线性代数 B

浙江理工大学期末试题汇编

（试卷册 上）

学校：______________________

专业：______________________

班级：______________________

姓名：______________________

学号：______________________

（此试卷为 2022 年第二版 第 1 次发行）

写在前面

转眼间已经来到 2022 年，如今一直在经历高中时期心心念念的大学时光，不知你过得如何？有人低头有题，抬头有星，手中有笔，心中有梦；也有人昏昏沉沉，浑浑噩噩，不思进取，荒于嬉戏。

《觉醒年代》中说：“在这个浮躁的时代，只有自律的人，才能够脱颖而出，成就大事”，这句话同样适用于我们所处的时代。早晨六七点钟，旭日东升，但是，日出未必意味着光明，太阳也无非是一颗晨星，只有在我们醒着的时候，才是真正的破晓。收拾好书包，踏出宿舍楼门，面对校内风景，面对一日之晨，欣欣然满面春风，巍巍然昂首挺胸。

也许奋斗了一辈子，草根还是草根，咸鱼翻身也是一条翻了身的咸鱼。那么，努力的意义究竟是什么？

努力，能让你坦然面对失败。让人难受的从来都不是失败的结果，我们不能原谅的是那个没有拼尽全力的、懒惰的自己。

努力，能让你的每一天都好过昨天，最终的结果或许没有你预想的那么好，但是好过什么都没做的最开始的那一天。

努力，把失败变成一个荣耀的词。一个人，如果一辈子不做任何尝试，一辈子不为任何事情努力，那么他连失败都没有资格遭遇。但是努力过的你不同，你在一个并不优越的起点上，在芸芸众生里，用努力做到了最好的自己，谁又有资格说你不成功？

努力过的人生，即使不完美，但是它完整。

你可能阴差阳错地来到浙江理工大学，发现与想象中的大学生活并不一样，开始悔恨，开始荒废，人生是湛蓝的天空，那么失意则是天际一朵漂浮的白云。如果你认为浙江理工大学配不上你的雄心壮志，那么你至少要证明给她看。少年有梦，不应止于心动，更要付诸行动。以青春为梦，志存远方，愿你我不负韶华，奔赴山海。

尼采说过“谁终将声震人间，必长久深自缄默；谁终将点燃闪电，必长久如云漂泊。”当你躺在床上进入梦的花园，别人却在此套试题上挥洒汗水进行知识的耕耘。当你想要做某件事迟迟观望时，别人早已准备好了理想的扁舟，准备扬帆起航。

机会从来不是为谁准备的，从来都是谁抓住它，谁就是它的主人。正值青春年少的我们，是晨起初生的朝阳，不应站在窗边，望向窗外感叹“岁月蹉跎，时间飞逝如流水，日复一日，年复一年。”

要明白一个道理，天资不高，可以通过不断打磨自我提升。但如果你始终躺在舒适的角落，徜徉在狭小的世界，那么终有一天，你会站在塔的最底端仰望别人。努力的过程虽然辛苦，但只要你一直付诸行动，终有一天也能在线性代数这门课上拿到满意的成绩。

有风有雨是常态，风雨兼程是状态。所有千夫所指的困难，都是为了淘汰懦夫。

青春是人生的一首歌：成功是词，拼搏是曲，永不懈怠是青春的主旋律。

这世间花开流水两从容，不如将生命于青春处洒落成绚丽的光彩，有着遗世独立的高度，让世界成为你的归属。

尘雾之微补益山河，萤烛末光增添日月。中华民族复兴的重任在我们肩上，复兴的荣光属于每一个人。朝受命、夕饮冰，昼无为、夜难寐，这是有责有义的中国人；秉初心、守宽和，见刚强、笃远行，这是可敬可爱的中国人。

在大学，每天忙忙碌碌，无暇前瞻后顾，有时候明知道那种我羡慕的生活我可能没有机会体验，可还是想为之奋斗。有些我们真正热爱的东西，值得我们为了不可知的结果而长久地等待，为了保持内心而放弃外壳。

现在，烈日正浓之时，夏意盎然之刻，但是，心有所属之人，必定无问西东。

2021 级 生物制药 刘建

2022 年 5 月 9 日

（创琦说：这就是一篇满分作文啊！写的太棒了！感谢刘建同学为我们指引了前进的方向）

目 录

2022 年所有试卷版本见尾页。如需资料获取请添加下方的 QQ 群获取。

（A1 卷和 A2 卷分别为新生和老生考试卷，卷子质量相同，不妨碍大家学习）

更多信息

试卷整理人：张创琦　　　　　　　微信公众号：创琦杂谈
试卷版次：2022 年 5 月 7 日 第二版 第 1 次发行
本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）
创琦杂谈学习交流群（QQ 群）群号：749060380
cq 数学物理学习群（QQ 群）群号：967276102
cq 计算机编程学习群（QQ 群）群号：653231806

创琦杂谈公众号优秀文章：

曾发布了《四级备考前要注意什么？创琦请回答！（一）》、《走！一起去春季校园招聘会看看，感受人间真实》、《送给即将期末考试的你》、《那些你不曾在选课中注意到的事情》、《身为大学生，你的劳动价值是多少？》（荐读）、《如何找到自己的培养计划》以及信息学院本科阶段五个专业的分流经验分享（来自 20 多位学长学姐的亲身经历与分享，文章过多，就不贴链接啦），公众号也可以帮忙大家发布相关社会实践的问卷。

