格1

	运行#5	运行#5
	IA (*10 <sup>-10</sup> A)	VAK (V)
40	36.6	16.8
41	36.9	17.6
42	37.4	18.3
43	38.2	18.8
44	38.3	19.6
45	38.8	20.5
46	39.3	21.5
47	39.4	22.5
48	40.1	23.5
49	40.5	24.2
50	41.1	25.2
51	41.8	26.2
52	42.4	27.3
53	42.7	28.4



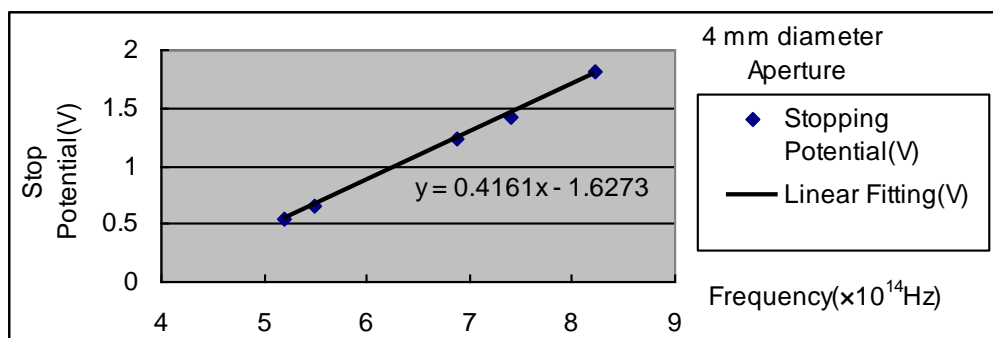
# 附录：实验结果

## 实验数据样本

### 实验1：

表1：截止电压与频率关系，4 mm 光阑

Item	1	2	3	4	5
波长, $\lambda$ (nm)	365	405	436	546	577
频率, $\nu=c/\lambda$ , ( $\times 10^{14}\text{Hz}$ )	8.214	7.408	6.879	5.490	5.196
截止电压 $U_a$ (V)	-1.819	-1.414	-1.238	-0.660	-0.542



计算：

$$h = 0.4161 \times e = 6.666 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$$

$$\Delta h = |(h - h_0) / h_0| \times 100\% = 0.5\%$$

### 实验2：

表 2：相同频率，相同距离，不同光阑下，V-A 特性曲线，436nm

电压 (V)	电流 ( $\times 10^{-11}\text{A}$ )		
	2mm	4mm	8mm
-2	0	0	0
0	11	44	220
2	35	136	610
4	49	193	860
6	62	242	1060
8	73	292	1270
10	83	336	1430
12	92	362	1580
14	102	405	1730
16	109	431	1850
18	117	459	1960
20	122	483	2080
22	130	507	2180
24	134	534	2280
26	141	552	2390
28	144	568	2460
30	147	581	2540



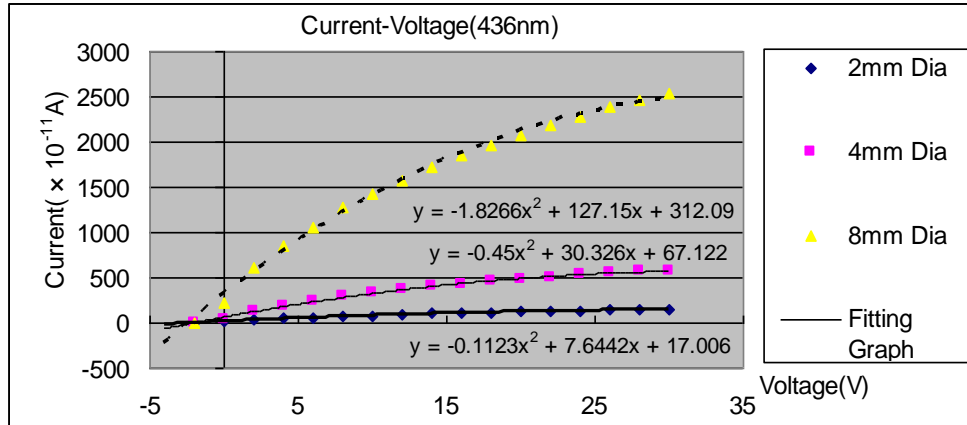
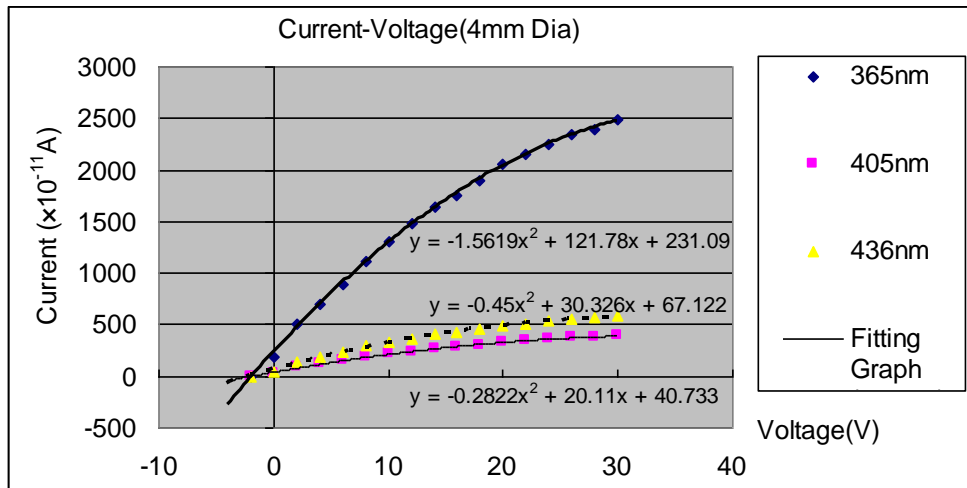


表 3: 相同光阑, 相同距离, 不同频率下, V-A 特性曲线, 4mm 光阑

4mm 光阑	电流 ( $\times 10^{-11}$ A)		
电压 (V)	365nm	405nm	436nm
-2	0	0	0
0	180	25	44
2	500	87	136
4	700	121	193
6	890	155	242
8	1110	189	292
10	1300	218	336
12	1480	243	362
14	1640	268	405
16	1760	288	431
18	1900	303	459
20	2050	324	483
22	2160	345	507
24	2250	360	534
26	2350	373	552
28	2400	385	568
30	2490	394	581





# 波尔共振实验

在机械制造和建筑工程等科技领域中受迫振动所导致的共振现象引起工程技术人员极大注意，既有破坏作用，但也有许多实用价值。众多电声器件是运用共振原理设计制作的。此外，在微观科学研究中“共振”也是一种重要研究手段，例如利用核磁共振和顺磁共振研究物质结构等。

表征受迫振动性质是受迫振动的振幅—频率特性和相位—频率特性（简称幅频和相频特性）。

本实验中采用波尔共振实验仪定量测定机械受迫振动的幅频特性和相频特性，并利用频闪方法来测定动态的物理量——相位差。数据处理与误差分析方面内容也较丰富。

## 一、实验目的

1. 研究波尔共振仪中弹性摆轮受迫振动的幅频特性和相频特性。
2. 研究不同阻尼力矩对受迫振动的影响，观察共振现象。
3. 学习用频闪法测定运动物体的某些量，例相位差。
4. 学习系统误差的修正。

## 二、实验仪器

THQBE-1 型 波尔共振实验仪由实验仪和实验对象两部分组成。实验对象部分如图 1 所示，铜质圆形摆轮 A 安装在机架上，弹簧 B 的一端与摆轮 A 的轴相联，另一端可固定在机架支柱上，在弹簧弹性力的作用下，摆轮可绕轴自由往复摆动。在摆轮的外围有一卷槽型缺口，其中一个长形凹槽 C 比其它凹槽长出许多。

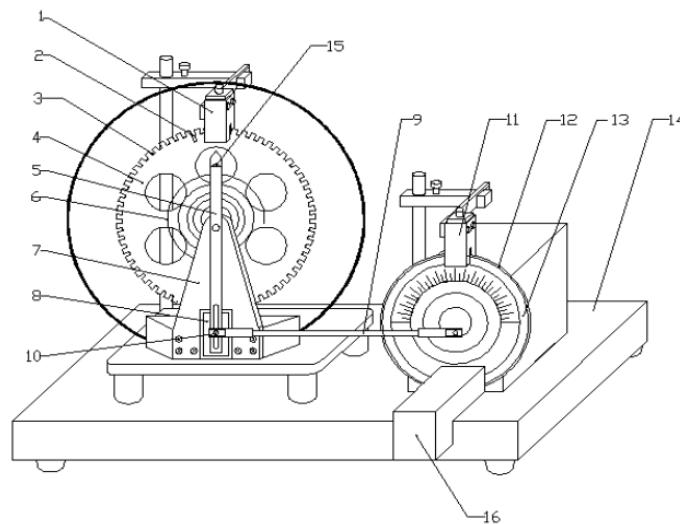


图 1 THQBE-1 型 波尔共振实验仪

1. 光电门 H; 2. 长凹槽 C; 3. 短凹槽 D; 4. 铜质摆轮 A; 5. 摇杆 M; 6. 蜗卷弹簧 B; 7. 支承架; 8. 阻尼线圈 K; 9. 连杆 E; 10. 摇杆调节螺丝; 11. 光电门 I; 12. 角度盘 G; 13. 有机玻璃转盘 F; 14. 底座; 15. 弹簧夹持螺钉 L; 16. 闪光灯

机架上对准长型缺口处有一个光电门 H，它与实验仪相联接，用来测量摆轮的振幅角度值和摆轮的振动周期。在机架下方有一对带有铁芯的线圈 K，摆轮 A 恰巧嵌在铁芯的空隙，当线圈中通过直流电流后，摆轮受到一个电磁阻尼力的作用。改变电流的大小即可使阻尼大小相应变化。为使摆轮 A 作受迫振动，在电动机轴上装有偏心轮，通过连杆机构 E 带动摆轮，在电动机轴上装有带刻线的有机玻璃转盘 F，它随电机一起转动。由它可以从角度读数盘 G 读出相位差 $\Phi$ 。调节实验仪上的十圈电机转速调节旋钮，可以精确改变加于电机上的电压，使电机的转速在实验范围（30-45 转/分）内连续可调，由于电路中采用特殊稳速装置、电动机采用惯性很小的带有测速发电机的特种电机，所以转速极为稳定。电机的有机玻璃转盘 F 上装有两个挡光片。在角度读数盘 G 中央上方  $90^{\circ}$  处也有光电门 I（强迫力矩信号），并与实验仪相连，以测量强迫力矩的周期。

受迫振动时摆轮与外力矩的相位差是利用小型闪光灯来测量的。闪光灯受摆轮信号光电门控制，每当摆轮上长型凹槽 C 通过平衡位置时，光电门 H 接受光，引起闪光，这一现象称为频闪现象。在稳定情况时，由闪光灯照射下可以看到有机玻璃指针 F 好象一直“停在”某一刻度处，所以此数值可方便地直接读出，误差不大于  $2^{\circ}$ 。闪光灯放置位置如图 1 所示搁置在底座上。

摆轮振幅是利用光电门 H 测出摆轮读数 A 处圈上凹型缺口个数，并在实验仪液晶显示器上直接显示出此值，精度为  $1^{\circ}$ 。



图 2 THQBE-1 型 波尔共振实验仪前面板

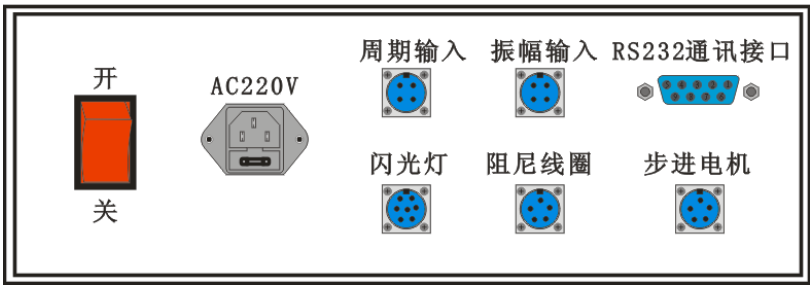


图 3 THQBE-1 型 波尔共振实验仪后面板

THQBE-1 型 波尔共振实验仪前面板和后面板分别如图 2 和图 3 所示。

强迫力周期调节旋钮，可改变强迫力矩的周期。

可以通过软件控制阻尼线圈内直流电流的大小，达到改变摆轮系统的阻尼系数的目的。阻尼档位的选择通过软件控制，共分 3 档，分别是“1 弱”、“2 中”、“3 强”。阻尼电流由恒流源提供，实

