# 浙江理工大学 2018—2019 学年第 2 学期

# 《高等数学 B2》期中试卷

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

**座位号：________承诺人签名：_____________专业班级：_______________学号：__________**

<table>
<tr><td rowspan="2">题号</td><td rowspan="2">一</td><td rowspan="2">二</td><td colspan="4">三</td><td colspan="2">四</td><td colspan="2">五</td><td rowspan="2">总分</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>得分</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>签名</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

一、选择题(4 分/题，共 24 分 )

1.下列微分方程中为齐次方程的是(　　　).

A. $y'+\dfrac{y}{x}=\dfrac{\sin x}{x}$.　　　B. $(xy^2+x)dx+(y-x^2y)dy=0$.

C. $y'+\dfrac{y}{x}=y\sin x$.　　　D. $(2x\sin\dfrac{y}{x}+3y\cos\dfrac{y}{x})dx-3x\cos\dfrac{y}{x}dy=0$.

2. 若 $y_1=x\sin x$, $y_2=\sin x$ 为非齐次线性微分方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的两个解，则 $y=(x+1)\sin x$ 是下列方程（　　　）的解。

A. $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$　　　B. $y''+p(x)y'+q(x)y=2f(x)$

C. $y''+p(x)y'+q(x)y=0$　　　D. $y''+p(x)y'+q(x)y=xf(x)$

3. 下列等式不是差分方程的是（　　）.

A. $-3\Delta y_t=3y_t+a^t$　　　B. $2\Delta y_t=y_t+t$

C. $y_{t+2}-2y_{t+1}-y_t=3^t$　　　D. $y_{t+3}+t^2y_{t+1}-3y_t=t-1$

4. 设曲面 $z=f(x,y)$ 与平面 $y=y_0$ 的交线在点 $(x_0,y_0,f(x_o,y_0))$ 处的切线与 $x$ 轴正向所成的角为 $\dfrac{\pi}{6}$，则(　　　).

A. $f_x(x_0,y_0)=\cos\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　B. $f_y(x_0,y_0)=\cos(\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{1}{2}$

C. $f_x(x_0,y_0)=\tan\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　　　D. $f_y(x_0,y_0)=\tan(\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{6})=\sqrt{3}$

5. 考虑二元函数 $f(x,y)$ 的下面四条性质：(1) $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 连续；(2) $f'_x(x,y)$，$f'_y(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 连续；(3) $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 可微分；(4) $f'_x(x_0,y_0)$，$f'_y(x_0,y_0)$ 存在。则下列四个选项中正确的是（　　）

A. $(3)\Rightarrow(2)\Rightarrow(1)$　　　　B. $(3)\Rightarrow(1)\Rightarrow(4)$

C. $(3)\Rightarrow(4)\Rightarrow(1)$　　　　D $(2)\Rightarrow(3)\Rightarrow(1)$

6. 已知函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某个邻域内连续，且 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,y)-xy}{(x^2+y^2)^2}=1$，则下述四个选项中正确的是（　　）

A. 点 $(0,0)$ 不是 $f(x,y)$ 的极值点

B. 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极大值点

C. 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极小值点

D. 根据所给条件无法判断 $(0,0)$ 是否为 $f(x,y)$ 的极值点

二、填空题（4 分/题，共 24 分）

1. 方程 $y''-4y'-5y=e^{-x}+\sin 4x$ 的特解形式可设为____________________.

2. 函数 $Z=x^3+y^3-3x^2-3y^2$ 的极小值点是______________.

3. 设函数 $y=y(x,z)$ 由方程 $yz=\sin(x+y)$ 所确定，则 $\dfrac{\partial y}{\partial x}=$____________.

4. 设 $z=xyf\left(\dfrac{y}{x}\right)$，$f(u)$ 可导，则 $dz=$______________.

5. 差分方程 $y_{t+1}-2y_t=-8$ 的通解是____________.

6. 微分方程 $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{2y}{x+1}=(x+1)^{\frac{5}{2}}$ 的通解为____________.

三、计算题 （6 分/题，共 24 分）

1. 求微分方程 $y'' + y + \sin 2x = 0$，满足初值条件 $y(\pi) = 1,\ y'(\pi) = 1$ 的特解。

2.求微分方程 $y'' = \dfrac{2x}{1+x^2} y'$ 满足初值条件： $y(0) = 1, y'(0) = 3$ 的特解。

3. 设 $z = f(u, x, y), u = xe^y$，其中 $f$ 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

4. 设函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $e^z-xyz=0$ 所确定的二元隐函数，求 $dz$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

四．综合题（8 分/题，共 16 分）

1. 将周长为 $2p$ 的矩形绕它的一边旋转而构成一个圆柱体。问矩形的边长各为多少时才能使圆柱体的体积最大？

2. 设 $f(x)$ 可微且满足 $x=\int_0^x f(t)dt+\int_0^x tf(t-x)dt$，求 $f(x)$.

五．证明题（8+4，共 12 分）

1. 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y^2}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，证明：$f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处连续且偏导数存在，但不可微。

2. 设 $\Phi(u,v)$ 具有连续偏导数，证明：由方程 $\Phi(cx-az,cy-bz)=0$ 所确定的函数 $z=f(x,y)$ 满足：$a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=c\cdot$