我最近在写关于 github 使用技巧的文章，并且在开发网站，争取给大家提供更优质的学习讨论平台。

QQ 群：

“创琦杂谈学习交流群”主要为大家更新各种科目的资料，群里可以讨论问题、也可以发布社会实践的调查问卷互相帮助，目前群成员不到千人，相信您的问题会有人解答的。

“cq 数学物理学习群”更适合讨论数学物理相关的题目等，数学科目包括但不限于：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等，物理包括但不限于：普通物理、普通物理实验。

“cq 计算机编程学习群”适用于讨论编程语言相关内容，包括但不限于：C 语言、C++语言、Java 语言、matlab 语言、python 语言等，也可以讨论计算机相关课程，包括但不限于：数据结构、算法、计算机网络、操作系统、计算机组成原理等。

考试承诺：本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

最终感谢我的老师、我的朋友，还要感谢各位朋友们对我的大力支持。

本人尽全力为大家寻找、整理考试资料，但因时间仓促以及本人水平有限，本练习册中必有许多不足之处，还望各位不吝赐教。

感谢浙理羊同学以及学校各大资料平台对本资料的支持。

1 浙江理工大学 2015—2016 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A 卷

一 选择题（每小题 4 分，共 24 分）

1 下列命题一定成立的是（　　　）。

A. 若 $AB=AC$，则 $B=C$；　　B. 若 $AB=0$，则 $A=0$ 或 $B=0$；。

C. 若 $A\neq 0$，则 $|A|\neq 0$；　　D. 若 $|A|\neq 0$，则 $A\neq 0$.

2 齐次线性方程组 $\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=0\\ x_1+\lambda x_2+x_3=0\\ x_1+x_2+\lambda x_3=0\end{cases}$ 有非零解得充要条件是 $\lambda=$（　　）。

A. 1　　B. -2　　C. 1 或 -2　　D. -1 或 2

3 三阶矩阵 A 的特征值为 -1, 1, 3, 则下列矩阵中可逆矩阵是（　　）。

A. $2E-A$　　B. $E+A$　　C. $E-A$　　D. $A-3E$

4 设 A 为 n 阶可逆方阵，A^* 是 A 的伴随矩阵，则 $|A^*|=$（　　　）。

A. $|A|$　　B. $\dfrac{1}{|A|}$　　C. $|A|^{n-1}$　　D. $|A|^n$

5 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s$ $(s\geq 2)$ 线性无关，则下列各结论中不正确的是（　　）。

A. $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s$ 都不是零向量;

B. $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s$ 中至少有一个向量可由其余向量线性表示;

C. $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s$ 中任意两个向量都不成比例;

D. $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s$ 中任一部分向量组线性无关。

6 设三阶矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\x&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量，则 $x=$(　　　)。

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

二 填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1 已知 $B=\begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$，则 $B^{400}=$______________________。

2 已知向量组 $\alpha_1=(1,2,-1,1)^T$，$\alpha_2=(2,0,t,0)^T$，$\alpha_3=(0,-4,5,-2)^T$ 的秩是 2，则 $t=$_________。

3 若 $\begin{pmatrix}22&31\\y&x\end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$ 相似，则 $x=$____________，$y=$____________。

4 设 A 是四阶方阵，且 $R(A)=3$，则齐次线性方程组 $A^*X=0$（A^* 是 A 的伴随矩阵）的基础解系所含解向量个数为____________。

5 设 A 为三阶矩阵，且 $|A|=\dfrac{1}{2}$，则 $|(3A)^{-1}-2A^*|=$______________。

6 已知三阶对称矩阵 A 的一个特征值 $\lambda=2$，对应的特征向量 $\alpha=(1,2,-1)^T$，且 A 的主对角线上元素全为 0，则 $A=$________________。

三 计算题

1 计算四阶行列式 $D_4=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$。（7 分）

2 设 $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$，且满足 $AB=A+2B$，求矩阵 B。（8 分）

3 已知向量组 $\alpha_1=(1,-1,2,4)^T$ ， $\alpha_2=(0,3,1,2)^T$ ， $\alpha_3=(3,0,7,14)^T$ ， $\alpha_4=(2,1,5,6)^T$ ，

$\alpha_5=(1,-1,2,0)^T$ 。（9 分）

(1) 说明 α_1 ， α_2 线性无关；

(2) 求包含 α_1 ， α_2 的一个极大线性无关组；

(3) 将其余向量用该极大线性无关组线性表示。

4 设线性方程组 $\begin{cases} (2-\lambda)x_1+2x_2-2x_3=1 \\ 2x_1+(5-\lambda)x_2-4x_3=2 \\ -2x_1-4x_2+(5-\lambda)x_3=-\lambda-1 \end{cases}$ 。讨论 λ 取何值时，方程组无解？有唯一解？有无穷多解？在方程组有无穷多解时，试用其导出的基础解系表示其全部解。（10 分）