验时根据不同情况进行选择。

闪光灯开关用来控制闪光与否，当按下闪光按钮、摆轮长缺口通过平衡位置时便产生闪光，由于频闪现象，可从相位差读盘上看到刻度线似乎静止不动的读数（实际有机玻璃 F 上的刻度线一直在匀速转动），从而读出相位差数值。

实验仪与闪光灯和实验对象之间通过各种专业电缆相连接。不会产生接线错误之弊病。

### 三、实验原理

物体在周期外力的持续作用下发生的振动称为受迫振动，这种周期性的外力称为强迫力。如果外力是按简谐振动规律变化，那么稳定状态时的受迫振动也是简谐振动，此时，振幅保持恒定，振幅的大小与强迫力的频率和原振动系统无阻尼时的固有振动频率以及阻尼系数有关。在受迫振动状态下，系统除了受到强迫力的作用外，同时还受到回复力和阻尼力的作用。所以在稳定状态时物体的位移、速度变化与强迫力变化不是同相位的，存在一个相位差。当强迫力频率与系统的固有频率相同时产生共振，此时振幅最大，相位差为  $90^\circ$ 。

实验采用摆轮在弹性力矩作用下自由摆动，在电磁阻尼力矩作用下作受迫振动来研究受迫振动特性，可直观地显示机械振动中的一些物理现象。

当摆轮受到周期性强迫外力矩  $M = M_0 \cos \omega t$  的作用，并在有空气阻尼和电磁阻尼的媒质中运动时（阻尼力矩为  $-b \frac{d\theta}{dt}$ ）其运动方程为

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = -k\theta - b \frac{d\theta}{dt} + M_0 \cos \omega t \quad (1)$$

式中， $J$  为摆轮的转动惯量， $-k\theta$  为弹性力矩， $M_0$  为强迫力矩的幅值， $\omega$  为强迫力的圆频率。

$$\text{令 } \omega_0^2 = \frac{k}{J}, \quad 2\beta = \frac{b}{J}, \quad m = \frac{m_0}{J}$$

则式（1）变为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\beta \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = m \cos \omega t \quad (2)$$

当  $m \cos \omega t = 0$  时，式（2）即为阻尼振动方程。

当  $\beta = 0$ ，即在无阻尼情况时式（2）变为简谐振动方程，系统的固有频率为  $\omega_0$ 。方程（2）的通解为

$$\theta = \theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_f t + \alpha) + \theta_2 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (3)$$

由式（3）可见，受迫振动可分成两部分：

第一部分， $\theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_f t + \alpha)$  和初始条件有关，经过一定时间后衰减消失。

第二部分，说明强迫力矩对摆轮做功，向振动体传送能量，最后达到一个稳定的振动状态。振幅为

$$\theta_2 = \frac{m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (4)$$

它与强迫力矩之间的相位差为

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\beta T_0^2 T}{\pi(T^2 - T_0^2)} \quad (5)$$

由式(4)和式(5)可看出, 振幅 $\theta_2$ 与相位差 $\varphi$ 的数值取决于强迫力矩 $m$ 、频率 $\omega$ 、系统的固有频率 $\omega_0$ 和阻尼系数 $\beta$ 四个因素, 而与振动初始状态无关。

由 $\frac{\partial}{\partial \omega}[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2] = 0$ 极值条件可得出, 当强迫力的圆频率 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ 时, 产生共振,  $\theta$ 有极大值。若共振时圆频率和振幅分别用 $\omega_r$ 、 $\theta_r$ 表示, 则

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (6)$$

$$\theta_r = \frac{m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}} \quad (7)$$

式(6)、(7)表明, 阻尼系数 $\beta$ 越小, 共振时圆频率越接近于系统固有频率, 振幅 $\theta_r$ 也越大。图4和图5表示出在不同 $\beta$ 时受迫振动的幅频特性和相频特性。

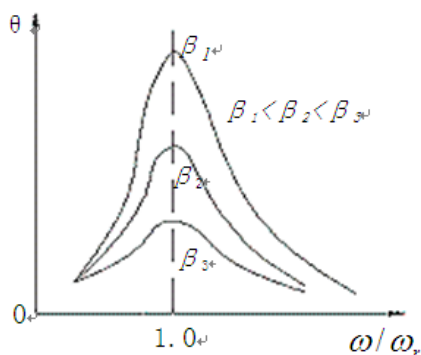


图4 幅频特性曲线

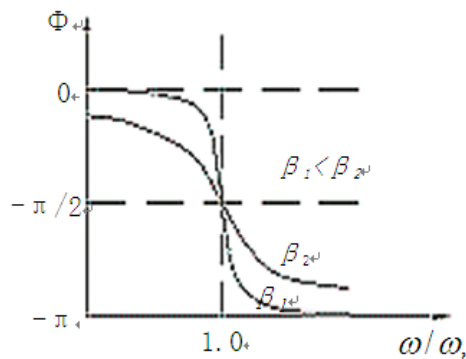


图5 相频特性曲线

## 四、实验内容与步骤

### 1. 实验准备

打开实验仪后面板电源开关后, 屏幕上出现仪器名称界面, 如图6。按确认键进入如图7菜单选择界面。

面板上符号“◀”为光标向左移动; “▶”为光标向右移动; “▲”为向上改变项目; “▼”向下改变项目; 系统默认, 光标不能移动到不能更改项目上。下文中的符号不再重新介绍。

### 2. 自由振荡——摆轮振幅 $\theta$ 与系统固有周期 $T_0$ 的对应值的测量

自由振荡实验的目的, 是为了测量摆轮的振幅 $\theta$ 与系统固有振动周期 $T_0$ 的关系。

在图 6 状态按确认键, 显示图 7 所示的实验类型, 默认选中项为自由振荡, 字体反白为选中。再按确认键显示: 如图 8

<p>THQBE-1型 波尔共振实验仪</p>	<p>实验项目</p> <p>1. 自由振荡</p> <p>2. 阻尼振荡</p> <p>3. 强迫振荡</p>	<p>周期T1= 1.442秒 (摆轮)</p> <p>阻尼 0      振幅 134</p> <p>测量 关 01 查询 返回</p>
-----------------------------	--	---

图 6

图 7

图 8

<p>周期T1= 1.442秒 (摆轮)</p> <p>阻尼 0      振幅 134</p> <p>测量查询 01      返回</p>	<p>阻尼选择</p> <p>阻尼1      阻尼2      阻尼3</p>	<p>周期T1= 1.442秒 (摆轮)</p> <p>阻尼 1      振幅 134</p> <p>测量 关 01 查询 返回</p>
---	--	---

图 9

图 10

图 11

用手转动摆轮  $160^\circ$  左右, 放开手后按 “ $\pi$ ” 或 “ $\theta$ ” 键, 测量状态由 “关” 变为 “开”, 实验仪开始记录实验数据, 振幅的有效数值范围为:  $160^\circ \sim 50^\circ$  (振幅小于  $160^\circ$  测量开, 小于  $50^\circ$  测量自动关闭)。测量显示关时, 此时数据已保存到实验仪。

查询实验数据, 可按 “ $\tau$ ” 或 “ $\nu$ ” 键, 选中查询, 再按确认键如图 9 所示, 表示第一次记录的振幅  $\theta_0 = 134^\circ$ , 对应的周期  $T = 1.442$  秒, 然后按 “ $\pi$ ” 或 “ $\theta$ ” 键查看所有记录的数据, 该数据为每次测量振幅相对应的周期数值, 回查完毕, 按确认键, 返回到图 8 状态。此法可作出振幅  $\theta$  与  $T_0$  的对应表。该对应表将在稍后的 “幅频特性和相频特性” 数据处理过程中使用。

若进行多次测量可重复操作, 自由振荡完成后, 选中返回, 按确认键回到前面图 7 界面选择进行其它实验。

因实验仪只记录每次摆轮周期变化时所对应的振幅值, 因此有时转盘转过光电门几次, 测量才记录一次 (其间能看到振幅变化)。

#### 4. 测定阻尼系数 $\beta$

在图 7 状态下, 根据实验要求, 按 “ $\theta$ ” 键, 选中阻尼振荡, 按确认键显示阻尼: 如图 10。阻尼分三个档次, 阻尼 1 最小, 根据自己实验要求选择阻尼档, 例如选择阻尼 1 档, 按确认键显示: 如图 11。

首先将角度盘指针 F 放在  $0^\circ$  位置, 用手转动摆轮  $160^\circ$  左右, 选取  $\theta_0$  在  $150^\circ$  左右, 按 “ $\pi$ ” 或 “ $\theta$ ” 键, 测量由 “关” 变为 “开”, 松开手中的摆轮, 实验仪开始记录数据, 记录十组数据后, 测量自动关闭, 此时振幅大小还在变化, 但仪器已经停止记数。

阻尼振荡的查询同自由振荡类似, 请参照上面操作。若改变阻尼档测量, 重复阻尼一的操作步骤即可。

从液显窗口读出摆轮作阻尼振动时的振幅数值  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ …… $\theta_n$ , 利用公式

$$\ln \frac{\theta_0 e^{-\beta t}}{\theta_0 e^{-\beta(t+nT)}} = n\beta \bar{T} = \ln \frac{\theta_0}{\theta_n} \quad (8)$$

求出 $\beta$  值，式中  $n$  为阻尼振动的周期次数， $\theta_n$  为第  $n$  次振动时的振幅， $\bar{T}$  为阻尼振动周期的平均值。此值可以测出 10 个摆轮振动周期值，然后取其平均值。一般阻尼系数需测量 2-3 次。

## 5. 测定强迫振荡的幅度特性和相频特性曲线

在进行强迫振荡前必须先做阻尼振荡，否则无法实验。

仪器在图 7 状态下，选中**强迫振荡**，按确认键，显示如图 12 界面，默认状态选中**电机**。

周期*1 = 秒（摆轮） = 秒（电机）	周期*1 = 1.425秒（摆轮） = 1.425秒（电机）	周期*10 = 秒（摆轮） = 秒（电机）
阻尼 1 振幅 脉冲 Hz	阻尼 1 振幅 122 脉冲 600Hz	阻尼 1 振幅 脉冲 600Hz
测量关 周期 01 <b>电机</b> 关 返回	测量关 <b>周期</b> 01 电机开 返回	测量开 <b>周期</b> 10 电机开 返回

图 12

图 13

图 14

按“ $\pi$ ”或“ $\theta$ ”键，让电机启动。此时保持周期为 1，待摆轮和电机的周期相同，特别是振幅已稳定，变化不大于 1，表明两者已经稳定了(如图 13)，方可开始测量。

测量前应先选中**周期**，按“ $\pi$ ”或“ $\theta$ ”键把周期由 1(如图 12)改为 10(如图 14)，目的是为了减少误差。再选中**测量**，按下“ $\pi$ ”或“ $\theta$ ”键，测量打开并记录数据（如图 14）。

一次测量完成，显示**测量**关后，读取摆轮的振幅值，并利用闪光灯测定强迫振荡位移与强迫力间的相位差。

调节“强迫力周期调节”旋钮，改变电机的转速，即改变强迫外力矩频率 $\omega$ ，从而改变电机转动周期。电机转速的改变可按照 $\Delta\varphi$ 控制在 $10^\circ$ 左右来定，可进行多次这样的测量。

每次改变了强迫力矩的周期，都需要等待系统稳定，约需两分钟，即返回到图 13 状态，等待摆轮和电机的周期相同，然后再进行测量。

在共振点附近由于曲线变化较大，因此测量数据相对密集些，此时电机转速极小变化会引起 $\Delta\varphi$ 很大改变。建议在不同 $\omega$ 时都记下此值，以便实验中快速寻找要重新测量时参考。

测量相位时应把闪光灯放在电动机转盘前下方，按下闪光灯按钮，根据频闪现象来测量，仔细观察相位位置。

强迫振荡测量完毕，按“ $\tau$ ”或“ $\upsilon$ ”键，选中**返回**，按确定键，重新回到图 7 状态。

## 6、关机

实验完毕，将实验仪背面电源开关打向关，关闭实验仪结束实验。

## 五、实验数据

### 1. 摆轮振幅 $\theta$ 与系统固有周期 $T_0$ 关系。

表 1 振幅 $\theta$ 与 $T_0$ 关系

振幅 $\theta$	固有周期 $T_0$ (s)	振幅 $\theta$	固有周期 $T_0$ (s)	振幅 $\theta$	固有周期 $T_0$ (s)	振幅 $\theta$	固有周期 $T_0$ (s)