5 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}-2 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 4\\ 2 & 4 & 1\end{pmatrix}$，求正交矩阵 Q，使 $Q^{-1}AQ$ 为对角矩阵。（10 分）

四 证明题（每小题 4 分，共 8 分）

1 设 A 为 n 阶矩阵，满足 $A^2-5A+6E=0$，证明：$R(A-2E)+R(A-3E)=n$。

2 设 A 为 n 阶矩阵，且 $A^TA=E$，$|A|=-1$，证明：-1 是 A 的一个特征值。

2 浙江理工大学 2013—2014 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A 卷

一、 选择题：每小题 4 分，共 20 分。

1．设 A 是 4 阶方阵，且$\left| A \right|=-2$，则$\left| 2A \right|=$（　　　）

（A）-4　　（B）4　　（C）32　　（D）-32

2. 设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$的秩为 4，则（　　　）.

（A）任意四个向量线性无关　　（B）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$中无零向量

（C）任意五个向量线性相关　　（D）任意两个向量线性无关

3. 设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2$是四维列向量，且$\left|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1\right|=m$，$\left|\alpha_1,\alpha_2,\beta_2,\alpha_3\right|=n$，

则$\left|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1-\beta_2\right|=0$（　　　）

（A）$m+n$　　（B）$-(m+n)$　　（C）$n-m$　　（D）$m-n$

4．设n阶方阵A,B,C满足$ABC=E$，则（　　　）

（A）$ACB=E$　（B）$CBA=E$　（C）$BAC=E$　（D）$BCA=E$

5．已知 A 是 n 阶方阵，则与 A 可逆**不是**充要条件的是(　　　)

（A）A 的秩是 n　　（B）$AX=\beta$有解

（C）A 的特征值不等于 0　　（D）A的列向量组线性无关。

二、填空题：每小题 5 分，共 25 分。

1．设$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, P_1=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, P_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，$P_1AP_2=$____________

2．设矩阵$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$，E 为 2 阶单位矩阵，矩阵 B 满足 BA=B+2E，则|**B**|=_______.

3．如果A为 4 阶方阵，且$|A|=-2$，则$|A^*|=$_________

4．已知$\alpha=(1,2,3),\beta=\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$，设$A=\alpha^T\beta$，则$A^n=$__________

5．已知向量组 $\alpha_1=(1,2,-1,1)^T$, $\alpha_2=(0,-4,5,-2)^T$, $\alpha_3=(2,0,t,0)^T$ 的秩为 2，则

$t=$_________.

三、计算题：每小题 7 分，共 21 分。

1．求下列 n 阶行列式 $D=\begin{vmatrix} 1+a & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a & \cdots & 1 \\ & \cdots & & \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a \end{vmatrix}$

2. 已知 $AB+E=A^2+B, A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，求 B 。

3. 已知 $XA=B$，其中 $A=\begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{bmatrix}$ 求解 X。

四．求向量组 $\alpha_1=(1,0,2,1)$, $\alpha_2=(1,2,0,1)$, $\alpha_3=(2,1,3,0)$, $\alpha_4=(2,5,-1,4)$ 的一个极大无关组，并把其余向量用这个极大无关组线性表示。(9 分)

五．求非齐次线性方程组 $\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3+\ x_4=1 \\ 4x_1+2x_2-2x_3+x_4=2 \\ 2x_1+x_2-x_3-x_4=1 \end{cases}$ 的通解。 (10 分)

六．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 2\\ -2 & 2 & x\\ -2 & 1 & 2\end{bmatrix}$ 有两个特征值为 1 和 2，求 x 及矩阵其另外一个特征值，并求出该矩阵所有特征值所对应的特征向量。(10 分)

七．已知 $A^2=A$，证明：$A+E$ 可逆，并求其逆矩阵。(5 分)

3 浙江理工大学 2012—2013 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A1 卷

一 选择题。(每小题 4 分，共 24 分)。

1.齐次线性方程组 $Ax=0$ (A 为 $m\times n$ 矩阵)仅有零解的充分必要条件是（ ）.

(A) A 的列向量组线性相关； (B) A 的列向量组线性无关;

(C) A 的行向量组线性相关； (D) A 的行向量组线性无关 .

2.已知 n 元线性方程组 $Ax=b$,系数阵的秩 $R(A)=n-2$,$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是方程组线性无关的解，则方程组的通解为（ ）.(c_1,c_2 为任意常数)

(A) $c_1(\alpha_1-\alpha_2)+c_2(\alpha_2+\alpha_1)+\alpha_1$； (B) $c_1(\alpha_1-\alpha_3)+c_2(\alpha_2+\alpha_3)+\alpha_3$ ；

(C) $c_1(\alpha_2-\alpha_3)+c_2(\alpha_3+\alpha_2)+\alpha_2$； (D) $c_1(\alpha_2-\alpha_3)+c_2(\alpha_2-\alpha_1)+\alpha_3$.

3.若 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=M\neq 0$, 则 $\begin{vmatrix} 3a_{11} & 3a_{12} & 3a_{13} \\ 3a_{21} & 3a_{22} & 3a_{23} \\ 3a_{31}-a_{11} & 3a_{32}-a_{12} & 3a_{33}-a_{13} \end{vmatrix}=$（ ）.

(A) $27M$ (B) $-27M$ (C) $3M$ (D) $-3M$

4.设 A,B 均为 n 阶方阵, k 为一数，则下列选项正确的是（ ）.

(A) $AB=BA$ (B) $(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$

(C) $|kA|=k^n|A|$ (D) 若 $AB=0$，则 $A=0$ 或者 $B=0$

5.设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & x & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，且 A 的特征值为 1,2,3，则 $x=$（ ）.

(A) 5 (B) 3 (C) －1 (D) 4

6. 设 A 和 B 都是阶方阵，下列各项中，只有（ ）正确.

(A) 若 **A** 和 **B** 都是对称阵，则 **AB** 也是对称阵

(B) 若 $\mathbf{A}\neq\mathbf{0}$，且 $\mathbf{B}\neq\mathbf{0}$，则 $\mathbf{AB}\neq\mathbf{0}$

(C) 若 **AB** 是奇异阵，则 A 和 B 都是奇异阵

(D) 若 **AB** 是可逆阵，则 A 和 B 都是可逆阵

二、填空题。(每空 4 分，共 24 分。)

1.设$B=\begin{pmatrix}5&4\\3&2\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}2&1\\-3&4\end{pmatrix}$，且$BAC=E$，则$A^{-1}=$__________.

2. 已 知 向 量 组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线 性 无 关 ， $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,\beta_2=k\alpha_2+\alpha_4$ ，$\beta_3=2\alpha_2+k\alpha_3+\alpha_4,\beta_4=k\alpha_2-2\alpha_3+\alpha_4$,则当$k=$_____时，$\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4$ 线性相关.

3. 已 知 三 阶 矩 阵 A 的 特 征 值 为 1 ， 2 ， 3， E 为 三 阶 单 位 矩 阵 ， 则 $\left|A^2+3A+E\right|=$ ____________；

4.设A是5×3矩阵，且$R(A)=1$，而$B=\begin{bmatrix}2&0&0\\1&1&2\\1&2&1\end{bmatrix}$，则$R(AB)=$_________；

5.已知$\alpha=[1,1,2]^T,\beta=[1,1,\frac{1}{2}]^T$，且$A=\alpha\beta^T$，则$A^{100}=$________________________；

6.设$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0&0&5&2\\0&0&2&1\\0&2&0&0\\3&0&0&0\end{pmatrix}$，则$\boldsymbol{A}^{-1}=$______________________.

三 计算题（共 40 分）

1、（6 分）计算行列式$\begin{vmatrix}a+b&b&b&b\\-b&a-b&-b&-b\\b&b&a+b&b\\-b&-b&-b&a-b\end{vmatrix}$.

2、 （6 分）解矩阵方程$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{AX}+\boldsymbol{B}$，其中$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&1&1\\-1&0&-1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&-1\\2&0\\5&-3\end{pmatrix}$.

3（6 分）设 3 阶方阵 A 的伴随矩阵为 A^*,且 $|A|=\dfrac{1}{2}$,求 $\left|(3A)^{-1}-2A^*\right|$.

4（10 分）求矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&1&2&2&1\\0&2&1&5&-1\\2&0&3&-1&3\\1&1&0&4&-1\end{pmatrix}$ 的列向量组的秩及一个极大线性无关组，并把其他向量用最大无关组线性表示.

.

5、(12 分) 设齐次线性方程组$\begin{cases}2x_1+ax_2+x_3=0, \\ (a+2)x_1-2x_2+2x_3=0, \\ 4x_1+(a-1)x_2+2x_3=0\end{cases}$有非零解，且三阶矩阵 A 的三个特征值为-4，2，2，对应的特征向量为,$X_1=\begin{bmatrix}1\\2a\\3\end{bmatrix}$，$X_2=\begin{bmatrix}a-1\\a+2\\a+1\end{bmatrix}$， $X_3=\begin{bmatrix}a+2\\a+1\\1\end{bmatrix}$试确定参数$a$，并求矩阵$A$.

四、证明题。(每题 6 分，共 12 分)。

1．设方阵 A 满足 $A^2=A$，试证 A 的特征值只有 1 或 0.

2．设 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ 为三阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 的三个不同的特征值，相应的特征向量依次为$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$，令$\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$，证明：$\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{A\beta}, \boldsymbol{A}^2\boldsymbol{\beta}$ 线性无关.

4 浙江理工大学 2012—2013 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A2 卷

一 选择题。（每小题 4 分，共 24 分）

1. 已知行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ 8 & 27 & 64 & 125 \end{vmatrix}$ ，则 $A_{41}+A_{42}+A_{43}+A_{44}=($ $)$.

$(A)\,12$； $(B)\,-12$； $(C)\,0$； $(D)\,5!$.

2. 当 $k=($ $)$时，线性方程组$\begin{cases} 3x+ky-z=0 \\ \quad 4y+z=0 \\ kx-5y-z=0 \end{cases}$ 有非零解.

$(A)\,1$； $(B)\,0$； $(C)\,-3$； $(D)\,2$.