### 2. 阻尼系数 $\beta$ 的计算

利用公式 (9) 对所测数据(表 2)按逐差法处理, 求出 $\beta$  值。

$$5\beta\bar{T} = \ln \frac{\theta_i}{\theta_{i+5}} \quad (9)$$

$i$  为阻尼振动的周期次数,  $\theta_i$  为第  $i$  次振动时的振幅。

表 2 阻尼档位 \_\_\_\_\_

序号	周期 $T_i$ (s)	振幅 $\theta_i$ (°)	序号	周期 $T_i$ (s)	振幅 $\theta_i$ (°)	$\ln \frac{\theta_i}{\theta_{i+5}}$
1			6			
2			7			
3			8			
4			9			
5			10			
平均周期 $\bar{T}$ (s)			$\ln \frac{\theta_i}{\theta_{i+5}}$ 平均值			

### 3. 幅频特性和相频特性测量

将记录的实验数据填入表 3，并查询振幅 $\theta$  与固有频率 $T_0$  的对应表，获取对应的 $T_0$ 值，也填入表 3。

表 3 幅频特性和相频特性测量数据记录表

阻尼档位\_\_\_\_\_

脉冲频率值 (Hz)	强迫力矩周期 $T$ (秒)	振幅测量值 $\theta$ (度)	查表 1 与振幅 $\theta$ 对应的固有周期 $T_0$ (秒)	相位差测量值 $\varphi$ (度)	相位差理论值 (度) $\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\beta T_0^2 T}{\pi(T^2 - T_0^2)}$	频率比例 $\frac{\omega}{\omega_r}$

## 六、数据处理

1. 根据实验数据和公式（9）计算出阻尼系数。
2. 以 $\omega/\omega_r$  为横轴， $\theta$  为纵轴，作出幅频特性 $\theta-\omega/\omega_r$  曲线；以 $\omega/\omega_r$  为横轴，相位差 $\varphi$  为纵轴，作相频特性 $\varphi-\omega/\omega_r$  曲线。
3. 做出误差分析并根据实验结果做出实验总结。

## 七、注意事项

1. 强迫振荡实验时，调节仪器面板“强迫力周期调节”旋钮，从而改变电机转动周期，该实验必须做 10 次以上，其中必须包括电机转动周期与自由振荡实验时的自由振荡周期相同的数值。
2. 在作强迫振荡实验时，须待电机与摆轮的周期相同（末位数差异不大于 2）即系统稳定后，方可记录实验数据。且每次改变了变强迫力矩的周期，都需要重新等待系统稳定。
3. 因为闪光灯的高压电路及强光会干扰光电门采集数据，因此须待一次测量完成，显示测量关后，才可使用闪光灯读取相位差。



# 霍尔效应实验

置于磁场中的载流体，如果电流方向与磁场垂直，则在垂直于电流和磁场的方向会产生一附加的横向电场，这个现象是霍普金斯大学研究生霍尔于1879年发现的，后被称为霍尔效应。如今霍尔效应不但是测定半导体材料电学参数的主要手段，而且利用该效应制成的霍尔器件已广泛用于非电量的电测量、自动控制和信息处理等方面。在工业生产要求自动检测和控制的今天，作为敏感元件之一的霍尔器件，将有更广泛的应用前景。熟悉并掌握这一具有实用性的实验，对日后的工作将是十分必要的。

## 一、实验目的

- 1、了解霍尔效应实验原理以及有关霍尔器件对材料要求的知识。
- 2、学习用“对称测量法”消除副效应的影响，测量试样的  $U_H-I_S$  和  $U_H-I_M$  曲线。
- 3、确定试样的导电类型、载流子浓度以及迁移率。

## 二、实验原理

### 1. 霍尔效应：

霍尔效应从本质上讲是运动的带电粒子在磁场中受洛伦兹力作用而引起的偏转。当带电粒子（电子或空穴）被约束在固体材料中，这种偏转就导致在垂直电流和磁场方向上产生正负电荷的聚积，从而形成附加的横向电场，即霍尔电场  $E_H$ 。如图 1 所示的半导体样品，若在 x 方向通以电流  $I_s$ ，在 z 方向加磁场 B，则在 y 方向即试样 A—A' 电极两侧就开始聚集异号电荷而产生相应的附加电场。电场的指向取决于试样的导电类型。对图 1(a) 所示的 N 型样品，霍尔电场逆 y 方向，(b) 的 P 型样品则沿 y 方向。即有：

$$E_H(Y) < 0 \Rightarrow (\text{N型})$$

$$E_H(Y) > 0 \Rightarrow (\text{P型})$$

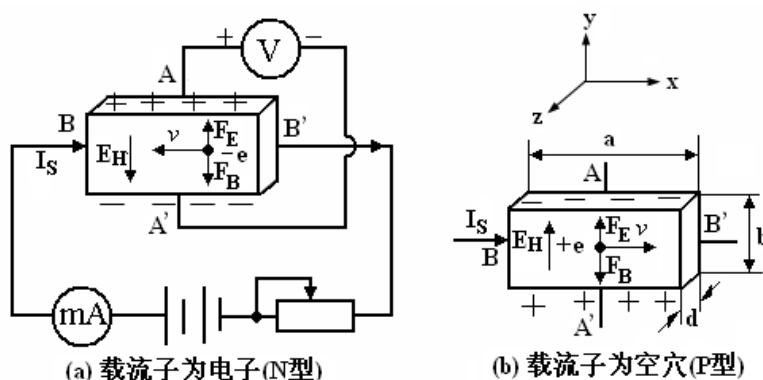


图1 霍尔效应实验原理示意图

显然，霍尔电场  $E_H$  是阻止载流子继续向侧面偏移，当载流子所受的横向电场力  $eE_H$  与洛伦兹力  $e\vec{v}B$  相等，样品两侧电荷的积累就达到动态平衡，故有：

$$eE_H = e\vec{v}B \quad (1)$$

其中  $E_H$  为霍尔电场,  $\bar{v}$  是载流子在电流方向上的平均漂移速度。

设样品的长为  $w$ , 宽为  $b$ , 厚度为  $d$ , 载流子浓度为  $n$ , 则:

$$I_s = ne\bar{v}bd \quad (2)$$

由 (1)、(2) 两式可得:

$$U_H = E_H b = \frac{1}{ne} \frac{I_s B}{d} = R_H \frac{I_s B}{d} \quad (3)$$

即霍尔电压  $U_H$  ( $A, A'$  电极之间的电压) 与  $I_s B$  乘积成正比与试样厚度  $d$  成反比。比例系数  $R_H = 1/ne$  称为霍尔系数, 它是反映材料霍尔效应强弱的重要参数。只要测出  $U_H$  (V) 以及知道  $I_s$  (A)、 $B$  (T) 和  $d$  (m) 可按下式计算  $R_H$  ( $m^3/C$ ):

$$R_H = \frac{U_H d}{I_s B} \quad (4)$$

## 2. 霍尔系数 $R_H$ 与其它参数间的关系:

根据  $R_H$  可进一步确定以下参数:

(1) 由  $R_H$  的符号 (或霍尔电压的正负) 判断样品的导电类型。判别的方法是按图 1 所示的  $I_s$  和  $B$  的方向, 若测得的  $U_H = V_{A'A} < 0$ , 即点  $A$  点电位高于点  $A'$  的电位, 则  $R_H$  为负, 样品属 N 型; 反之则为 P 型。

(2) 由  $R_H$  求载流子浓度  $n$ 。

$$n = \frac{B}{e \cdot d} \cdot \frac{I_s}{U_H} = \frac{1}{|R_H| \cdot e} \quad (5)$$

应该指出, 这个关系式是假定所有载流子都具有相同的漂移速度得到的, 严格一点, 如果考虑载流子的速度统计分布, 需引入  $3/8\pi$  的修正因子 (可参阅黄昆、谢希德著《半导体物理学》)。

(3) 结合电导率的测量, 求载流子的迁移率  $\mu$ 。电导率  $\sigma$  与载流子浓度  $n$  以及迁移率  $\mu$  之间有如下关系:

$$\sigma = ne\mu \quad (6)$$

即  $\mu = |R_H| / \sigma$ , 测出  $\sigma$  值即可求  $\mu$ 。

## 3. 霍尔效应与材料性能的关系:

根据上述可知, 要得到大的霍尔电压, 关键是要选择霍尔系数大 (即迁移率高、电阻率  $\rho$  亦较高) 的材料。因  $|R_H| = \mu \rho$ , 就金属导体而言,  $\mu$  和  $\rho$  均很低, 而不良导体  $\rho$  虽高, 但  $\mu$  极小, 因而上述两种材料的霍尔系数都很小, 不能用来制造霍尔器件。半导体  $\mu$  高,  $\rho$  适中, 是制造霍尔元件较理想的材料, 由于电子的迁移率比空穴迁移率大, 所以霍尔元件多采用 N 型材料, 其次霍尔电压的大小与材料的厚度成反比, 因此薄膜型的霍尔元件的输出电压较片状要高得多。就霍尔器件而言, 其厚度是一定的, 所以实际上采用

$$K_H = \frac{1}{ned} \quad (7)$$

来表示器件的灵敏度， $K_H$ 称为霍尔灵敏度，单位为  $\text{mV}/(\text{mA} \cdot \text{T})$ 。

#### 4. 实验方法

##### (1) 霍尔电压 $U_H$ 的测量方法

值得注意的是，在产生霍尔效应的同时，因伴随着各种副效应，以致实验测得的  $A$ 、 $A'$  两极间的电压并不等于真实的霍尔电压  $U_H$  值，而是包含着各种副效应所引起的附加电压，因此必须设法消除。根据副效应产生的机理（参阅附录）可知，采用电流和磁场换向的对称测量法，基本上能把副效应的影响从测量结果中消除。即在规定了电流和磁场正、反方向后，分别测量由下列四组不同方向的  $I_S$  和  $B$  组合的  $V_{A'A}$  ( $A'$ 、 $A$  两点的电位差) 即：

$+B, +I_S$	$V_{A'A} = V_1$
$-B, +I_S$	$V_{A'A} = V_2$
$-B, -I_S$	$V_{A'A} = V_3$
$+B, -I_S$	$V_{A'A} = V_4$

然后求  $V_1$ 、 $V_2$ 、 $V_3$  和  $V_4$  的代数平均值。

$$U_H = \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4} \quad (8)$$

通过上述的测量方法，虽然还不能消除所有的副效应，但其引入的误差不大，可以略而不计。

##### (2) 电导率 $\sigma$ 的测量

$\sigma$  可以通过图 1 所示的 B、B' 电极进行测量，设 B、B' 间的距离为  $l$ ，样品的横截面积为  $S = bd$ ，流经样品的电流为  $I_S$ ，在零磁场下，若测得 B、B' 间的电位差为  $U_0$  (即  $V_{AC}$ )，可由下式求得：

$$\sigma = \frac{I_S l}{U_0 S} \quad (9)$$

### 三、实验内容与步骤

#### (a) 测量霍尔电压 $U_H$ 和霍尔电流 $I_S$ 的关系

- 1、按要求连接导线。
- 2、轻轻地把霍尔探头移动到电磁场的磁隙的中间。
- 3、打开所有电源开关。
- 4、 $U_H/U_\sigma$  切换开关设置为霍尔电压  $U_H$  测量。
- 5、霍尔电流  $I_S$  和励磁电流  $I_M$  全部调到零，2 个电流换向开关均置于“正向”。
- 6、设置励磁电流  $I_M$  (0-1000mA 电流) 到某个值 (比如：500mA)，并且记录下此时的磁场  $B$  的大小。
- 7、慢慢地增大霍尔电流  $I_S$ ，通过换向开关改变  $I_S$  和  $I_M$  的输出电流方向，记录霍尔电压  $U_H$  到表 1。

表1 测绘  $U_H$ - $I_S$  实验曲线数据记录表 $I_M = 500\text{mA}$ , 磁场强度  $B = \underline{\hspace{2cm}}$  mT

$I_S$ (mA)	$V_1$ (mV)	$V_2$ (mV)	$V_3$ (mV)	$V_4$ (mV)	$U_H = \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4}$ (mV)
	$+B, +I_S$	$-B, +I_S$	$-B, -I_S$	$+B, -I_S$	
1.00					
1.50					
2.00					
2.50					
3.00					
3.50					
4.00					
.....					