3. 设 $\boldsymbol{A}$ 为四阶矩阵，$r(\boldsymbol{A})=2$，则 $\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{X}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系含有( )个解向量.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

4. 向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关，以下( )组向量线性无关.

$(A)\,\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4+\alpha_1$； $(B)\,\alpha_1-\alpha_2,\alpha_2-\alpha_3,\alpha_3-\alpha_4,\alpha_4-\alpha_1$；

$(C)\,\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3-\alpha_4,\alpha_4-\alpha_1$； $(D)\,\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4-\alpha_1$.

5. 设矩阵 A 的特征多项式为 $|\lambda E-A|=(\lambda+1)(\lambda+4)^2$ ，则 $|A|=($ $)$.

$(A)\,-4$； $(B)\,-16$； $(C)\,4$； $(D)\,16$.

6．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & k \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$， $B=(b_{ij})_{3\times3}\neq 0$，且 $AB=0$，则( ).

(A) 当 $k=6$ 时，必有秩 $r(B)=1$； (B) 当 $k=6$ 时，必有秩 $r(B)=2$；

(C) 当 $k\neq 6$ 时，必有秩 $r(B)=1$； (D)当 $k\neq 6$ 时，必有秩 $r(B)=2$。

二 填空题。（每小题 4 分，共 24 分）

1. 已知 $\alpha=[1,1,2]^T,\beta=[1,0,\frac{1}{2}]^T$，且 $A=\alpha\beta^T$，则 $A^{2012}=$____________________.

2. 已知三阶矩阵 A 的特征值为 $1,2,-3$,则 $|A^*+3A+2E|$ =______________.

3. 设 A 为 n 阶方阵，若方程 $Ax=0$ 有非零解，则 A 必有一个特征值等于________.

4. 四元方程组 $Ax=b$ 中 $R(A)=3$ ， $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是它的三个解.其中 $\alpha_1=(2,0,3,2)^T$，

$2\alpha_2+3\alpha_3=(5,8,8,4)^T$,则方程组 $Ax=b$ 的通解为___________________.

5．已知矩阵 A,B 满足 $BA=B+2E$，且 $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$，则行列式 $|B|=$____________.

6. 设 A 为 n 阶矩阵，满足 $A^2-4A+3E=O$，则（$A-2E$）$^{-1}=$ ___________.

三 计算题。（共 42 分）

1. (6 分)计算行列式 $D_4=\begin{vmatrix}1 & a & a & a\\ a & 1 & x & a\\ a & a & 1 & a\\ a & a & a & 1\end{vmatrix}$.

2.(6 分) 设 3 阶方阵 A,B,C 满足方程 $C(2A-B)=A$，试求矩阵 A，其中

$$B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\qquad C=\begin{pmatrix}1 & -2 & 4\\ 0 & 1 & -2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}。$$

3、(10 分)求向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=[1,0,1,0]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=[2,1,-3,7]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=[3,1,0,3]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=[4,1,3,-1]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_5=[4,3,1,-3]^{\mathrm{T}}$的秩及一个极大无关组，并将其余向量用该极大无关组线性表示.

4、（12 分）试问λ取何值时，线性方程组$\begin{cases}(\lambda+1)x_1+2x_2+2x_3=\lambda, \\ 2x_1+(\lambda+1)x_2+2x_3=\lambda, \\ 2x_1+2x_2+(\lambda+1)x_3=1\end{cases}$有唯一解，无解及有无穷多解？在有无穷多解时，求出其通解.

5.（8 分）设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a & -1 & c \\ 5 & b & 3 \\ 1-c & 0 & -a \end{pmatrix}$，其行列式 $\left|\boldsymbol{A}\right|=-1$，又知 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵 $\boldsymbol{A}^{*}$ 有一个特征值 λ_0，属于 λ_0 的一个特征向量为 $\boldsymbol{\alpha}=\left(-1,\quad -1,\quad 1\right)^{T}$，求 a,b,c 和 λ_0 的值.

四、证明题（每题 5 分，共 10 分）

1. n 阶矩阵 A 满足：$R(A+E)+R(A-E)=n$ ，且 $A\neq E$,证明 $\lambda=-1$ 是 A 的特征值.

2. 设 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 为 n 阶矩阵，$\left|\boldsymbol{A}\right|\neq 0$，则 $\boldsymbol{AB}$ 与 $\boldsymbol{BA}$ 相似.

5 浙江理工大学 2011—2012 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A1 卷

一 选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1.设 3 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相似，且 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{4}$，则 $\mathrm{tr}(\boldsymbol{B}^{-1}-\boldsymbol{E})$为（　　）.

(A) 2，　　(B) 3，　　(C) 4，　　(D) 6.

2. 已知向量组 A 线性相关， 则在这个向量组中(　　)

A 必有一个零向量 .　　B 必有两个向量成比例 .

C 必有一个向量是其余向量的线性组合 .

D 任一个向量是其余向量的线性组合 .

3.设 A,B 都是 n 阶方阵，则 $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ 的充分必要条件是(　).

(A). $A=E$　　(B). $B=0$

(C). $AB=BA$　　(D). $A=B$

4. n 阶方阵 A 与对角矩阵相似的充要条件是(　　).

（A）矩阵 A 有 n 个特征值。　（B）矩阵 A 的行列式 $|A|\neq 0$ 。

（C）矩阵 A 有 n 个线性无关的特征向量。　（D）矩阵 A 的秩为 n 。

5．齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_3=0 \\ x_2+x_4=0 \end{cases}$ 的基础解系含（　）个线性无关的解向量：（　　）

（A）1　（B）2　（C）3　（D）4

二 填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1 已知矩阵 $\mathbf{A}$ 满足 $\mathbf{A}^2+2\mathbf{A}-3\mathbf{E}=\mathbf{O}$, 则 $(\mathbf{A}+4\mathbf{E})^{-1}=$________。

2．设行列式 $D=\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & x & y \end{vmatrix}$, 其代数余子式 $A_{11}+A_{12}+A_{13}=1$, 则 $D=$________ .

3. 设 $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $f(x)=\begin{vmatrix} x-1 & x & 0 \\ 0 & x-1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$, 则 $f(\mathbf{A})=$__________.

4. 设 $\mathbf{A}$ 是 3 阶方阵, 已知 $|\mathbf{A}+\mathbf{E}|=0, |\mathbf{A}+2\mathbf{E}|=0, |\mathbf{A}+3\mathbf{E}|=0$, 则 $|\mathbf{A}-\mathbf{E}|=$____.

5．已知向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,-1,1)$, $\boldsymbol{\alpha}_2=(2,0,t,0)$, $\boldsymbol{\alpha}_3=(0,-4,5,-2)$ 的秩为 2，则 $t=$_____.

三、解答题（共 50 分）(解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

1. **（本题 10 分）**计算行列式：$D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

2. **（本题 8 分）**设 $A=\begin{pmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$，且 $B=P^{-1}AP$， P 为三阶矩阵，求 $B^{2012}-2A^{2}$ 。

3、**（本题 8 分）**设向量组$(a, 3, 1)^T, (2, b, 3)^T, (1, 2, 1)^T, (2, 3, 1)^T$的秩为 2，求 a，b.

4、**（本题 12 分）**设有线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + kx_3 = 4, \\ -x_1 + kx_2 + x_3 = k^2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \end{cases}$问 k 取何值时，方程组（1）有唯一解；（2）无解；（3）有无穷多个解？并在有无穷多解时求其通解。

5、**（本题 12 分）**设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 4 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$，求一可逆矩阵 P ,使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵。

四、证明题。（**本题 10 分，每题 5 分**）

1.设 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ 都是 n 阶实对称矩阵, 且它们具有相同的特征值, 证明 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 相似.

2. 设 λ 是 n 阶正交矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征值，证明 $\lambda \neq 0$，且 $\dfrac{1}{\lambda}$ 也是 $\mathbf{A}$ 的特征值.

6 浙江理工大学 2011—2012 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A2 卷

一 选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1、设 A 为 n 阶方阵，A^* 为其伴随阵。下列条件中（　　）是 A 可逆的充要条件。

（A）$A \neq O$；　（B）$A^* \neq O$；　（C）$AA^* = |A|E$；　（D）$R(A^*) = n$。

2. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ 线性相关，则（　　）.

（A）α_1 可由其余向量线性表示；　（B）$\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ 至少有一个零向量；

（C）$\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ 中至少有一个向量可以由其余向量线性表示；

（D）$\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ 任两个向量成比例.

3、设矩阵 A 的秩 $R(A) = r$，则（　　）.

（A）A 的 $r-1$ 阶子式都不为 0；　（B）A 至少有一个 r 阶子式不为 0；

（C）A 是一个 r 阶方阵；　（D）A 的 r 阶子式都不为 0.

4．若方阵 A 与 B 相似，则下列命题不成立的是（　　）.

（A）$|A| = |B|$；　（B）A 与 B 的秩相同；

（C）A 与 B 具有相同的特征值；　（D）A 与 B 具有相同的特征向量。

5.行列式 $\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ a_1 & b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \end{vmatrix}$ 中 d 的代数余子式为（　　）.

（A）$c_1(a_1b_2 - a_2b_1)$；（B）$c_1(a_2b_1 - a_1b_2)$；（C）$a_1b_2 - a_2b_1$；（D）$a_2b_1 - a_1b_2$。

二 填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1．设 A 为 3×3 矩阵，$|A| = -2$，把 A 按列分块为 $A = (A_1, A_2, A_3)$，其中 A_j $(j = 1, 2, 3)$ 是 A 的第 j 列，则 $|A_3 - 2A_1, 3A_2, A_1| =$ ＿＿＿＿＿ .

2．设矩阵 **A** 满足 $A^3 - A^2 + 3A - 2E = \mathbf{0}$，则 $(E - A)^{-1} =$ ＿＿＿＿＿＿.

3．已知三阶方阵 **A** 的特征值为 $-2, 1, 2$，则行列式 $|2\mathbf{A}^* + \mathbf{E}| =$ ＿＿＿＿＿＿.

4．已知4×3矩阵$\mathbf{A}$的秩为$R(\mathbf{A})=2$，$\mathbf{B}=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$，则$R(\mathbf{AB})=$__________.