(b) 测量霍尔电压  $U_H$  和磁场  $B$  的关系 (需特斯拉计或者查表)

1. 按要求连接导线。
2. 旋开特斯拉计探头的保护套, 探头固定在导轨的支架上, 把探头置于磁场中, 调节探头与磁场方向垂直。(不配特斯拉计则跳过此步骤)
3. 轻轻地把霍尔探头移动到电磁场的磁隙的中间。(不配特斯拉计则跳过此步骤)
4. 打开所有电源开关。
5.  $U_H/U_\sigma$  切换开关设置为霍尔电压  $U_H$  测量。
6. 霍尔电流  $I_S$  和励磁电流  $I_M$  全部调到零, 2个电流换向开关均置于“正向”。
7. 设置霍尔电流  $I_S$  (0-10mA) 到某个固定的值 (比如: 5mA)。
8. 慢慢增大励磁电流  $I_M$  (0-1000mA 电流), 通过换向开关改变  $I_S$  和  $I_M$  的输出电流方向, 记录下霍尔电压  $U_H$  和磁场强度  $B$  (特斯拉计测得或者查表获得) 的关系到表2:

表2 测绘  $U_H$ - $B$  实验曲线数据记录表 $I_S = 5.00 \text{ mA}$ 

$I_M$ (mA)	$B$ (mT)	$V_1$ (mV)	$V_2$ (mV)	$V_3$ (mV)	$V_4$ (mV)	$U_H = \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4}$ (mV)
		$+B, +I_S$	$-B, +I_S$	$-B, -I_S$	$+B, -I_S$	
100						
200						
300						
400						
500						
.....						

### (c) 测量霍尔元件的电导率 $\sigma$ (选做)

1. 按要求连接导线。
2.  $U_H/U_\sigma$  切换开关设置为电压 $U_\sigma$  测量。
3. 霍尔电流 $I_S$ 和励磁电流 $I_M$ 全部调到零, 2个电流换向开关均置于“正向”。
4. 调节霍尔电流 $I_S=1.00\text{mA}$ , 记录电压表显示的电压 $U_\sigma$ 。
5. 计算电导率, 根据公式(9)  $\sigma = \frac{I_S l}{U_\sigma S}$ , 霍尔元件尺寸: 长 $l=3.9\text{mm}$ , 宽 $b=2.3\text{mm}$ , 厚 $d=1.2\text{mm}$ ;

### (d) 确定样品导电类型 (选做)

1.  $U_H/U_\sigma$  切换开关设置为电压  $U_H$  测量。
2. 霍尔电流 $I_S$ 和励磁电流 $I_M$ 全部调到零, 2个电流换向开关均置于“正向”。
3. 调节  $I_S=2.00\text{mA}$ ,  $I_M=500\text{mA}$ , 测量  $U_H$  大小及极性, 由此判断样品导电类型。

### \*(e) 测水平方向磁场分布 ( $I_S=2.00\text{mA}$ , $I_M=600\text{mA}$ ) (选做)

1. 按要求连接导线。
2.  $U_H/U_\sigma$  切换开关设置为霍尔电压 $U_H$ 测量。
3. 打开电源, 设置 $I_S=2.00\text{mA}$ ,  $I_M=600\text{mA}$ 。
4. 根据导轨上面的刻度尺慢慢移动霍尔效应探头, 记录不同位置下的霍尔电压 $U_H$ 。
5. 根据前面实验得到的霍尔系数 $R_H$ , 计算出磁场强度 $B$ 。
6. 描绘水平方向磁场分布曲线。

## 四、数据处理

1. 用Excel描绘霍尔电压 $U_H-I_S$ 的曲线, 求斜率;
2. 用Excel描绘霍尔电压 $U_H-B$ 的曲线, 求斜率;
3. 计算霍尔系数 $R_H$ 。霍尔元件尺寸: 长 $l=3.9\text{mm}$ , 宽 $b=2.3\text{mm}$ , 厚 $d=1.2\text{mm}$ ; 根据公式 (4):

$$R_H = \frac{U_H d}{I_S B}$$

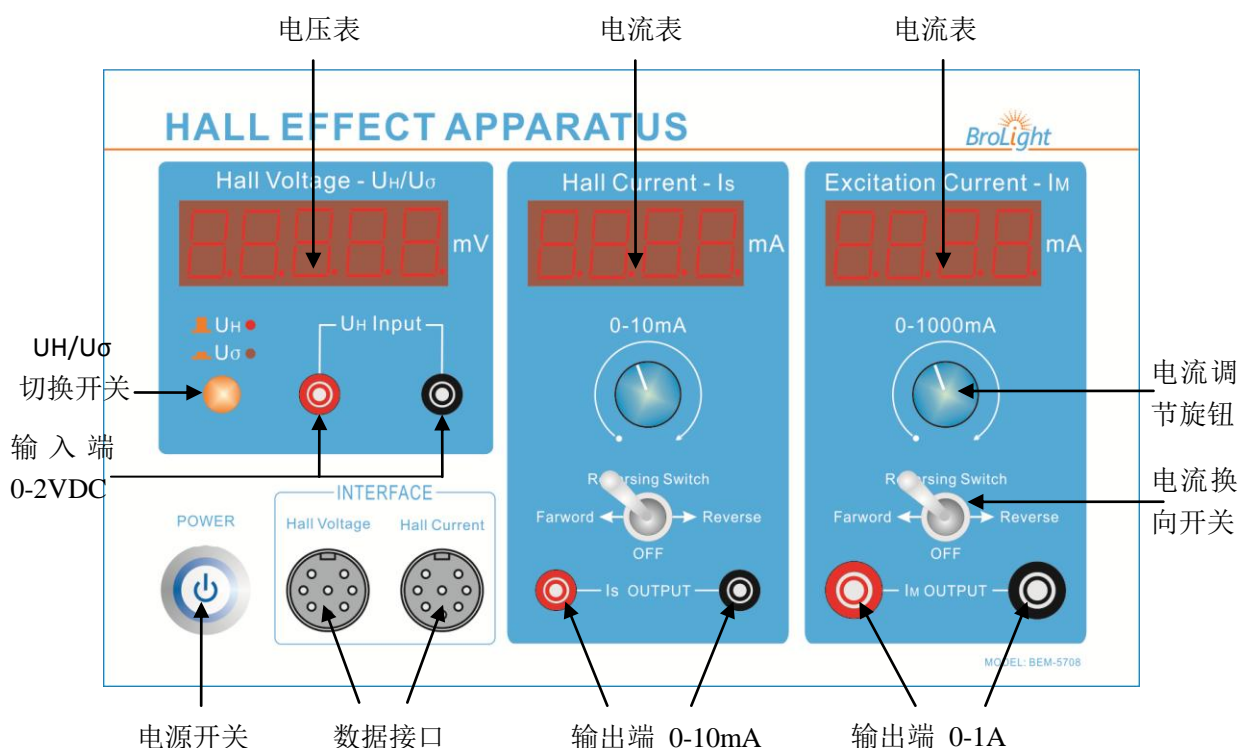
4. 计算载流子浓度 $n$ , 根据公式 (5):

$$n = \frac{B}{e \cdot d} \cdot \frac{I_S}{U_H} = \frac{1}{|R_H| \cdot e}$$

5. 计算电导率, 根据公式 (9)  $\sigma = \frac{I_S l}{U_\sigma S}$ , 霍尔元件尺寸: 长 $l=3.9\text{mm}$ , 宽 $b=2.3\text{mm}$ , 厚 $d=1.2\text{mm}$ ;
6. 计算迁移率  $\mu = |R_H| / \sigma$ 。

## 五、实验仪器介绍

### 霍尔效应实验仪，（HALL EFFECT APPARATUS）



- 电源开关：控制设备电源的开和关。
- 电流换向开关：改变输出电流的方向。
- 输出端：输出工作电源。
- 电流表：显示输出端口的电流值。
- 数据接口：连接到PASC0 850/550数据采集端口，霍尔电压（Hall Voltage）0-2V VS 0-2V；霍尔电流（Hall Current）0-10mA VS 0-1.0V。
- 电压表：显示输入端口的电压值。
- 电流调节旋钮：调节输出电流大小。
- $U_H/U_\sigma$  切换开关：切换电压表显示的电压为 $U_H$ 或 $U_\sigma$ 。
- 输入端：输入霍尔电压。

### 特斯拉计， 0-2000mT



- 电源适配器：直流电源适配器12V/1A。
- 调零：调节显示表为零。
- 数据接口：连接到数据采集器，0-2000mT VS 0-2.0V。
- 探头连接器：连接特斯拉计的探头。
- 磁场强度显示表：显示特斯拉计测量到的磁场强度数值。

## 导线的连接

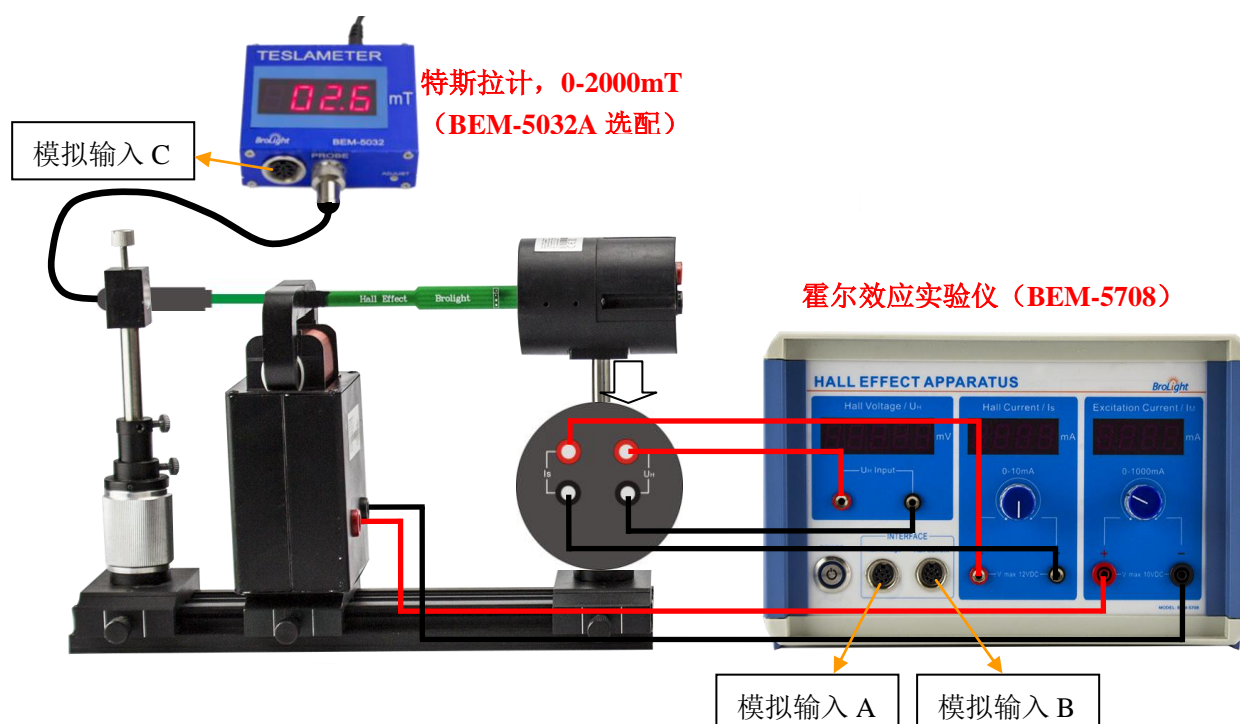
注意：在您连接任何导线之前，请确认所有电源都处于关闭状态，所有的电压（电流）调节旋钮都逆时针旋到底。

110-120V~/220-240~

请确认您所在地的市电电压，并拨到与之相对应的电压。



## 霍尔效应实验接线图：



- 用护套连接线把磁场线圈连接到霍尔效应实验仪“Excitation Current/ $I_M$ ”0-1000mA的输出端。
- 用香蕉插头线连接霍尔效应实验仪“Hall Current/ $I_s$ ”0-10mA电流输出端到霍尔效应探测单元的“ $I_s$ ”端口。
- 用香蕉插头线连接霍尔效应实验仪的霍尔电压输入端口“ $U_H$  Input”到霍尔效应探测单元的“ $U_H$ ”端口。
- 把特斯拉计探头连接到BEM-5032A仪表的“PROBE”上。（不配特斯拉计请跳过此步）
- 连接各个设备的电源线，用电源线连接设备后面的“AC POWER CORD, AC 110-120V~/220-240V~, 50/60Hz”插口和市电插座。

（注意：请选择正确的输入电压，110-120V~ OR 220-240V~）。

## 附录1：实验结果

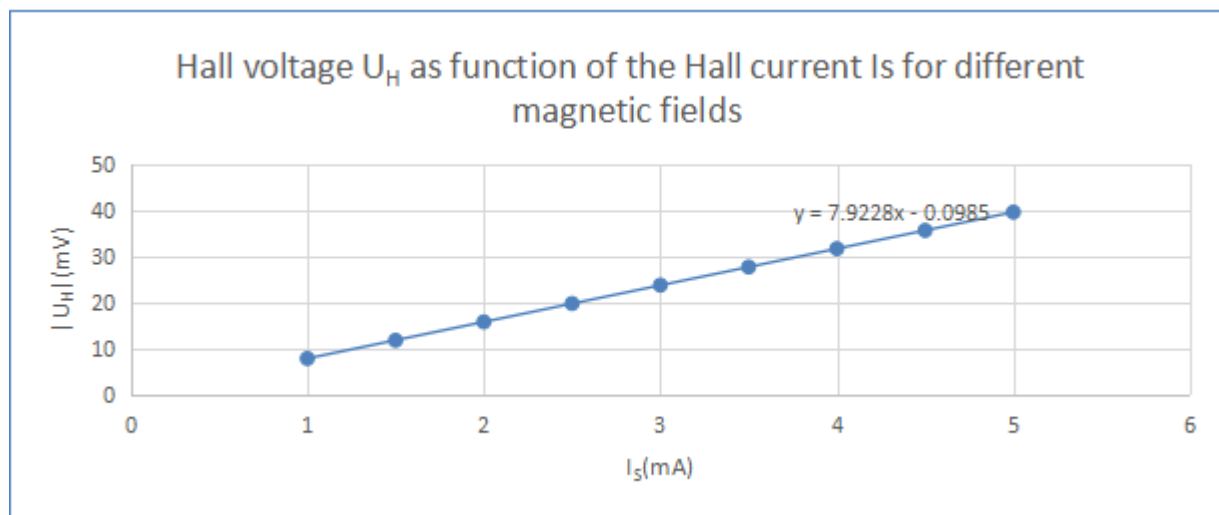
### 实验数据样本

#### (a) 测量霍尔电压 $U_H$ 和霍尔电流 $I_S$ 的关系

表 1 测绘  $U_H$ - $I_S$  实验曲线数据记录表

$I_M = 500\text{mA}$ , 磁场强度  $B = 40.2 \text{ mT}$

$I_S \text{ (mA)}$	$V_1 \text{ (mV)}$	$V_2 \text{ (mV)}$	$V_3 \text{ (mV)}$	$V_4 \text{ (mV)}$	$U_H = \left  \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4} \right  \text{ (mV)}$
	$+B, +I_S$	$-B, +I_S$	$-B, -I_S$	$+B, -I_S$	
1.00	-8.6	7	-7.1	8.6	7.825
1.50	-13.0	10.6	-10.6	12.9	11.755
2.00	-17.3	14.2	-14.2	17.3	15.750
2.50	-21.7	17.8	-17.8	21.6	19.725
3.00	-26.1	21.3	-21.4	26.0	23.700
3.50	-30.5	24.8	-24.9	30.3	27.625
4.00	-34.8	28.4	-28.5	34.7	31.600
4.50	-39.2	31.9	-32.0	39.1	35.550
5.00	-43.6	35.4	-35.6	43.4	39.500
.....					



计算:

$l = 3.9\text{mm}$ ,  $b = 2.3\text{mm}$ ,  $d = 1.2\text{mm}$ ;  $I_M = 500\text{mA}$ ,  $B = 40.2\text{mT}$

斜率  $U_H/I_S = -7.9228\text{V/A}$

根据公式 (4), 霍尔系数  $R_H$ :

$$R_H = d \cdot U_H / (I_S \cdot B) = 1.2 \times 10^{-3} \times 7.9228 / 0.0402 = 0.2365 \text{ m}^3/\text{C}$$

根据公式 (5), 载流子浓度  $n$ :

$$n = \frac{B}{e \cdot d} \cdot \frac{I_S}{U_H} = \frac{1}{|R_H| \cdot e} = 1 / (0.2365 \times 1.6 \times 10^{-19}) = 2.6 \times 10^{19} \text{ (1/m}^3\text{)}$$

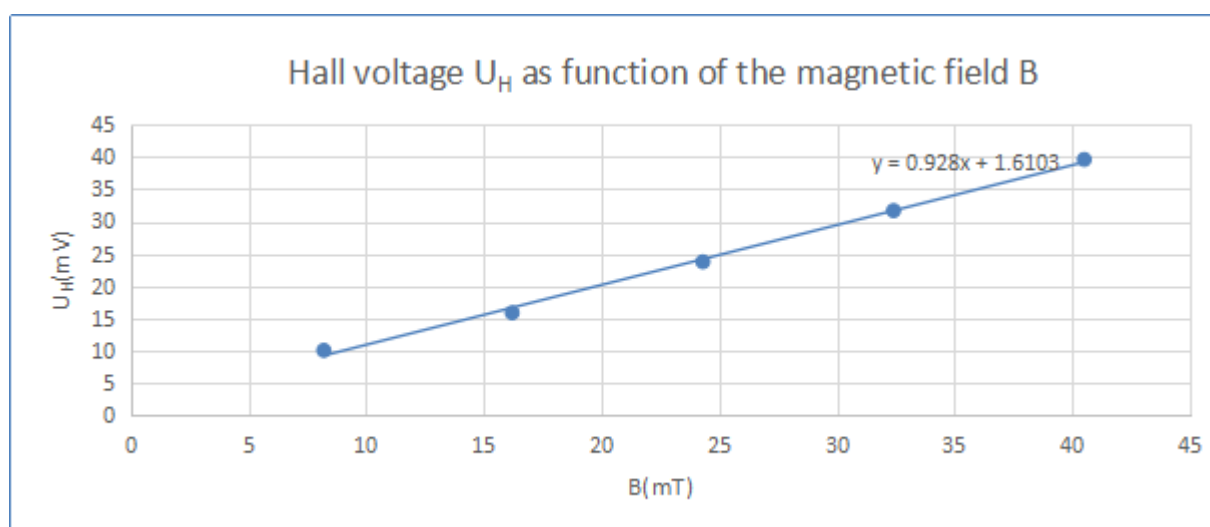


(b)测量霍尔电压 $U_H$ 和磁场 $B$ 的关系（需特斯拉计或者查表）

表2 测绘 $U_H$ - $B$ 实验曲线数据记录表

$I_S=5.00\text{ mA}$

$I_M$ (mA)	$B$ (mT)	$V_1$ (mV)	$V_2$ (mV)	$V_3$ (mV)	$V_4$ (mV)	$U_H = \left  \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4} \right $ (mV)
		$+B, +I_S$	$-B, +I_S$	$-B, -I_S$	$+B, -I_S$	
100	8.2	-12.0	3.9	-4.1	11.9	10.025
200	16.2	-19.9	11.8	-12.0	19.7	15.850
300	24.3	-27.8	19.7	-19.8	27.7	23.750
400	32.4	-35.7	27.6	-27.8	35.6	31.675
500	40.5	-43.6	35.5	-35.7	43.6	39.600
.....						



计算：斜率  $U_H/B=0.928\text{V/T}$

(c)测量霍尔元件的电导率 $\sigma$

计算：

$I_S=2\text{mA}$ ,  $U_H=1649\text{mV}$ ,  $R_H=0.2365\text{ m}^3/\text{C}$ ;  $l=3.9\text{mm}$ ,  $b=2.3\text{mm}$ ,  $d=1.2\text{mm}$

根据公式(9), 电导率 $\sigma$ ：

$$\sigma = \frac{I_S l}{U_H S} = 0.002 \times 3.9 \times 10^{-3} / (1649 \times 10^{-3} \times 1.2 \times 10^{-3} \times 2.3 \times 10^{-3}) = 1.714\text{ S/m}$$

则迁移率为：

$$\mu = |R_H| / \sigma = 0.2365 \times 1.714 = 0.4054\text{ m}^2/\text{Vs}$$

(d)确定样品导电类型

计算：

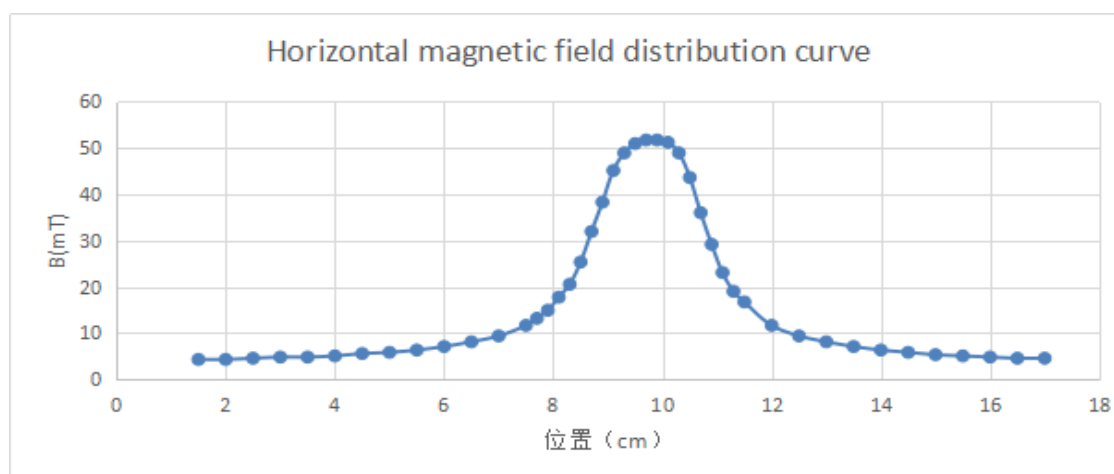
$I_S=2.00\text{mA}$ ,  $I_M=500\text{mA}$ ,  $U_H=-17.4\text{mV}$

$U_H = V_{A'A} < 0$ , 即点A点电位高于点A'的电位, 则 $R_H$ 为负, 样品属N型

**\* (e) 测水平方向磁场分布 ( $I_s=2.00\text{mA}$  ,  $I_r=600\text{mA}$ )**

U 型磁场线圈固定位置: 25cm 处

位置 (cm)	17	16.5	16	15.5	15	14.5	14	13.5	13	12.5	12
B(mT)	4.57	4.57	4.82	5.07	5.33	5.84	6.34	7.10	8.12	9.39	11.67
位置 (cm)	11.5	11.3	11.1	10.9	10.7	10.5	10.3	10.1	9.9	9.7	9.5
B(mT)	16.74	19.03	23.09	29.18	36.03	43.64	48.96	51.25	51.75	51.75	50.99
位置 (cm)	9.3	9.1	8.9	8.7	8.5	8.3	8.1	7.9	7.7	7.5	7
B(mT)	48.96	45.16	38.31	31.97	25.37	20.55	17.76	14.94	13.19	11.67	9.39
位置 (cm)	6.5	6	5.5	5	4.5	4	3.5	3	2.5	2	1.5
B(mT)	8.12	7.10	6.34	5.84	5.58	5.07	4.82	4.82	4.57	4.31	4.31



## 附录2:

### 1. 霍尔器件中的副效应及其消除方法

#### (1) 不等势电压 $V_0$

这是由于测量霍尔电压的电极  $A$  和  $A'$  位置难以做到在一个理想的等势面上, 因此当有电流  $I_S$  通过时, 即使不加磁场也会产生附加的电压  $V_0 = I_S r$ , 其中  $r$  为  $A$ 、 $A'$  所在的两个等势面之间的电阻 (如图 22-3 所示)。  $V_0$  的符号只与电流  $I_S$  的方向有关, 与磁场  $B$  的方向无关, 因此,  $V_0$  可以通过改变  $I_S$  的方向予以消除。

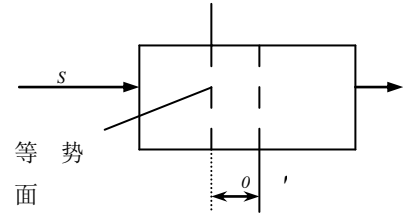


图 5.3-3 不等势电压

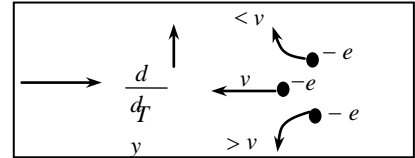


图 5.3-4 温差电效应引起的附加电压

#### (2) 温差电效应引起的附加电压 $V_E$

如图 22-4 所示, 由于构成电流的载流子速度不同, 若速度为  $v$  的载流子所受的洛伦兹力与霍尔电场力的作用刚好抵消, 则速度大于或小于  $v$  的载流子在电场和磁场作用下, 将各自朝对立面偏转, 从而在  $y$  方向引起温差  $T_A - T_{A'}$ , 由此产生的温差电效应。在  $A$ 、 $A'$  电极上引入附加电压  $V_E$ , 且  $V_E \propto I_S B$ , 其符号与  $I_S$  和  $B$  的方向与  $V_H$  是相同的, 因此不能用改变  $I_S$  和  $B$  方向的方法予以消除, 但其引入的误差很小, 可以忽略。