5. 设$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,4,1), \boldsymbol{\alpha}_2=(2,1,-5), \boldsymbol{\alpha}_3=(6,2,-16), \boldsymbol{\beta}=(2, t, 3)$，且$\boldsymbol{\beta}$可用$\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3$线性表出，则$t=$ _________ .

三、解答题（共 50 分）**(解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)**

1.（**本题 8 分**）求行列式$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$的值。

2.（**本题 10 分**）已知$\mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{C}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，矩阵$\mathbf{X}$满足关系式：

$\mathbf{X}(\mathbf{E}-\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B})^T\mathbf{C}^T=\mathbf{E}$，求$\mathbf{X}$.

3. **（本题 8 分）**求向量组$\alpha_1=(1,2,-1,4)^{\mathrm{T}},\alpha_2=(9,100,10,4)^{\mathrm{T}},\alpha_3=(-2,-4,2,-8)^{\mathrm{T}}$.的秩，并求一个最大线性无关组，并把其余向量用该极大线性无关组线性表示。

4．（本题 12 分）问λ取何值时，线性方程组$\begin{cases} 2x_1+\lambda x_2-x_3=1 \\ \lambda x_1-x_2+x_3=2 \\ 4x_1+5x_2-5x_3=-1 \end{cases}$ 无解，有惟一解或无穷多解？并在有无穷多解时给出方程组的通解。

5. **（本题 12 分）**试求一个正交的相似变换矩阵，将对称阵$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$化为对角阵.

四、证明题。**（本题 10 分,每题 5 分）**

1. 设向量$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，证明向量$2\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+5\alpha_3,2\alpha_3+3\alpha_1$也线性无关。

2．若A、B为对称矩阵，证明AB为对称矩阵的充要条件为A、B可交换。

7 浙江理工大学 2009—2010 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A 卷

一、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1、若 A,B 都是三阶可逆矩阵，则下列结论不一定正确的是 (　　).

(A) $(AB)^T = B^T A^T$.　　(B) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

(C) $(AB)^* = B^* A^*$.　　(D) $(AB)^2 = B^2 A^2$.

2、 已知 A 是 n 阶可逆矩阵，则与 A 必有相同特征值的矩阵是(　　).

(A) A^{-1}.　(B) A^2.　(C) A^T.　(D) A^*.

3、设 A 是 n 阶实对称矩阵，则下列说法正确的是_____.

(A). A 一定有 n 个线性无关的特征向量；

(B). A 的特征值一定为正；

(C). A 的任意两个不同的特征向量一定是正交的；

(D). A 一定有 n 个不同的特征值.

4、设 A 为正交矩阵，且 $|A|=-1$,则 $A^* =$ ____________

(A) A^T　　(B) $-A^T$

(C) A　　(D) $-A$

5、设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的一个基础解系，则下列向量组中不再是 $Ax=0$ 的基础解系的为______________

(A) $\alpha_1,\alpha_1+\alpha_2,\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4$；

(B) $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4-\alpha_1$；

(C) $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2-\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4+\alpha_1$；

(D) $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4+\alpha_1$

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1、若向量组 $\alpha_1=(1,3,6,2)^T$，$\alpha_2=(2,1,2,-1)^T$，$\alpha_3=(1,-1,a,-2)^T$ 的秩为 2，则 $a=$ __________

2．若矩阵 $A=\begin{pmatrix} t & 1 & 1 \\ 1 & t & -1 \\ 1 & -1 & t \end{pmatrix}$ 为正定的，则 t 满足的条件为__________ .

3、已知 A 为 3 阶可逆矩阵，A^* 是 A 的伴随矩阵，若 $|A|=2$，则 $\left|A^*-(\frac{1}{4}A)^{-1}\right|=$________.

4、已知 $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & x \end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 相似，则 $y=$________.

5、二次型 $f(\chi_1, \ \chi_2, \ \chi_3)=2\chi_1\chi_2-4\chi_1\chi_3+6\chi_2\chi_3$ 的矩阵是__________，该二次型的秩是___________

三、计算题。

1、(8 分)计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-x \\ 1 & 1 & 1+x & 1 \end{vmatrix}$.。

2、(10 分)设 $\alpha_1=(1,-1,2,4)^T,\alpha_2=(0,3,1,2)^T,\alpha_3=(3,0,7,14)^T,\quad \alpha_4=(1,-1,2,0)^T$, $\alpha_5=(2,1,5,6)^T$, 求向量组的秩及其一个极大线性无关组，并把其余向量用该极大线性无关组线性表示。

3、.(8 分) 三阶方阵 A, B 满足关系式: $AB + E = A^2 + B$,且 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,求 B

4、（12 分）设非齐次线性方程组$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ ax_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + (a+1)x_3 = 0 \end{cases}$，问：$a$ 取何值时，此方程组有唯一解、无解、有无穷多解？并在有无穷多解时求其通解.

5、（12 分）已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} a & 1 & c \\ 0 & b & 0 \\ -4 & c & 1-a \end{pmatrix}$ 有一个特征值 $\lambda_1=2, x=(1,2,2)^T$，是属于特征值 $\lambda_1=2$ 的特征向量. 求 (1) 常数 a,b,c 的值；(2) 判定 A 是否可相似对角化，说明理由.