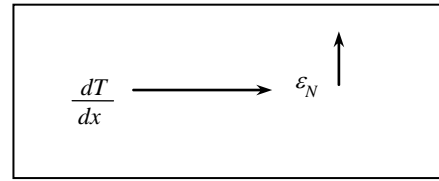


图 5.3-5 热磁效应直接引起的附加电压

(3) 热磁效应直接引起的附加电压  $V_N$  因器件两端电流引线的接触电阻不等, 通电后在接触点两处将产生不同的焦尔热, 导致在  $x$  方向有温度梯度, 引起载流子沿梯度方向扩散而产生热扩散电流, 见图 22-5。热流  $Q$  在  $z$  方向磁场作用下, 类似于霍尔效应在  $y$  方向上产生一附加电场  $\epsilon_N$ , 相应的电压  $V_N \propto QB$ , 而  $V_N$  的符号只与  $B$  的方向有关, 与  $I_S$  的方向无关。因此可通过改变  $B$  的方向予以消除。

#### (4) 热磁效应产生的温差引起的附加电压 $V_{RL}$

如上所述的  $x$  方向热扩散电流 (见图 22-6), 因载流子的速度统计分布, 在  $z$  方向的  $B$  作用下, 和 2 中所述同理将在  $y$  方向产生温度梯度  $T_A - T_{A'}$ , 由此引入的附加电压  $V_{RL} \propto QB$ ,  $V_{RL}$  的符号只与  $B$  的方向有关, 亦能消除之。

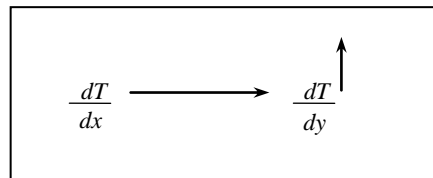


图 5.3-6 热磁效应产生的温差引起的附加电压

综上所述, 实验中测得的  $A$ 、 $A'$  之间的电压除外还包含  $V_0$ 、 $V_N$ 、 $V_{RL}$  和  $V_E$  各个电压的代数和, 其中  $V_0$ 、 $V_N$ 、 $V_{RL}$  均可以通过  $I_S$  和  $B$  换向对称测量法予以消除。

设定电流  $I_S$  和磁场  $B$  的正方向，即

当  $+I_S, +B$  时，测得  $A, A'$  之间的电压： $V_1 = V_H + V_0 + V_N + V_{RL} + V_E$

当  $+I_S, -B$  时，测得  $A, A'$  之间的电压： $V_2 = -V_H + V_0 - V_N - V_{RL} - V_E$

当  $-I_S, -B$  时，测得  $A, A'$  之间的电压： $V_3 = V_H - V_0 - V_N - V_{RL} + V_E$

当  $-I_S, +B$  时，测得  $A, A'$  之间的电压： $V_4 = -V_H - V_0 + V_N + V_{RL} - V_E$

求以上四组数据  $V_1, V_2, V_3, V_4$  的代数平均值，可得

$$V_H + V_E = \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4}$$

由于  $V_E$  符号与  $I_S, B$  两者方向与  $V_H$  是相同的，故无法消除，但在电流  $I_S$  和磁场  $B$  较小时， $V_H \gg V_E$ ，因此， $V_E$  可略去不计，所以霍尔电压为：

$$V_H = \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4}$$

## 2. 量子霍尔效应

按经典理论，霍尔电位随  $B$  连续变化，但是，1980 年，德国物理学家冯·克利青 (Klau Klitzing, 1943-) 观察到在在 1.5K 极低温度和 18.9T 强磁场下，测量金属-氧化物-半导体场效应晶体管时，发现其霍尔电位随磁场的变化出现了一系列量子化平台，称为量子霍尔效应。霍尔电阻  $R_H = U_H / I = h / ne^2$  ( $h$  为普朗克常数， $e$  为电子电量， $n=1, 2, 3, \dots$  整数) 与样品和材料性质无关。国际计量局 (BIPM) 在 1988 年正式将第一阶 ( $n=1$ ) 平台的电阻值定义为冯·克利青常数，符号  $R_K$ ，并规定  $R_K = 25812.807 \Omega$  作为电阻单位的标准值。是 20 世纪凝聚态物理及其新技术领域发展中的重大成就，获 1985 年诺贝尔物理学奖。

## 3. 分数量子霍尔效应

1982 年美籍华裔物理学家崔琦、美籍德裔物理学家施特默在样品纯度更高、磁场更强 (20T) 和温度更低 (0.1K) 的极端条件下也观察到霍尔电阻呈现量子化平台，但极为不同的是这些平台对应的不是整数值而是分数值。美国物理学家劳夫林通过建立模型和计算解释了这一发现。三人因此共获 1998 年诺贝尔物理学奖。崔琦成为第六位获诺贝尔奖的华裔科学家。

# 稳态法导热系数的测量

导热系数是表征物质热传导性质的物理量。材料结构的变化与所含杂质等因素都会对导热系数产生明显的影响，因此，材料的导热系数常常需要通过实验来具体测定。测量导热系数的方法比较多，但可以归并为两类基本方法：一类是稳态法，另一类为动态法。用稳态法时，先用热源对测试样品进行加热，并在样品内部形成稳定的温度分布，然后进行测量。而在动态法中，待测样品中的温度分布是随时间变化的，例如按周期性变化等。本实验采用稳态法进行测量。

## 一、实验目的

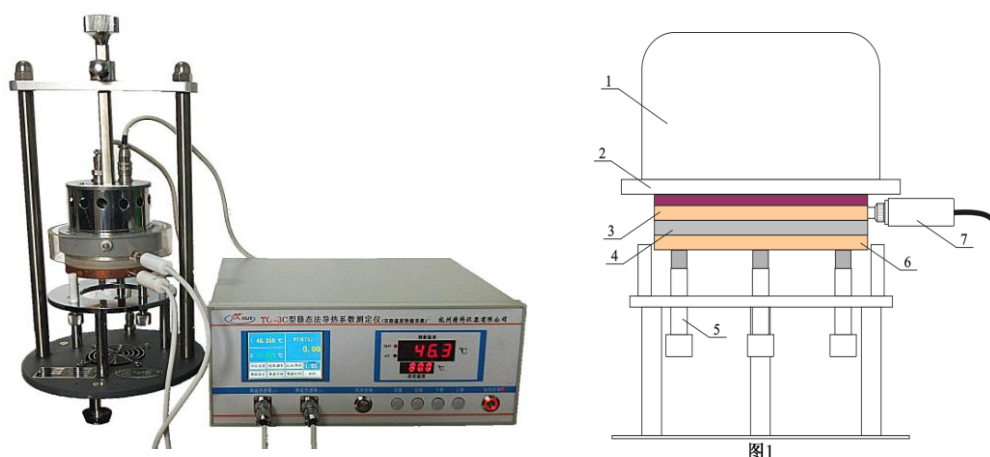
1. 用稳态法测定出不良导体的导热系数，并与理论值进行比较。
2. 用稳态法测定铝合金棒的导热系数，分析用稳态法测定良导体导热系数存在的缺点。

## 二、实验原理

根据傅立叶导热方程式，在物体内部，取两个垂直于热传导方向、彼此间相距为  $h$ 、温度分别为  $T_1, T_2$  的平行平面（设  $T_1 > T_2$ ），若平面面积均为  $S$ ，在  $\Delta t$  时间内通过面积  $S$  的热量  $\Delta Q$  满足下述表达式：

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda S \frac{(T_1 - T_2)}{h} \quad (1)$$

式中  $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$  为热流量， $\lambda$  即为该物质的热导率（又称作导热系数）， $\lambda$  在数值上等于相距单位长度的两平面的温度相差1个单位时，单位时间内通过单位面积的热量，其单位是  $Wm^{-1}K^{-1}$ 。本实验仪器如图示。



1—防护罩    2—加热部件总成    3—加热圆铜盘（A）    4—待测样品（B）    5—调节螺杆  
6—散热圆铜盘（P）    7—温度传感器（PT100）

在支架上先放上圆铜盘 **P**，在 **P** 的上面放上待测样品 **B**（圆盘形的不良导体），再把带发热器

的圆铝盘 A 放在 B 上，发热器通电后，热量从 A 盘传到 B 盘，再传到 P 盘，由于 A、P 盘都是良导体，其温度即可以代表 B 盘上、下表面的温度  $T_1$ 、 $T_2$ ， $T_1$ 、 $T_2$  分别由插入 A、P 盘边缘小孔铂电阻温度传感器来测量。通过变换温度传感器插入位置，即可改变铂电阻温度传感器的测量目标。由式（1）可以知道，单位时间内通过待测样品 B 任一圆截面的热流量为：

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda \frac{(T_1 - T_2)}{h_B} \pi R_B^2 \quad (2)$$

式中  $R_B$  为样品的半径， $h_B$  为样品的厚度，当热传导达到稳定状态时， $T_1$  和  $T_2$  的值不变，于是通过 B 盘上表面的热流量与由铜盘 P 向周围环境散热的速率相等，因此，可通过铜盘 P 在稳定温度  $T_2$  时的散热速率来求出热流量  $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ 。

实验中，在读得稳态时的  $T_1$  和  $T_2$  后，即可将 B 盘移去，而使发热铝盘 A 的底面与散热铜盘 P 直接接触。当盘 P 的温度上升到高于稳态时的  $T_2$  值若干摄氏度后，再将发热铝盘 A 移开，让散热铜盘 P 自然冷却。观察它的温度  $T$  随时间  $t$  变化情况，然后由此求出铜盘在  $T_2$  的冷却速率  $\left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_{T=T_2}$ ，而  $mC \left. \frac{\Delta T}{\Delta t} \right|_{T=T_2} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ （ $m$  为紫铜盘 P 的质量， $C$  为铜材的比热容），就是紫铜盘 P 在温度为  $T_2$  时的散热速率。但要注意，这样求出的  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$  是紫铜盘 P 的全部表面暴露于空气中的冷却速率，其散热表面积为  $2\pi R_p^2 + 2\pi R_p h_p$ （其中  $R_p$  与  $h_p$  分别为紫铜盘的半径与厚度）。然而，在观察测试样品的稳态传热时，P 盘的上表面（面积为  $\pi R_p^2$ ）是被样品覆盖着的，根据物体的冷却速率与它的表面积成正比的原理，这部分面积计算时应予以扣除。那么稳态时铜盘 P 的散热速率的实际表达式应按如下修正：

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = mC \frac{\Delta T}{\Delta t} \frac{(\pi R_p^2 + 2\pi R_p h_p)}{(2\pi R_p^2 + 2\pi R_p h_p)} \quad (3)$$

将式（3）代入式（2），得：

$$\lambda = mC \frac{\Delta T}{\Delta t} \frac{(R_p + 2h_p)h_B}{(2R_p + 2h_p)(T_1 - T_2)} \frac{1}{\pi R_B^2} \quad (4)$$

### 三、实验仪器

本实验采用浙江天煌科技实业有限公司生产的 THQDC-1D 型稳态法导热系数测定仪。该仪器具有双路温度数据采集仪，可以按预设定间隔同时测量二个温度传感器的温度，避免更换温度传感器的延时，非同时引入误差，可同步记录二路同一时刻的温度值数据并作图；并采用低于 36V 的隔离电

压作为加热电源，安全可靠。整个加热圆筒可上下升降和左右转动，发热圆盘和散热圆盘的侧面有一小孔，作为插入铂电阻温度传感器之用。散热盘 **P** 放在可以调节的三个螺栓（接触点隔热）上，可使待测样品盘的上下两个表面与发热圆盘和散热圆盘紧密接触。散热盘 **P** 下方有一个轴流式风扇，在需要快速降温时用来强制散热。一个插在发热圆盘（上盘）的小孔内温度传感器，作为系统控温和上盘温度检测用（出厂时已安装）。另二个温度传感器根据实验步骤需要，分别插入散热铜圆盘 **P**（下盘）及发热铝圆盘 **A**（上盘）的侧面小孔内。铂电阻插入时，其表面要涂少量的硅脂，温度传感器的两个接线端插在仪器面板的插座内。可以由测定仪显示屏方便地同时读取上、下盘的温度值。

仪器的数字计时装置，计时范围 0~99S，分辨率 0.01S，供实验时计时用。仪器还设置了 PID 自动温度控制装置，控制精度  $\pm 1^{\circ}\text{C}$ ，分辨率  $0.1^{\circ}\text{C}$ ，供实验时控制加热温度用。

#### 四、实验内容与步骤

##### 1、在测量导热系数前应先对散热盘 **P** 和待测样品的直径、厚度进行测量。

- a. 用游标卡尺测量待测样品直径和厚度，各测 5 次。
- b. 用游标卡尺测量散热盘 **P** 的直径和厚度，测 5 次，按平均值计算 **P** 盘的质量。也可直接用天平称出 **P** 盘的质量（产品出厂时 **P** 盘的质量已用钢印打在上面）。

##### 2、不良导体导热系数的测量：

- a. 实验时，先将待测样品（例如硅橡胶圆片）放在散热盘 **P** 上面，然后将发热铝盘 **A** 放在样品盘 **B** 上方，再调节三个螺栓，使样品盘的上下两个表面与发热铝盘 **A** 和散热铜盘 **P** 紧密接触。

- b. 将二个温度传感器插入发热铝盘 **A** 及散热盘 **P** 侧面的小孔中，并将温度传感器接线连接到仪器面板的传感器插座(1、2)。（因为每个温度传感器的误差不同，因此仪器出厂时已由厂方配对，使用时不要随意与其它机子调换，如须调换也要成对调换）。

用三根专用导线将仪器机箱后部插座与加热组件上的插座加以连接(加热、温控、风扇)。

- c. 接通电源，在“温度控制”仪表上设置加温的上限温度（温控具体操作见附录 1）。按“加热控制”开关，如果 PID 上限温度设置为  $100^{\circ}\text{C}$ ，那么当传感器的温度到达  $100^{\circ}\text{C}$ ，大约加热 40 分钟后，发热铝盘 **A**（上盘）、散热铜盘 **P**（下盘）的温度不再上升时，说明系统已达到稳态，这时每间隔 5 分钟测量并记录  $T_1$  和  $T_2$  的值。（双路温度数据采集具体操作见附录 2）

- d. 测量散热盘在稳态值  $T_2$  附近的散热速率 ( $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ )。移开发热铝盘 **A**，取下橡胶盘，并将发热铝盘 **A** 的底面与铜盘 **P** 直接接触，当 **P** 盘的温度上升到高于稳态值  $T_2$  值若干度（例如  $5^{\circ}\text{C}$  左右）后，再将发热铝盘 **A** 移开，让散热铜盘 **P** 自然冷却，这时候，每隔 30 秒(或自定)记录此时的  $T_2$  值。根

据测量值可以计算出散热速率  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ 。

### 3. 金属导热系数的测量：（选做）

- 将圆柱体金属铝圆柱体（上、下端面先涂好导热硅脂）置于发热圆盘与散热圆盘之间。
- 当发热盘与散热盘达到稳定的温度分布后（约十分钟不变），拔出发热盘与散热盘所插温度传感器，改插入铝圆柱体侧面近上、下端的二个孔，所测到  $T_1$ 、 $T_2$  值为金属铝圆柱体上、下两个面的温度，同时散热盘 P 的温度为  $T_3$  值。因此测量 P 盘的冷却速率为：
$$\left. \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right|_{T_1=T_3}$$

由此得到导热系数为：
$$\lambda = m \cdot C \cdot \left. \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right|_{T_1=T_3} \cdot \frac{h}{(T_1 - T_2)} \cdot \frac{1}{\pi \cdot R^2}$$

（测  $T_3$  值时可在  $T_1$ 、 $T_2$  达到稳定时，将插在铝圆柱体上端面小孔的温度传感器取出，插入散热盘 P 边缘小孔中进行测量）。

### 4. 空气的导热系数的测量：（选做）

当测量空气的导热系数时，通过调节三个螺栓，使发热圆盘 A 与散热圆盘 P 平行，它们之间的距离为  $h$ ，并用塞尺进行测量（即塞尺的厚度，一般为几个毫米），此距离即为待测空气层的厚度。  
注意：由于存在空气对流，所以此距离不宜过大。

## 五、实验数据与结果

- 实验数据记录（铜的比热  $C = 0.09197 \text{ Cal} \cdot \text{g}^{-1} \cdot (\text{°C})^{-1}$ ，密度  $\rho = 8.9 \text{ g/cm}^3$ ）

散热盘 P：质量  $m =$  (g) 半径： $R_P = \frac{1}{2} D_P =$  (cm)

测量次数	1	2	3	4	5
$D_P$ (cm)					
$h_P$ (cm)					

橡胶盘：半径  $R_B = \frac{1}{2} D_B =$  (cm)

测量次数	1	2	3	4	5
$D_B$ (cm)					
$h_B$ (cm)					

稳态时  $T_1$ 、 $T_2$  的值： $\bar{T}_1 =$  \_\_\_\_\_  $^{\circ}\text{C}$ ， $\bar{T}_2 =$  \_\_\_\_\_  $^{\circ}\text{C}$

测量次数	1	2	3	4	5
$T_1$ ( $^{\circ}\text{C}$ )					
$T_2$ ( $^{\circ}\text{C}$ )					

散热速率：每间隔 30s 测一次

时间 (s)	0	30	60	90	120	150	180	210
$T_3$ ( $^{\circ}\text{C}$ )								



2. 根据实验结果, 计算出不良导热体的导热系数(导热系数单位换算:

( $1 \text{ Cal} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} (\text{°C})^{-1} = 418.68 \text{ W} / \text{mK}$ ), 并求出相对误差。

## 六、注意事项

1. 温度传感器插入发热铝盘 A 和散热铜盘 P 侧面的小孔时应在温度传感器头部涂上导热硅脂, 避免因传感器接触不良, 造成温度测量不准。

2. 实验中, 抽出被测样品时, 应先旋松加热圆筒上端的固定螺钉。样品取出后, 小心将加热圆筒降下, 使发热铝盘 A 与散热铜盘 P 接触, 重新拧紧固定螺钉。

3. 实验操作过程中要注意防止高温烫伤。

## 附录 1

### PID 智能温度控制器

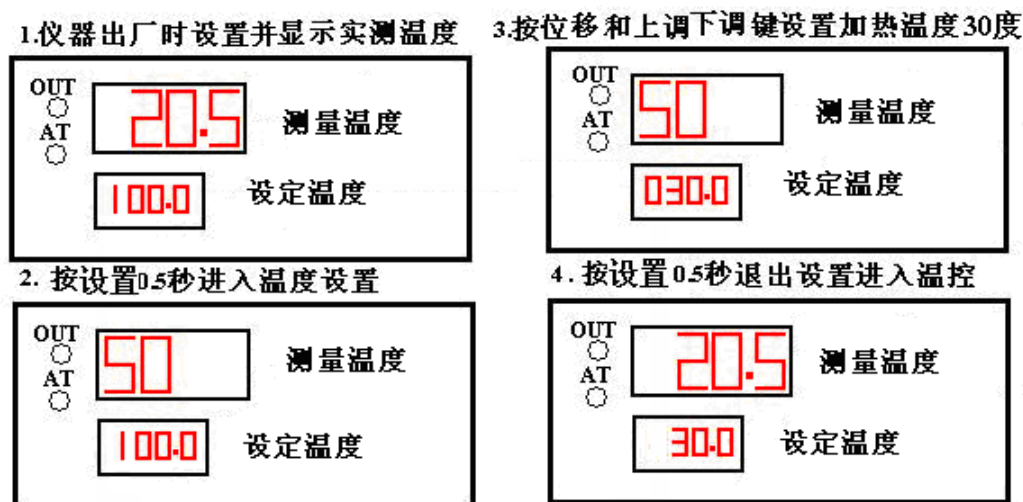
该控制器是一种高性能、可靠好的智能型调节仪表，广泛使用于机械化工、陶瓷、轻工、冶金、



温度控制调节      设置 位移 下调 上调  
○   ○   ○   ○

PID 温度控制器面板布置图

热处理等行业的温度、流量、压力、液位自动控制系统。控制器面板布置图：例如需要设置加热温度为 30℃，具体操作步骤如下：



温度控制调节      设置 位移 下调 上调  
○   ○   ○   ○

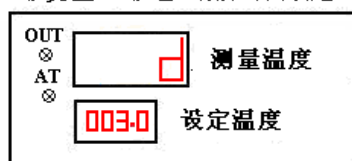
PID 温控器从正常温控状态设置温度控制值流程图

1. 先按设定键设置 0.5 秒，进入温度设置。（注：若学生不慎按设定键时间长达 5 秒，出现进入第二设定区符号，这时只要停止操作 5 秒，仪器将自动恢复温控状态。）
2. 按位移键，选择需要调整的位数，数字闪烁的位数即是可以进行调整的位数。
3. 按上调键或下调键确定这一位数值，按此办法，直到各位数值满足设定温度。
4. 再按设定键设置 1 次，设定工作完成。如需要改变温度设置，只要重复以上步骤就可。操作过程可按上图进行（图中数据为出厂时设定的参数）：
5. 下图示为第二设定区的设置方式，进入该方式可以对“出厂设置值”进行“重新设置”，一般情况用户不需要重设，只有在控制程序出现混乱时，老师可通过该步骤进行“重新设置”，使工作程序恢复正常。

1. 仪器出厂时设置并显示实测温度



5. 按设置0.5秒进入微分时间设定



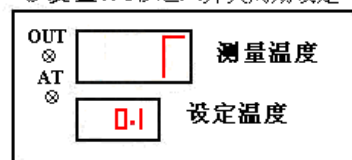
9. 按设置0.5秒进入



2. 按设置0.5秒进入第二设定区



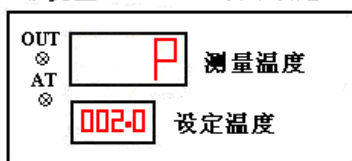
6. 按设置0.5秒进入开关周期设定



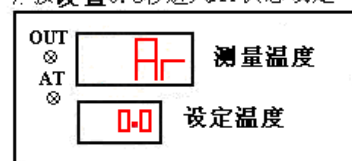
10. 停止操作5秒退出第二设定区



3. 按设置0.5秒进入比例带设定

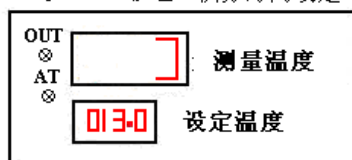


7. 按设置0.5秒进入AT状态设定



设定窗口显示01表示AT允许  
设定窗口显示00表示关闭AT

4. 按设置0.5秒进入积分时间设定



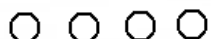
8. 按设置0.5秒进入参数允许设定



00:表示允许修改所有参数  
01:表示允许修改主控参数  
02:表示禁止修改所有参数

温度控制调节

设置位移 下调 上调



PID温度控制器第二设定区设置流程图(仅供教师参考,不要求学生掌握)

## 附录 2

### 双路温度数据采集仪

双路温度数据采集仪可以按预先设定采样时间间隔同时测量二个温度传感器的温度，实时记录二路温度值数据并作图(测温范围：室温~100℃，分辨率 0.1℃；采样时间间隔：0.1s~99s 可选；采样最大数据记录：1000 组×2；作图：30 组×2 数据/屏，可有 33 屏；输出：通过 USB 端口，以 txt 格式输出。



1. 开启双路温度采集仪电源，等待 60S；
2. 点触摸液晶屏的“记录间隔”小格，在弹出数字窗点触数字键选择间隔时间(S)，可选范围 0.1s~99s，按“Enter”确认并退回；若不选，默认值为 1S；
3. 点触摸液晶屏的“记录/暂停”小格，开始测量，“时间(S)”窗显示时间进程，并按选择间隔时间测量温度并记录；再点触摸液晶屏的“记录/暂停”小格，暂停(结束)测量；
4. 二路温度显示窗：黄色温度数据为温度传感器 1 所测，绿色温度数据为温度传感器 2 所测；最大数据记录：1000 个 / 路，二路
5. 作图：(点触摸液晶屏的“记录/暂停”暂停或停止记录)点触摸液晶屏的“数据/作图”小格，液晶屏立即显示二条温度变化曲线(时间为 X 轴)；二条温度变化曲线颜色不同，黄色为温度传感器 1 所测，绿色为温度传感器 2 所测；每屏显示 30 组数据的曲线；点触摸液晶屏的“数据/作图”小格显示之后的 30 组数据曲线，直至最后；
6. 可以查询所记录数据，只要点触摸液晶屏的“数据查询”小格，液晶屏同时显示二组所测温度数据，每屏显示 9 个/组，黄色为温度传感器 1 所测，绿色为温度传感器 2 所测；再点触摸液晶屏的“数据查询”小格显示下一屏，直至最后；
7. 保存采集的数据：在后背板 USB 端口，插入 U 盘等数据存储器，按“数据保存”钮，所有数据拷贝至 U 盘(TXT 文本格式输出)；
8. “单位设置”不需要设置；默认为“℃”。
9. 关闭双路温度采集仪电源，所保存数据全部清零，再开启双路温度采集仪电源，将记录新采集数据。

# 传感器系统综合实验

## 实验二十七 智能调节仪温度控制实验

### 一、实验目的

了解 PID 智能模糊+位式调节温度控制原理。

### 二、实验仪器

智能调节仪、PT100、温度源

### 三、实验原理

#### 位式调节

位式调节（ON/OFF）是一种简单的调节方式，常用于一些对控制精度不高的场合作温度控制，或用于报警。位式调节仪表用于温度控制时，通常利用仪表内部的继电器控制外部的中间继电器再控制一个交流接触器来控制电热丝的通断达到控制温度的目的。

#### PID 智能模糊调节

PID 智能温度调节器采用人工智能调节方式，是采用模糊规则进行 PID 调节的一种先进的新型人工智能算法，能实现高精度控制，先进的自整定（AT）功能使得无需设置控制参数。在误差大时，运用模糊算法进行调节，以消除 PID 饱和和积分现象，当误差趋小时，采用 PID 算法进行调节，并能在调节中自动学习和记忆被控对象的部分特征以使效果最优化，具有无超调、高精度、参数确定简单等特点。控温精度为 $\pm 1^{\circ}\text{C}$ 。

#### 温度控制基本原理

由于温度具有滞后性，加热源为一滞后时间较长的系统。本实验仪采用 PID 智能模糊+位式双重调节控制温度。用报警方式控制风扇开启与关闭，使加热源在尽可能短的时间内控制在某一温度值上，并能在实验结束后通过参数设置将加热源温度快速冷却下来，可节约实验时间。

当温度源的温度发生变化时，温度源中的热电阻 Pt100 的阻值发生变化，将电阻变化量作为温度的反馈信号输给 PID 智能温度调节器，经调节器的电阻-电压转换后与温度设定值比较再进行数字 PID 运算输出可控硅触发信号（加热）和继电器触发信号（冷却），使温度源的温度趋近温度设定值。PID 智能温度控制原理框图如图 27-1 所示。

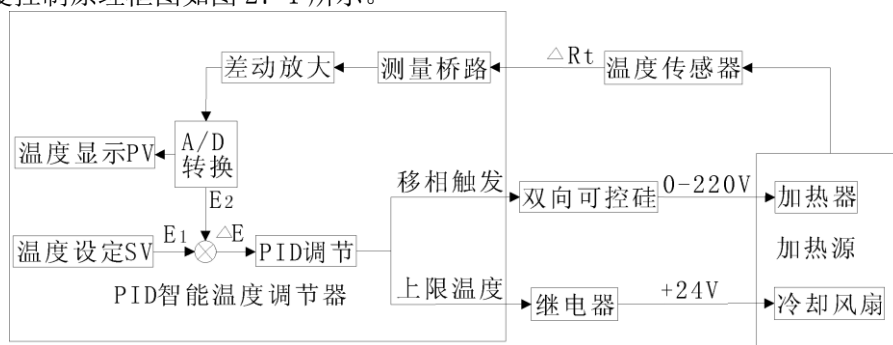


图 27-1 PID 智能温度控制原理框图

### 四、实验内容与步骤

1. “智能调节仪”单元中“输入选择”选择“Pt100”，并按图 27-2 接线。
2. 将“稳压源+24V”调节至最大，再经智能调节仪“继电器输出”，接加热器风扇电源。
3. 按住“SET”键 3 秒以下，进入智能调节仪 A 菜单，仪表靠上的窗口显示“SU”，靠下窗口显示待设置的设定值。当 LOCK 等于 0 或 1 时使能，设置温度的设定值，按“◀”键可改变小数点位置，按“▲”或“▼”键可修改靠下窗口的设定值。否则提示“LCK”表示已加锁。再按“SET”键 3 秒以下，回到初始状态。
4. 按住“SET”键 3 秒以上，进入智能调节仪 B 菜单，靠上窗口显示“dAH”，靠下窗口显示

待设置的上限偏差报警值。按“◀”可改变小数点位置，按“▲”或“▼”键可修改靠下窗口的上限报警值。上限报警时仪表右上“AL1”指示灯亮。（参考值 0.5）

5. 继续按“SET”键 3 秒以下，靠上窗口显示“ATU”，靠下窗口显示待设置的自整定开关，按“▲”、“▼”设置，“0”自整定关，“1”自整定开，开时仪表右上“AT”指示灯亮。

6. 继续按“SET”键 3 秒以下，靠上窗口显示“dP”，靠下窗口显示待设置的仪表小数点位数，按“◀”可改变小数点位置，按“▲”或“▼”键可修改靠下窗口的比例参数值。（参考值 1）

7. 继续按“SET”键 3 秒以下，靠上窗口显示“P”，靠下窗口显示待设置的比例参数值，按“◀”可改变小数点位置，按“▲”或“▼”键可修改靠下窗口的比例参数值。

8. 继续按“SET”键 3 秒以下，靠上窗口显示“I”，靠下窗口显示待设置的积分参数值，按“◀”可改变小数点位置，按“▲”或“▼”键可修改靠下窗口的积分参数值。

9. 继续按“SET”键 3 秒以下，靠上窗口显示“d”，靠下窗口显示待设置的微分参数值，按“◀”可改变小数点位置，按“▲”或“▼”键可修改靠下窗口的微分参数值。

10. 继续按“SET”键 3 秒以下，靠上窗口显示“T”，靠下窗口显示待设置的输出周期参数值，按“◀”可改变小数点位置，按“▲”或“▼”键可修改靠下窗口的输出周期参数值。

11. 继续按“SET”键 3 秒以下，靠上窗口显示“SC”，靠下窗口显示待设置的测量显示误差修正参数值，按“◀”可改变小数点位置，按“▲”或“▼”键可修改靠下窗口的测量显示误差修正参数值。（参考值 0）

12. 继续按“SET”键 3 秒以下，靠上窗口显示“UP”，靠下窗口显示待设置的功率限制参数值，按“◀”可改变小数点位置，按“▲”或“▼”键可修改靠下窗口的功率限制参数值。（参考值 100%）

13. 继续按“SET”键 3 秒以下，靠上窗口显示“LCK”，靠下窗口显示待设置的锁定开关，按“▲”或“▼”键可修改靠下窗口的锁定开关状态值，“0”允许 A、B 菜单，“1”只允许 A 菜单，“2”禁止所有菜单。继续按“SET”键 3 秒以下，回到初始状态。

14. 设置不同的温度设定值，并根据控制理论来修改不同的 P、I、D、T 参数，观察温度控制的效果。

## 五、实验报告

1. 简述温度控制原理并画出其原理框图。

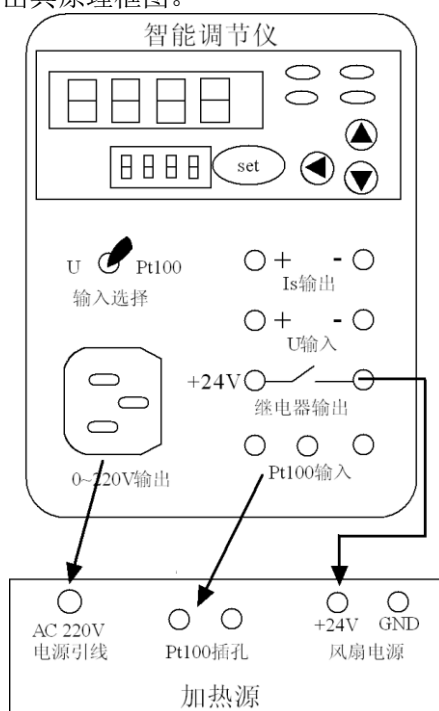


图 27-2 智能调节仪控温接线示意图

## 实验二十九 铂热电阻温度特性测试实验

### 一、实验目的

- 1、了解铂热电阻的特性与应用。
- 2、通过自行设计热电阻测温实验方案，加深对温度传感器工作原理的理解。
- 3、掌握测量温度的电路设计和误差分析方法。

### 二、实验仪器

智能调节仪、热敏电阻 PT100（2 只）、温度源、差动放大器、电压放大器、直流电压表

### 三、实验原理

利用导体电阻随温度变化的特性，热电阻用于测量时，要求其材料电阻温度系数大，稳定性好，电阻率高，电阻与温度之间最好有线性关系。常用的热电阻有铂电阻（650℃ 以内）和铜电阻（150℃ 以内）。铂电阻是将 0.05-0.07mm 的铂丝绕在线圈骨架上封装在玻璃或陶瓷管等保护管内构成。铂电阻一般是三线制，其中一端接一根引线，另一端接两根引线，主要为远距离测量消除引线电阻对桥臂的影响（近距离可用二线制，导线电阻忽略不计）。铂热电阻是一种精确、灵敏、稳定的温度传感器。铂热电阻元件是用微型陶瓷管、孔内装绕制好的铂热电阻丝脱胎线圈制成感温元件，由于感温元件可以做得相当小，因此它可以制成各种微型温度传感器探头。可用于-200~+650℃ 范围内的温度。当温度变化时，感温元件的电阻值随温度而变化，这样就可将变化的电阻值通过测量电路转换电信号，即可得到被测温度。

### 四、实验内容与步骤

1. 重复温度控制实验，将温度控制在 50℃，在另一个温度传感器插孔中插入另一只铂热敏电阻温度传感器 PT100。
2. 将 PT100 的两个颜色相同的接线端短路（三线式 PT100 需短接）然后接至底面板“温度传感器”的“热敏电阻”处。
3. 按图 29-1 接好“差动放大器”和“电压放大器”，将“电压放大器”的输出接至直流电压表。
4. 打开直流电源开关，将“差动放大器”的输入端短接，将两个增益电位器都调到中间位置，调节调零电位器使直流电压表显示为零。

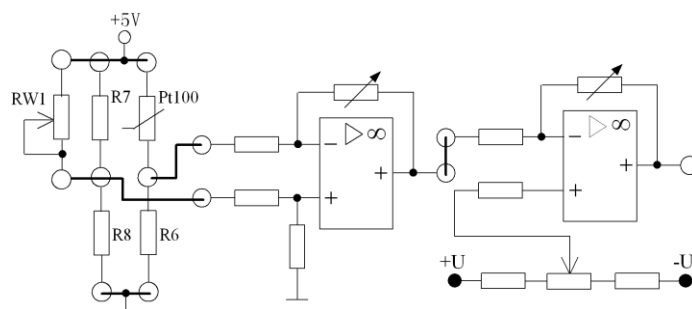


图 29-1 铂电阻温度特性测试接线图

5. 拿掉短路线，按图 29-1 接线，将“温度传感器”的“PT100”接入电路。将桥路的中间两端接到“差动放大器”的输入端。调节电位器 RW1，使得直流数显电压表显示为零。记下电压放大器输出端的电压值。

6. 改变温度源的温度每隔 5°C，记下输出值 U。直到温度升至 120°C。并将实验结果填入下表。

表 29-1

T (°C)	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120
U <sub>1</sub> (V) 升温															
U <sub>2</sub> (V) 降温															

## 五、实验分析与计算

根据表 29-1 的实验数据，作出 U-T 曲线，分析 PT100 的温度特性曲线，计算其非线性误差。

### 附录：

**非线性误差**，是相对于线性误差而言的。将仪器仪表等测量工具的输入、输出(测量、结果)分别作为直角坐标系的纵轴、横轴，选择适合的坐标轴，并将理想的输入输出对应点标入坐标，可以得到一条理想输入输出关系曲线。将实际的输入输出对应点标入坐标，可以得到一条实际输入输出关系曲线。最理想的情况下这两条曲线应该重合，实际上是不可能做到的，这时两条曲线之间的距离就是误差。如果这两条曲线形状完全一致，但不重合，例如一条曲线相当于另一条的平移或直线的斜率相同，这时的误差就是线性的，否则误差就是非线性误差。

**非线性误差**是描述传感器静态特性的一个重要指标，以被测输入量处于稳定状态为前提。在规定的条件下，传感器校准曲线与拟合直线间的**最大偏差**( $\Delta Y_{\max}$ )与**满量程输出**(Y)的百分比，称为非线性误差(非线性误差又称为“线性度”)，该值越小，表明线性特性越好。以上说到了“拟合直线”的概念，拟合直线是一条通过一定方法绘制出来的直线，求拟合直线的方法有：端基法、最小二乘法等等。

公式表示如下：

$$\delta = \Delta Y_{\max} / Y * 100\%$$