四、证明题（10 分）

1、 (4 分)设 A,B 都是 n 阶矩阵,且 A 可逆,证明 AB 与 BA 有相同的特征值.

2、(6 分)设向量 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关,且 $\beta=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4$ 证明向量组 $\beta-\alpha_1,\beta-\alpha_2,\beta-\alpha_3,\beta-\alpha_4$ 线性无关.

8 浙江理工大学 2008—2009 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A 卷

一、单选题（每题 4 分，共 20 分）

1、设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2$是四维列向量，且$\left|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1\right|=m$，$\left|\alpha_1,\alpha_2,\beta_2,\alpha_3\right|=n$，

则$\left|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1+\beta_2\right|=$（　　　）

(A) $m+n$　　　(B) $-(m+n)$　　　(C) $n-m$　　　(D) $m-n$

2、设A,B均为n阶矩阵,则必有（　　　）.

(A) $AB=BA$　　(B) $|AB|=|BA|$　　(C) $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$　　(D) $|A-B|=|A|-|B|$

3、如果A为三阶方阵，且$|A|=2$，则$\left|A^*\right|=$（　　　）.

(A) 4　　　(B) 8　　　(C) 2　　　(D) 16

4、设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$的秩为 3，则（　　　）.

（A）任意三个向量线性无关　　　（B）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$中无零向量

（C）任意四个向量线性相关　　　（D）任意两个向量线性无关

5、设n阶矩阵A为正交矩阵,则下列矩阵不是正交矩阵的是（　　　）.

(A) A^{-1}　　(B) A^4　　(C) $-A$　　(D) $2A$

二、填空题（每题 4 分，共 24 分）

1、设$\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ -b & a & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0$,则$a=$______;$b=$_______.

2、设矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$，则$(AB)^k=$________，$(BA)^k=$_______________.

(k为正整数).

3、已知向量组$a_1=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix},a_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix},a_3=\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 7 \\ 14 \end{pmatrix},a_4=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}$,则$R(a_1,a_2,a_3,a_4)=$________;

一个极大无关组是_________.

4、已知向量组$a_1=\begin{pmatrix}1\\0\\x\end{pmatrix},a_2=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix},a_3=\begin{pmatrix}1\\x\\0\end{pmatrix}$线性相关,则$x=$________ .

5、已知三阶矩阵A的秩$R(A)=2,\eta_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\eta_2=\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$是非齐次线性方程组$AX=b$的解,则$AX=b$的通解是____________ .

6、设$\lambda_1=1,\lambda_2=2,\lambda_3=3$是三阶矩阵$A$的特征值,则$|A|=$___________;$(A^2)^{-1}$的特征值是_________.

三、解答题（8＋8＋10＋10＋10，共46分）

1、计算行列式$D=\begin{vmatrix}a+b & b & b & b\\ -b & a-b & -b & -b\\ b & b & a+b & b\\ -b & -b & -b & a-b\end{vmatrix}$.　(8分)

2、已知$A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$,且$AX=A+X$,求矩阵$X$.　(8分)

3、设 $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3k \\ -1 & 2k & -3 \\ k & -2 & 3\end{pmatrix}$,问 k 为何值时,(1) $R(A)=3$;(2) $R(A)=2$;(3) $R(A)=1$. (10 分)

4、当 λ 为何值时，线性方程组 $\begin{cases} 2x_1+\lambda x_2-x_3=1 \\ \lambda x_1-x_2+x_3=2 \\ 4x_1+5x_2-5x_3=-1 \end{cases}$ 有惟一解，无解或有无穷多解？并在有无穷多解时求出方程组的通解.　(10 分)

5、已知 $A=\begin{pmatrix}1&2&0\\2&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$. (1)求 A 的特征值及特征向量;(2)求可逆矩阵 P 和对角阵 Λ,使得 $P^{-1}AP=\Lambda$. (10 分)

四、证明题（每题 5 分，共 10 分）

1、已知向量组 α_1, α_2, α_3 线性无关, $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2$, $\beta_2=\alpha_2+\alpha_3$, $\beta_3=\alpha_3+\alpha_1$,证明:向量组 β_1, β_2, β_3 线性无关.

2、设 n 阶矩阵 A 满足 $A^2=A$, E 为 n 阶矩阵,证明: $R(A)+R(A-E)=n$.

数学通识必修课系列试卷汇总

（试题册和答案册配套，为两个小册子，这里为了节省空间，就将两本册子写在了一块儿）
（版本号与年份有关；发行次数会根据当年发行情况进行修改）

高等数学 A2 期末系列：（具体内容请见高等数学 B2 试题册尾页）
高等数学 A2 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf
高等数学 A2 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf
高等数学 A2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 B2 期末系列：（具体内容请见高等数学 B2 试题册尾页）
高等数学 B2 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf
高等数学 B2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 A 期末系列：
线性代数 A 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末系列：
线性代数 B 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 B 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf
线性代数 B 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末系列：
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf
概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 B 期末系列：
概率论与数理统计 B 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计期末练习系列：
概率论与数理统计练习试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf