

自我测试

第一篇 力学



一、选择题

1、某质点作直线运动的运动学方程为 $x = 3t - 5t^3 + 6$ (SI)，则该质点作

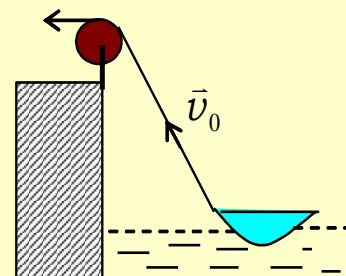
- (A) 匀加速直线运动，加速度沿 x 轴正方向.
- (B) 匀加速直线运动，加速度沿 x 轴负方向.
- (C) 变加速直线运动，加速度沿 x 轴正方向.
- (D) 变加速直线运动，加速度沿 x 轴负方向.

2、如图所示，湖中有一小船，有人用绳绕过岸上一定高度处的定滑轮拉湖中的船向岸边运动。设该人以匀速率 v_0 收绳，绳不伸长、湖水静止，则小船的运动是

(A) 匀加速运动. (B) 匀减速运动.

(C) 变加速运动. (D) 变减速运动.

(E) 匀速直线运动.



解：∵

$$l^2 = h^2 + x^2$$

∴

$$2l \frac{dl}{dt} = 2x \frac{dx}{dt}$$

其中

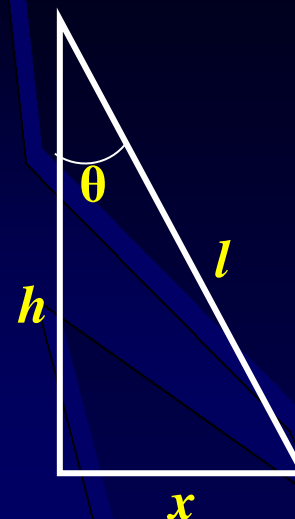
$$\frac{dl}{dt} = v_0$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{x}{l} = \sin \theta$$

∴

$$v = \frac{v_0}{\sin \theta}$$



由于 θ 逐渐减小，因此 v 逐渐增大，即船作加速直线运动。

对 $lv_0 = xv$ 两边进一步求导得

$$v_0 \frac{dl}{dt} = v \frac{dx}{dt} + x \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{v_0^2 - v^2}{x}$$

即：

将 $v = \frac{l}{x} v_0$ 代入上式得

$$a = \frac{x^2 - l^2}{x^3} v_0^2$$

可见，船应作变加速直线运动。

3、一质点在平面上运动，已知质点位置矢量的表示式为

$$\vec{r} = at^2\vec{i} + bt^2\vec{j}$$

(其中 a 、 b 为常量)，则该质点作

(A) 匀速直线运动.

(B) 变速直线运动.

(C) 抛物线运动.

(D) 一般曲线运动.

解：∵ $x = at^2$, $y = bt^2$

∴ $y = \frac{b}{a}x$ 即质点作直线运动。

对x、y求导得, $v_x = \frac{dx}{dt} = 2at$, $v_y = \frac{dy}{dt} = 2bt$

∴ $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 2\sqrt{a^2 + b^2}t$

对上式进一步求导得 $a = \frac{dv}{dt} = 2\sqrt{a^2 + b^2}$

可见，质点应作匀加速直线运动。

4、一质点作直线运动，某时刻的瞬时速度 $v=2 \text{ m/s}$ ，瞬时加速度 $a=-2\text{m/s}^2$ ，则一秒钟后质点的速度

- (A) 等于零. (B) 等于 -2 m/s .
(C) 等于 2 m/s . (D) 不能确定.

5、一运动质点在某瞬时位于矢径 $\vec{r}(x,y)$ 的端点处, 其速度大小为

(A) $\frac{dr}{dt}$

(B) $\frac{d\vec{r}}{dt}$

(C) $\frac{d|\vec{r}|}{dt}$

(D) $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

6、一质点在平面上作一般曲线运动，其瞬时速度为 \vec{v} ，瞬时速率为 v ，某一时间内的平均速度为 $\bar{\vec{v}}$ ，平均速率为 \bar{v} ，它们之间的关系必定有：

(A) $|\vec{v}| = v, |\bar{\vec{v}}| = \bar{v}$

(B) $|\vec{v}| \neq v, |\bar{\vec{v}}| = \bar{v}$

(C) $|\vec{v}| \neq v, |\bar{\vec{v}}| \neq \bar{v}$

(D) $|\vec{v}| = v, |\bar{\vec{v}}| \neq \bar{v}$

7、一条河在某一段直线岸边同侧有 A 、 B 两个码头，相距1 km. 甲、乙两人需要从码头 A 到码头 B ，再立即由 B 返回. 甲划船前去，船相对河水的速度为4 km/h；而乙沿岸步行，步行速度也为4 km/h. 如河水流速为2 km/h, 方向从 A 到 B ，则

(A) 甲比乙晚10分钟回到 A .

(B) 甲和乙同时回到 A .

(C) 甲比乙早10分钟回到 A .

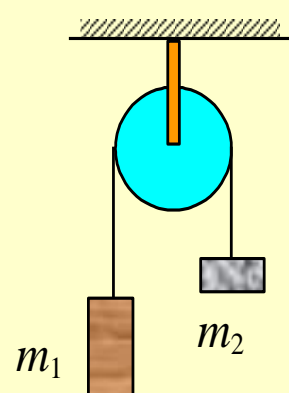
(D) 甲比乙早2分钟回到 A .

解： $t_1 = \frac{s}{v+v_0} + \frac{s}{v-v_0}$, $t_2 = \frac{2s}{v}$

$$\Delta t = t_1 - t_2 = s\left(\frac{1}{v+v_0} + \frac{1}{v-v_0} - \frac{2}{v}\right) = 1 \times \left(\frac{1}{4+2} + \frac{1}{4-2} - \frac{2}{4}\right) = \frac{1}{6}(h) = 10 \text{ min}$$

即甲比乙晚10分钟回到A。

8、如图所示，一轻绳跨过一个定滑轮，两端各系一质量分别为 m_1 和 m_2 的重物，且 $m_1 > m_2$ 。滑轮质量及轴上摩擦均不计，此时重物的加速度的大小为 a 。今用一竖直向下的恒力 $F = m_1 g$ 代替质量为 m_1 的物体，可得质量为 m_2 的重物的加速度为的大小 a' ，则



(A) $a' = a$

(B) $a' > a$

(C) $a' < a$

(D) 不能确定.

- 9、一质点作匀速率圆周运动时，
- (A) 它的动量不变，对圆心的角动量也不变.
 - (B) 它的动量不变，对圆心的角动量不断改变.
 - (C) 它的动量不断改变，对圆心的角动量不变.
 - (D) 它的动量不断改变，对圆心的角动量也不断改变.

10、速度为 v_0 的小球与以速度 v (v 与 v_0 方向相同, 并且 $v < v_0$) 滑行中的车发生完全弹性碰撞, 车的质量远大于小球的质量, 则碰撞后小球的速度为

(A) $v_0 - 2v$. (B) $2(v_0 - v)$.

(C) $2v - v_0$. (D) $2(v - v_0)$.

11、一个质点同时在几个力作用下的位移为：

$$\Delta \vec{r} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k} \text{ (SI)}$$

其中一个力为恒力 $\vec{F} = -3\vec{i} - 5\vec{j} + 9\vec{k}$ (SI)，则此力在该位移过程中所作的功为

(A) -67J.

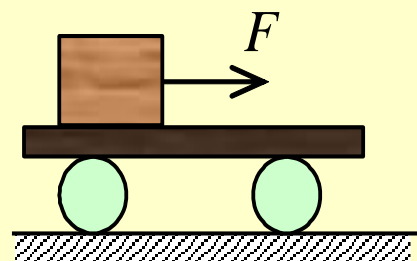
(B) 17J.

(C) 67J.

(D) 91 J.

12、如图，在光滑水平地面上放着一辆小车，车上左端放着一只箱子，今用同样的水平恒力 F 拉箱子，使它由小车的左端达到右端，一次小车被固定在水平地面上，另一次小车没有固定．试以水平地面为参照系，判断下列结论中正确的是

- (A) 在两种情况下， \vec{F} 做的功相等．
- (B) 在两种情况下，摩擦力对箱子做的功相等．
- (C) 在两种情况下，箱子获得的动能相等．
- (D) 在两种情况下，由于摩擦而产生的热相等．



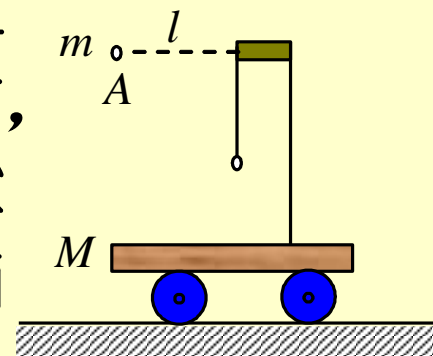
13、对功的概念有以下几种说法：

- (1) 保守力作正功时，系统内相应的势能增加.
- (2) 质点运动经一闭合路径，保守力对质点作的功为零.
- (3) 作用力和反作用力大小相等、方向相反，所以两者所作功的代数和必为零.

在上述说法中：

- (A) (1)、(2)是正确的.
- (B) (2)、(3)是正确的.
- (C) 只有(2)是正确的.
- (D) 只有(3)是正确的.

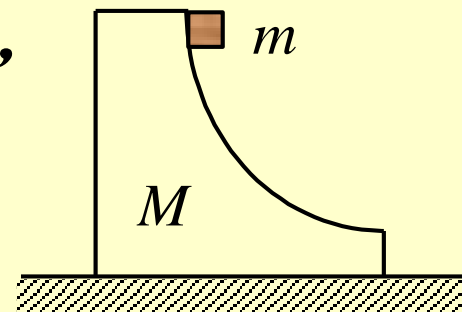
14、静止在光滑水平面上的一质量为 M 的车上悬挂一单摆，摆球质量为 m ，摆线长为 l 。开始时，摆线水平，摆球静止于A点。突然放手，当摆球运动到摆线呈竖直位置的瞬间，摆球相对于地面的速度为



(A) 0. (B) $\sqrt{2gl}$.

(C) $\sqrt{\frac{2gl}{1+m/M}}$. (D) $\sqrt{\frac{2gl}{1+M/m}}$.

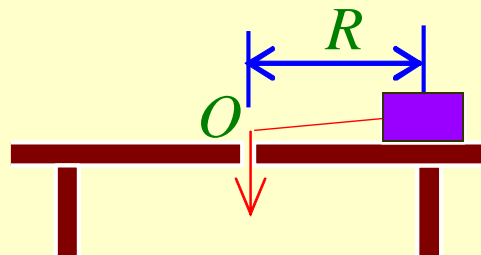
15、一光滑的圆弧形槽 M 置于光滑水平面上，一滑块 m 自槽的顶部由静止释放后沿槽滑下，不计空气阻力。对于这一过程，以下哪种分析是对的？



- (A) 由 m 和 M 组成的系统动量守恒.
- (B) 由 m 和 M 组成的系统机械能守恒.
- (C) 由 m 、 M 和地球组成的系统机械能守恒.
- (D) M 对 m 的正压力恒不作功.

16、如图所示，一个小物体，位于光滑的水平桌面上，与一绳的一端相连结，绳的另一端穿过桌面中心的小孔 O 。该物体原以角速度 ω 在半径为 R 的圆周上绕 O 旋转，今将绳从小孔缓慢往下拉。则物体

- (A) 动能不变，动量改变。
- (B) 动量不变，动能改变。
- (C) 角动量不变，动量不变。
- (D) 角动量改变，动量改变。
- (E) 角动量不变，动能、动量都改变。



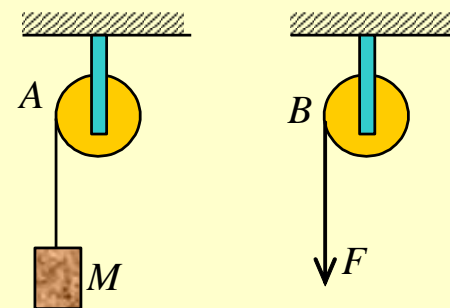
17、如图所示， A 、 B 为两个相同的绕着轻绳的定滑轮． A 滑轮挂一质量为 M 的物体， B 滑轮受拉力 F ，而且 $F = Mg$ ．设 A 、 B 两滑轮的角加速度分别为 b_A 和 b_B ，不计滑轮轴的摩擦，则有

(A) $b_A = b_B$ ．

(B) $b_A > b_B$ ．

(C) $b_A < b_B$ ．

(D) 开始时 $b_A = b_B$ ，以后 $b_A < b_B$ ．



- 18、关于刚体对轴的转动惯量，下列说法中正确的是
- (A) 只取决于刚体的质量,与质量的空间分布和轴的位置无关.
 - (B) 取决于刚体的质量和质量的空间分布，与轴的位置无关.
 - (C) 取决于刚体的质量、质量的空间分布和轴的位置.
 - (D) 只取决于转轴的位置，与刚体的质量和质量的空间分布无关.

19、花样滑冰运动员绕通过自身的竖直轴转动，开始时两臂伸开，转动惯量为 J_0 ，角速度为 ω_0 。然后她将两臂收回，使转动惯量减少为 $J_0/3$ 。这时她转动的角速度变为

- (A) $\omega_0/3$. (B) $(1/\sqrt{3})\omega_0$.
(C) $\sqrt{3}\omega_0$. (D) $3\omega_0$.

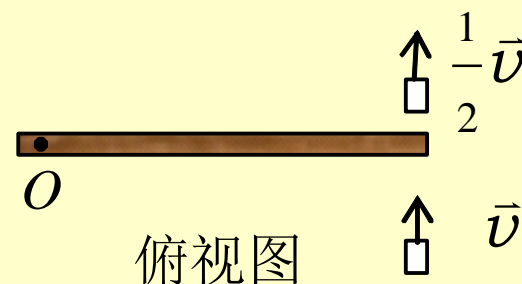
20、如图所示，一静止的均匀细棒，长为 L 、质量为 M ，可绕通过棒的端点且垂直于棒长的光滑固定轴 O 在水平面内转动，转动惯量为 $\frac{1}{3}ML^2$ 。一质量为 m 、速率为 v 的子弹在水平面内沿与棒垂直的方向射出并穿出棒的自由端，设穿过棒后子弹的速率为 $\frac{1}{2}v$ ，则此时棒的角速度应为

(A) $\frac{mv}{ML}$.

(B) $\frac{3mv}{2ML}$.

(C) $\frac{5mv}{3ML}$.

(D) $\frac{7mv}{4ML}$.



二、填空题

21、一物体悬挂在弹簧上，在竖直方向上振动，其振动方程为 $y = A \sin \omega t$ ，其中 A 、 ω 均为常量，则

(1) 物体的速度与时间的函数关系式为 $v = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos \omega t$ ；

(2) 物体的速度与坐标的函数关系式为 $v = A\omega \cos \omega t = \omega \sqrt{A^2 - y^2}$ 。

22、一质点沿 x 方向运动，其加速度随时间变化关系为

$$a = 3 + 2t \quad (\text{SI}),$$

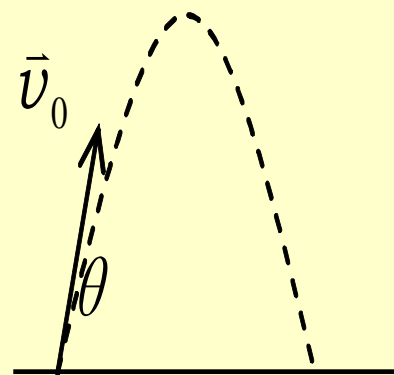
如果初始时质点的速度 v_0 为5 m/s，则当 t 为3s时，质点的速度 $v = 23$ (m/s).

$$\text{解：} \because \quad v - v_0 = \int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt = \int_0^t (3 + 2t) dt = 3t + t^2$$

$$\therefore \quad v|_{t=3s} = (3t + t^2 + v_0)|_{t=3s} = 3 \times 3 + 3^2 + 5 = 23(\text{m/s})$$

23、一质点从静止出发沿半径 $R=1\text{m}$ 的圆周运动，其角加速度随时间 t 的变化规律是 $\beta=12t^2-6t$ (SI)，则质点的角速度 ω = $4t^3-3t^2$ (rad/s)；切向加速度 a_t = $12t^2-6t$ (m/s²)。

24、一物体作斜抛运动，初速度 \bar{v}_0 与水平方向夹角为 θ ，如图所示。物体轨道最高点处的曲率半径 r 为 $\rho = v_0^2 \cos^2 \theta / g$ 。



解：物体在最高点只有法向加速度，且 $a_n = g$

$$\because a_n = \frac{v_m^2}{\rho} \quad \text{而：} v_m = v_0 \cos \theta \quad \therefore \rho = \frac{v_m^2}{a_n} = \frac{v_0^2 \cos^2 \theta}{g}$$

25、质点沿半径为 R 的圆周运动，运动学方程为

$$\theta = 3 + 2t^2 \text{ (SI)}$$

则 t 时刻质点的法向加速度大小为 $a_n = \underline{16 R t^2}$ ；角加速度 $\beta = \underline{4 \text{ rad /s}^2}$ 。

26、一物体质量为10 kg，受到方向不变的力 $F = 30 + 40t$ (SI) 作用，在开始的两秒内，此力冲量的大小等于___140N·s___；若物体的初速度大小为10 m/s，方向与力 F 的方向相同，则在2s末物体速度的大小等于___24m/s___。

27、一颗子弹在枪筒里前进时所受的合力大小为

$$F = 400 - \frac{4 \times 10^5}{3} t \quad (\text{SI})$$

子弹从枪口射出时的速率为 300 m/s . 假设子弹离开枪口时合力刚好为零, 则

- (1) 子弹走完枪筒全长所用的时间 $t = \underline{0.003\text{s}}$,
- (2) 子弹在枪筒中所受力的冲量 $I = \underline{0.6\text{N}\cdot\text{s}}$,
- (3) 子弹的质量 $m = \underline{2\text{g}}$.

28、质量为 m 的质点以速度 \vec{v} 沿一直线运动，则它对直线外垂直距离为 d 的一点的角动量大小是 mvd .

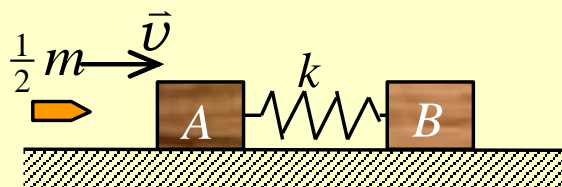
29、下列物理量：质量、动量、冲量、动能、势能、功中与参考系的选取有关的物理量是 动量、动能、功。（不考虑相对论效应）

30、质量为0.25 kg的质点，受力 $\vec{F} = t \vec{i}$ (SI)的作用，式中 t 为时间． $t = 0$ 时该质点以 $\vec{v} = 2\vec{j}$ (SI)的速度通过坐标原点，则该质点任意时刻的位置矢量是 $\frac{2}{3}t^3\vec{i} + 2t\vec{j}$ (SI) ．

31、湖面上有一小船静止不动，船上有一打渔人质量为 60 kg 。如果他在船上向船头走了 4.0 米 ，但相对于湖底只移动了 3.0 米 ，（水对船的阻力略去不计），则小船的质量为 180kg。

32、质量为 m_1 和 m_2 的两个物体，具有相同的动量．欲使它们停下来，外力对它们做的功之比 $W_1:W_2 = \frac{m_2}{m_1}$ ；若它们具有相同的动能，欲使它们停下来，外力的冲量之比 $I_1:I_2 = \frac{(\frac{m_1}{m_2})^{1/2}}{m_2}$ ．

33、如图，两个用轻弹簧连着的滑块A和B，滑块A的质量为 $m/2$ ，B的质量为 m ，弹簧的劲度系数为 k ，A、B静止在光滑的水平面上（弹簧为原长）。若滑块A被水平方向射来的质量为 $m/2$ 、速度为 v 的子弹射中，则在射中后，滑块A及嵌在其中的子弹共同运动的速度 $v_A = \underline{v/2}$ ，此时刻滑块B的速度 $v_B = \underline{0}$ ，在以后的运动过程中，滑块B的最大速度 $v_{\max} = \underline{v/2}$ 。



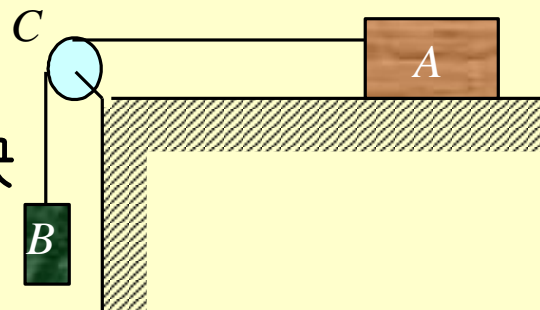
34、绕定轴转动的飞轮均匀地减速， $t=0$ 时角速度为 $\omega_0 = 5 \text{ rad/s}$ ， $t=20 \text{ s}$ 时角速度为 $\omega = 0.8\omega_0$ ，则飞轮的角加速度 $b = \underline{\quad -0.05 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2} \quad}$ ， $t=0$ 到 $t=100 \text{ s}$ 时间内飞轮所转过的角度 $q = \underline{\quad 250 \text{ rad} \quad}$

35、半径为30 cm的飞轮，从静止开始以 $0.50 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}$ 的匀角加速度转动，则飞轮边缘上一点在飞轮转过 240° 时的切向加速度 $a_t = \underline{0.15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}$ ，法向加速度 $a_n = \underline{1.26 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}$ 。

36、一定滑轮质量为 M 、半径为 R ，对水平轴的转动惯量 $J = MR^2/2$ 。在滑轮的边缘绕一细绳，绳的下端挂一物体。绳的质量可以忽略且不能伸长，滑轮与轴承间无摩擦。物体下落的加速度为 a ，则绳中的张力 $T = \frac{1}{2}Ma$ 。

37、一根均匀棒，长为 l ，质量为 m ，可绕通过其一端且与其垂直的固定轴在竖直面内自由转动。开始时棒静止在水平位置，当它自由下摆时，它的初角速度等于0，初角加速度等于 $\frac{3g}{2l}$ 。已知均匀棒对于通过其一端垂直于棒的轴的转动惯量为 $\frac{1}{3}ml^2$ 。

38、如图所示，滑块A、重物B和滑轮C的质量分别为 m_A 、 m_B 和 m_C ，滑轮的半径为 R ，滑轮对轴的转动惯量 $J = \frac{1}{2} m_C R^2$ 。滑块A与桌面间、滑轮与轴承之间均无摩擦，绳的质量可不计，绳与滑轮之间无相对滑



动。滑块A的加速度 $a = \frac{m_B g}{m_A + m_B + \frac{1}{2} m_C}$ 。

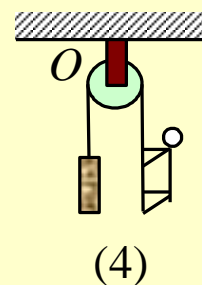
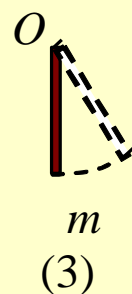
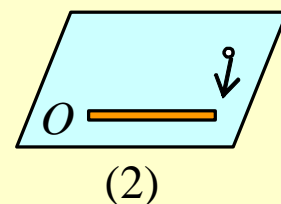
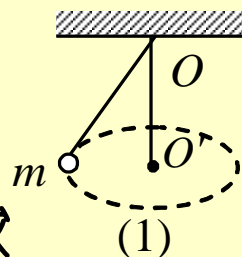
39、判断图示的各种情况中，哪种情况角动量是守恒的。请把序号填在横线上的空白处 (1)、(2)、(4)。

(1) 圆锥摆中作水平匀速圆周运动的小球 m ，对竖直轴 OO' 的角动量。

(2) 光滑水平桌面上，匀质杆被运动的小球撞击其一端，杆与小球系统，对于通过杆另一端的竖直固定光滑轴 O 的角动量。

(3) 绕光滑水平固定轴 O 自由摆动的米尺，对轴 O 的角动量。

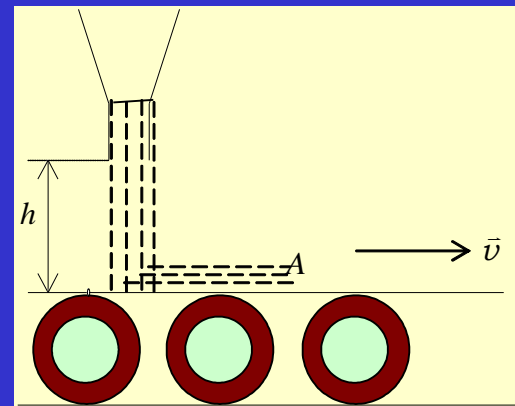
(4) 一细绳绕过有光滑轴的定滑轮，滑轮一侧为一重物 m ，另一侧为一质量等于 m 的人，在人向上爬的过程中，人与重物系统对转轴 O 的角动量。



40、一飞轮以角速度 ω_0 绕光滑固定轴旋转，飞轮对轴的转动惯量为 J_1 ；另一静止飞轮突然和上述转动的飞轮啮合，绕同一转轴转动，该飞轮对轴的转动惯量为前者的二倍．啮合后整个系统的角速度 $\omega = \underline{\omega_0/3}$ ．

三、计算题

40、如图，用传送带A输送煤粉，料斗口在A上方高 $h=0.5\text{ m}$ 处，煤粉自料斗口自由落在A上。设料斗口连续卸煤的流量为 $q_m=40\text{ kg/s}$ ，A以 $v=2.0\text{ m/s}$ 的水平速度匀速向右移动。求装煤的过程中，煤粉对A的作用力的大小和方向。（不计相对传送带静止的煤粉质重）



解：煤粉自料斗口下落，接触传送带前具有竖直向下的速度

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

设煤粉与A相互作用的 Δt 时间内，落于传送带上的煤粉质量为

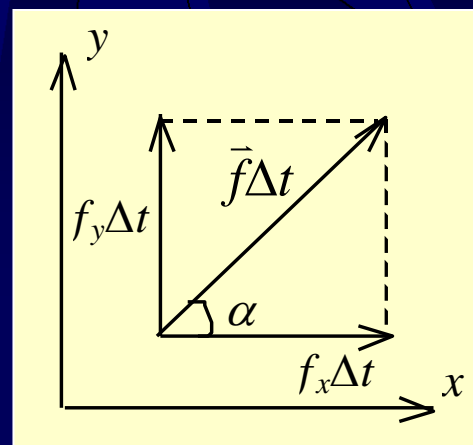
$$\Delta m = q_m \Delta t$$

设A对煤粉的平均作用力为 \bar{f} ，由动量定理写分量式：

$$f_x \Delta t = \Delta m v - 0 \quad f_y \Delta t = 0 - (-\Delta m v_0)$$

将 $\Delta m = q_m \Delta t$ 代入得

$$f_x = q_m v \quad f_y = q_m v_0$$



\therefore

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = 149\text{N}$$

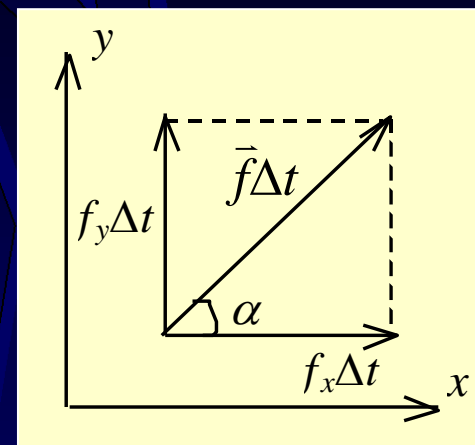
与 x 轴正向夹角为

$$\alpha = \arctg(f_x / f_y) = 57.4^\circ$$

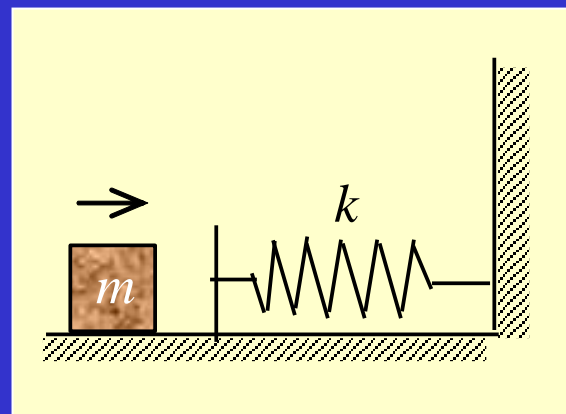
由牛顿第三定律可知，煤粉对A的作用力为

$$f' = f = 149\text{ N}$$

方向与图中相反。



42、如图所示，质量 $m=0.1\text{ kg}$ 的木块，在一个水平面上和一个劲度系数 $k=20\text{ N/m}$ 的轻弹簧碰撞，木块将弹簧由原长压缩了 $x=0.4\text{ m}$ 。假设木块与水平面间的滑动摩擦系数 $\mu_k=0.25$ ，问在将要发生碰撞时木块的速率 v 为多少？



解：根据功能原理，木块在水平面上运动时，摩擦力所作的功等于系统（木块和弹簧）机械能的增量。由题意有

$$-\mu_k mgx = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

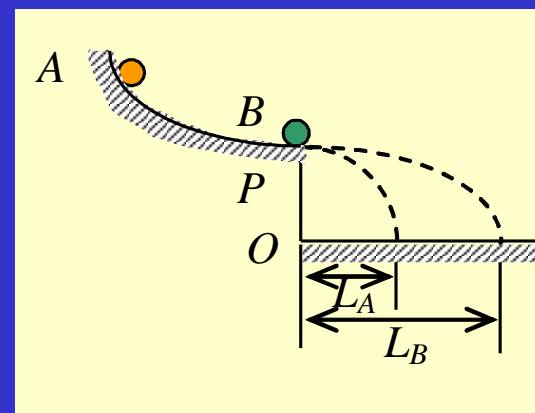
由此得木块开始碰撞弹簧时的速率为

$$v = \sqrt{2\mu_k gx + \frac{kx^2}{m}} = 5.83 \text{ m/s}$$

[另解] 根据动能定理，摩擦力和弹性力对木块所作的功，等于木块动能的增量，应有

$$-\mu_k mgx - \int_0^x kx dx = 0 - \frac{1}{2}mv^2$$

48、如图所示，质量为 m_A 的小球A沿光滑的弧形轨道滑下，与放在轨道端点P处(该处轨道的切线为水平的)的静止小球B发生弹性正碰撞，小球B的质量为 m_B ，A、B两小球碰撞后同时落在水平地面上。如果A、B两球的落地点距P点正下方O点的距离之比 $L_A / L_B = 2/5$ ，求：两小球的质量比 m_A / m_B 。



解：A、B两球发生弹性正碰撞，水平方向动量守恒、机械能守恒

$$m_A v_{A0} = m_A v_A + m_B v_B$$

$$\frac{1}{2} m_A v_{A0}^2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

联立解出 $v_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A0}$ $v_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A0}$

由于二球同时落地， $\therefore v_A > 0$ $m_A > m_B$

$$\therefore L_A / v_A = L_B / v_B$$

$$\therefore \frac{v_A}{v_B} = \frac{L_A}{L_B} = \frac{2}{5} \qquad \frac{m_A - m_B}{2m_A} = \frac{2}{5}$$

解出

$$m_A / m_B = 5$$

44、一定滑轮半径为 0.1 m ，相对中心轴的转动惯量为 $1 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。一变力 $F = 0.5t \text{ (SI)}$ 沿切线方向作用在滑轮的边缘上，如果滑轮最初处于静止状态，忽略轴承的摩擦。试求它在 1 s 末的角速度。

解：根据转动定律

$$M = J d\omega / dt$$

即 $d\omega = (M/J) dt$

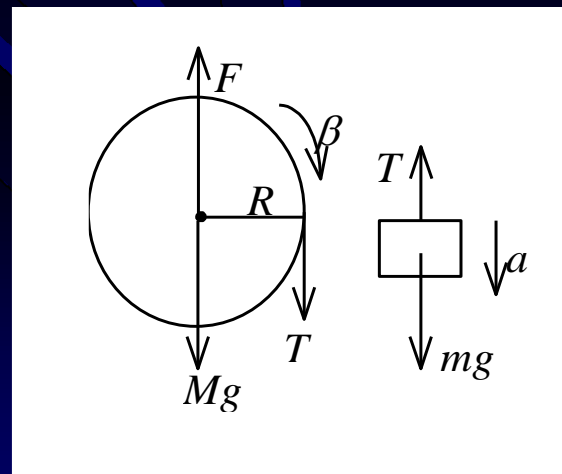
其中 $M = Fr$ $r = 0.1 \text{ m}$ $F = 0.5 t$

$$J = 1 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

分别代入上式，得 $d\omega = 50t dt$

则1 s末的角速度

$$\omega_1 = \int_0^1 50t dt = 25 \text{ rad / s}$$



46、质量为 $M = 15 \text{ kg}$ 、半径为 $R = 0.30 \text{ m}$ 的圆柱体，可绕与其几何轴重合的水平固定轴转动（转动惯量 $J = \frac{1}{2}MR^2$ ）。现以一不能伸长的轻绳绕于柱面，而在绳的下端悬一质量 $m = 8.0 \text{ kg}$ 的物体。不计圆柱体与轴之间的摩擦，求：

- (1) 物体自静止下落， 5 s 内下降的距离；
- (2) 绳中的张力。

解：

$$J = \frac{1}{2}MR^2 = 0.675 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

 \therefore

$$mg - T = ma$$

$$TR = J\beta$$

$$a = R\beta$$

 \therefore

$$a = mgR^2 / (mR^2 + J) = 5.06 \text{ m} / \text{s}^2$$

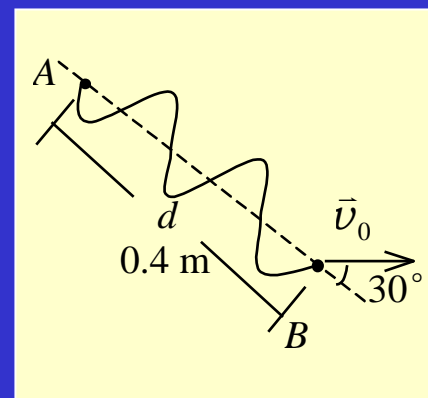
(1)下落距离

$$h = \frac{1}{2}at^2 = 63.3 \text{ m}$$

(2) 张力

$$T = m(g - a) = 37.9 \text{ N}$$

40、在光滑的水平面上，有一根原长 $l_0 = 0.6 \text{ m}$ 、劲度系数 $k = 8 \text{ N/m}$ 的弹性绳，绳的一端系着一个质量 $m = 0.2 \text{ kg}$ 的小球 B ，另一端固定在水平面上的 A 点。最初弹性绳是松弛的，小球 B 的位置及速度 \vec{v}_0 如图所示。在以后的运动中当小球 B 的速率为 v 时，它与 A 点的距离最大，且弹性绳长 $l = 0.8 \text{ m}$ ，求此时的速率 v 及初速率 v_0 。



解：重力、支持力、绳中张力对A点的力矩之和为零，故小球对A点的角动量守恒。当B与A距离最大时，B的速度应绳垂直。故有

$$mdv_0 \sin 30^\circ = mlv \quad \text{①}$$

由机械能守恒有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(l-l_0)^2 \quad \text{②}$$

由式①得

$$v = v_0 / 4$$

代入②式得

$$v_0 = \sqrt{\frac{16k(l-l_0)^2}{15m}} = 1.306 \text{ m/s}$$

$$v = 0.327 \text{ m/s}$$

47、有一半径为 R 的圆形平板平放在水平桌面上，平板与水平桌面的摩擦系数为 μ ，若平板绕通过其中心且垂直板面的固定轴以角速度 ω_0 开始旋转，它将在旋转几圈后停止？（已知圆形平板的转动惯量 $J = \frac{1}{2}mR^2$ 其中 m 为圆形平板的质量）

解：在 r 处的宽度为 dr 的环带面积上摩擦力矩为

$$dM = \mu \sigma dS g \cdot r = \mu \frac{mg}{\pi R^2} \cdot 2\pi r \cdot r dr$$

总摩擦力矩

$$M = \int_0^R dM = \frac{2}{3} \mu mg R$$

故平板角加速度

$$\beta = M / J$$

设停止前转数为 n ，则转角 $\theta = 2\pi n$

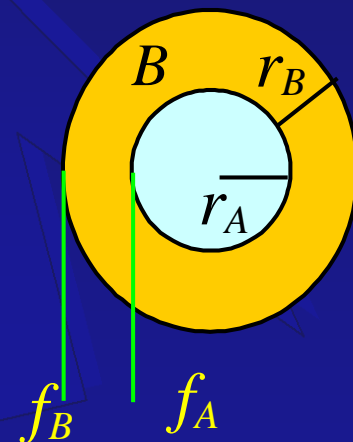
由

$$\omega_0^2 = 2\beta\theta = 4\pi M n / J$$

可得

$$n = \frac{J \omega_0^2}{4\pi M} = \frac{3R \omega_0^2}{16\pi \mu g}$$

48、如图所示，转轮A、B可分别独立地绕光滑的固定轴O转动，它们的质量分别为 $m_A = 10 \text{ kg}$ 和 $m_B = 20 \text{ kg}$ ，半径分别为 r_A 和 r_B 。现用力 f_A 和 f_B 分别向下拉绕在轮上的细绳且使绳与轮之间无滑动。为使A、B轮边缘处的切向加速度相同，相应的拉力 f_A 、 f_B 之比应为多少？(其中A、B轮绕O轴转动时的转动惯量分别为 $J_A = \frac{1}{2}m_A r_A^2$ 和 $J_B = \frac{1}{2}m_B r_B^2$)



解：转动定律

$$f_A r_A = J_A \beta_A \quad ①$$

$$f_B r_B = J_B \beta_B \quad ②$$

其中 $J_A = \frac{1}{2} m_A r_A^2$ $J_B = \frac{1}{2} m_B r_B^2$

要使A、B轮边上的切向加速度相同，应有

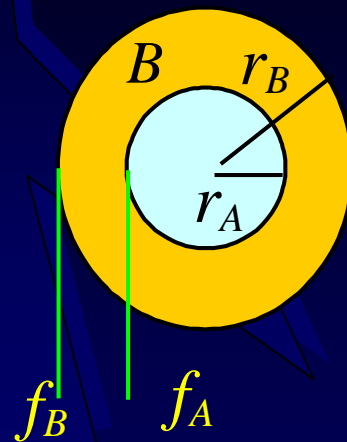
$$a = r_A \beta_A = r_B \beta_B \quad ③$$

由①、②式，有 $\frac{f_A}{f_B} = \frac{J_A r_B \beta_A}{J_B r_A \beta_B} = \frac{m_A r_A \beta_A}{m_B r_B \beta_B} \quad ④$

由③式有

$$\beta_A / \beta_B = r_B / r_A$$

将上式代入④式，得 $f_A / f_B = m_A / m_B = 1/2$



49、质量为 $M=0.03\text{ kg}$ ，长为 $l=0.2\text{ m}$ 的均匀细棒，在一水平面内绕通过棒中心并与棒垂直的光滑固定轴自由转动。细棒上套有两个可沿棒滑动的小物体，每个质量都为 $m=0.02\text{ kg}$ 。开始时，两小物体分别被固定在棒中心的两侧且距棒中心各为 $r=0.05\text{ m}$ ，此系统以 $n_1=15\text{ rev/min}$ 的转速转动。若将小物体松开，设它们在滑动过程中受到的阻力正比于它们相对棒的速度，(已知棒对中心轴的转动惯量为 $MI^2/12$)求：

- (1) 当两小物体到达棒端时，系统的角速度是多少？
- (2) 当两小物体飞离棒端，棒的角速度是多少？

解：选棒、小物体为系统，系统开始时角速度为

$$\omega_1 = 2\pi n_1 = 1.57 \text{ rad/s}$$

(1) 设小物体滑到棒两端时系统的角速度为 ω_2 。由于系统不受外力矩作用，所以角动量守恒。

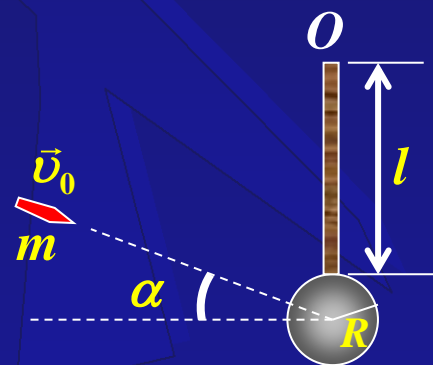
故

$$\left(\frac{1}{12} Ml^2 + 2mr^2 \right) \omega_1 = \left(\frac{1}{12} Ml^2 + \frac{1}{2} ml^2 \right) \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{(Ml^2/12 + 2ml^2)\omega_1}{Ml^2/12 + ml^2/2} = 0.628 \text{ rad/s}$$

(2) 小物体离开棒端的瞬间，棒的角速度仍为 ω_2 。因为小物体离开棒的瞬间内并未对棒有冲力矩作用。

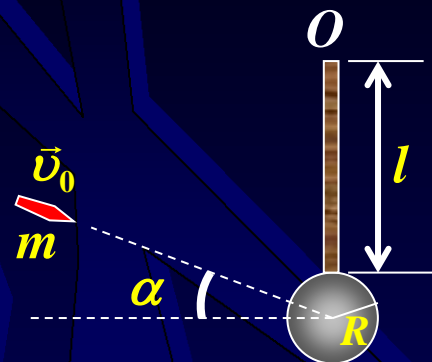
50、如图所示，一半径为 R 的匀质小木球固结在一长度为 l 的匀质细棒的下端，且可绕水平光滑固定轴 O 转动。今有一质量为 m ，速度为 \vec{v}_0 的子弹，沿着与水平面成 α 角的方向射向球心，且嵌于球心。已知小木球、细棒对通过 O 的水平轴的转动惯量的总和为 J 。求子弹嵌入球心后系统的共同角速度。



解：选子弹、细棒、小木球为系统。子弹射入时，系统所受合外力矩为零，系统对转轴的角动量守恒。

$$m v_0 (R + l) \cos \alpha = [J + m (R + l)^2] \omega$$

$$\omega = \frac{m v_0 (R + l) \cos \alpha}{J + m (R + l)^2}$$



自我测试

第二篇 气体动理论和热力学基础



一、选择题

1、一个容器内贮有1摩尔氢气和1摩尔氦气，若两种气体各自对器壁产生的压强分别为 p_1 和 p_2 ，则两者的大小关系是：

(A) $p_1 > p_2$.

(B) $p_1 < p_2$.

(C) $p_1 = p_2$.

(D) 不确定的.

2、一容器内装有 N_1 个单原子理想气体分子和 N_2 个刚性双原子理想气体分子，当该系统处在温度为 T 的平衡态时，其内能为

(A) $(N_1+N_2) \left(\frac{3}{2}kT + \frac{5}{2}kT \right)$. (B) $\frac{1}{2}(N_1+N_2) \left(\frac{3}{2}kT + \frac{5}{2}kT \right)$.

(C) $N_1 \frac{3}{2}kT + N_2 \frac{5}{2}kT$.

(D) $N_1 \frac{5}{2}kT + N_2 \frac{3}{2}kT$.

3、关于温度的意义，有下列几种说法：

- (1) 气体的温度是分子平均平动动能的量度.
 - (2) 气体的温度是大量气体分子热运动的集体表现，具有统计意义.
 - (3) 温度的高低反映物质内部分子运动剧烈程度的不同.
 - (4) 从微观上看，气体的温度表示每个气体分子的冷热程度.
- 这些说法中正确的是

(A) (1)、(2)、(4).

(B) (1)、(2)、(3).

(C) (2)、(3)、(4).

(D) (1)、(3)、(4).

4、温度、压强相同的氮气和氧气，它们分子的平均动能 $\bar{\varepsilon}$ 和平均平动动能 \bar{w} 有如下关系：

(A) $\bar{\varepsilon}$ 和 \bar{w} 都相等.

(B) $\bar{\varepsilon}$ 相等，而 \bar{w} 不相等.

(C) \bar{w} 相等，而 $\bar{\varepsilon}$ 不相等.

(D) $\bar{\varepsilon}$ 和 \bar{w} 都不相等.

5、压强为 p 、体积为 V 的氢气（视为刚性分子理想气体）的内能为：

(A) $\frac{5}{2}pV$.

(B) $\frac{3}{2}pV$.

(C) pV .

(D) $\frac{1}{2}pV$.

6、1 mol刚性双原子分子理想气体，当温度为 T 时，其内能为

(A) $\frac{3}{2}RT$.

(B) $\frac{3}{2}kT$.

(C) $\frac{5}{2}RT$.

(D) $\frac{5}{2}kT$.

(式中 R 为普适气体常量， k 为玻尔兹曼常量)

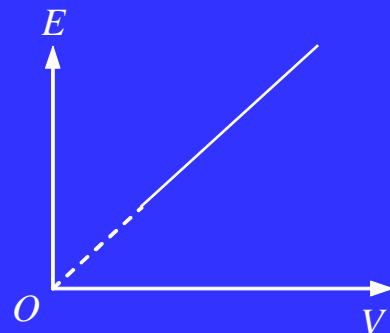
7、一定质量的理想气体的内能 E 随体积 V 的变化关系为一直线(其延长线过 $E\sim V$ 图的原点), 则此直线表示的过程为:

(A) 等温过程.

(B) 等压过程.

(C) 等体过程.

(D) 绝热过程.



8、一瓶氦气和一瓶氮气密度相同，分子平均平动动能相同，而且它们都处于平衡状态，则它们

(A) 温度相同、压强相同.

(B) 温度、压强都不相同.

(C) 温度相同，但氦气的压强大于氮气的压强.

(D) 温度相同，但氦气的压强小于氮气的压强.

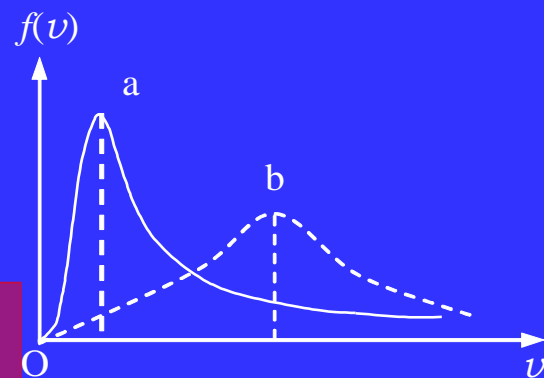
9、设图示的两条曲线分别表示在相同温度下氧气和氢气分子的速率分布曲线；令 $(v_p)_{O_2}$ 和 $(v_p)_{H_2}$ 分别表示氧气和氢气的最概然速率，则

(A) 图中 a 表示氧气分子的速率分布曲线；
 $(v_p)_{O_2} / (v_p)_{H_2} = 4$.

(B) 图中 a 表示氧气分子的速率分布曲线；
 $(v_p)_{O_2} / (v_p)_{H_2} = 1/4$.

(C) 图中 b 表示氧气分子的速率分布曲线； $(v_p)_{O_2} / (v_p)_{H_2} = 1/4$.

(D) 图中 b 表示氧气分子的速率分布曲线； $(v_p)_{O_2} / (v_p)_{H_2} = 4$.



10、在一容积不变的封闭容器内理想气体分子的平均速率若提高为原来的2倍，则

- (A) 温度和压强都提高为原来的2倍.
- (B) 温度为原来的2倍，压强为原来的4倍.
- (C) 温度为原来的4倍，压强为原来的2倍.
- (D) 温度和压强都为原来的4倍.

11、一定量的理想气体，在体积不变的条件下，当温度降低时，分子的平均碰撞频率 \bar{z} 和平均自由程 $\bar{\lambda}$ 的变化情况是：

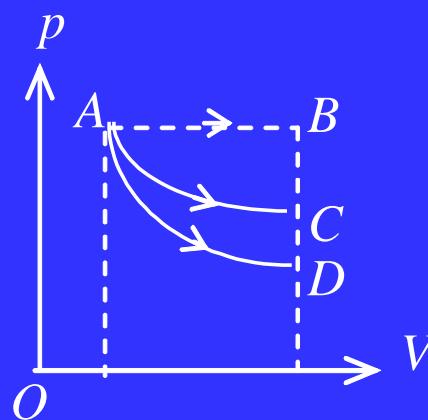
(A) \bar{z} 减小，但 $\bar{\lambda}$ 不变.

(B) \bar{z} 不变，但 $\bar{\lambda}$ 减小.

(C) \bar{z} 和 $\bar{\lambda}$ 都减小.

(D) \bar{z} 和 $\bar{\lambda}$ 都不变.

12、如图所示，一定量理想气体从体积 V_1 ，膨胀到体积 V_2 分别经历的过程是： $A \rightarrow B$ 等压过程， $A \rightarrow C$ 等温过程； $A \rightarrow D$ 绝热过程，其中吸热量最多的过程

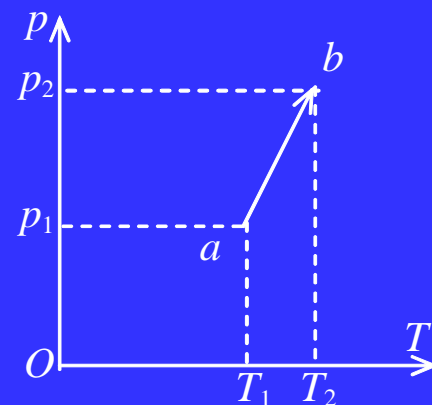


(A) 是 $A \rightarrow B$. (B) 是 $A \rightarrow C$. (C) 是 $A \rightarrow D$.

(D) 既是 $A \rightarrow B$ 也是 $A \rightarrow C$, 两过程吸热一样多。

13、一定量的理想气体，其状态改变在 $p-T$ 图上沿着一条直线从平衡态 a 到平衡态 b (如图).

- (A) 这是一个膨胀过程.
- (B) 这是一个等体过程.
- (C) 这是一个压缩过程.
- (D) 数据不足，不能判断这是那种过程.



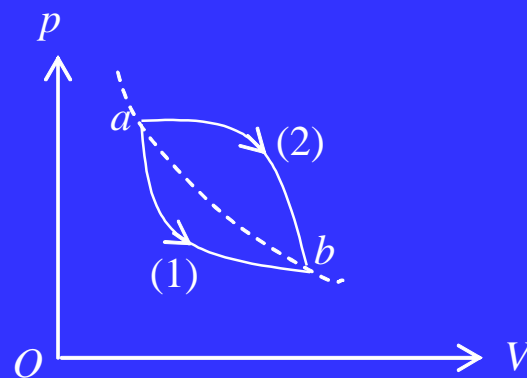
14、一定量的理想气体，从 $p-V$ 图上初态 a 经历(1)或(2)过程到达末态 b ，已知 a 、 b 两态处于同一条绝热线上(图中虚线是绝热线)，则气体在

(A) (1)过程中吸热，(2)过程中放热.

(B) (1)过程中放热，(2)过程中吸热.

(C) 两种过程中都吸热.

(D) 两种过程中都放热.



15、对于理想气体系统来说，在下列过程中，哪个过程系统所吸收的热量、内能的增量和对外作的功三者均为负值？

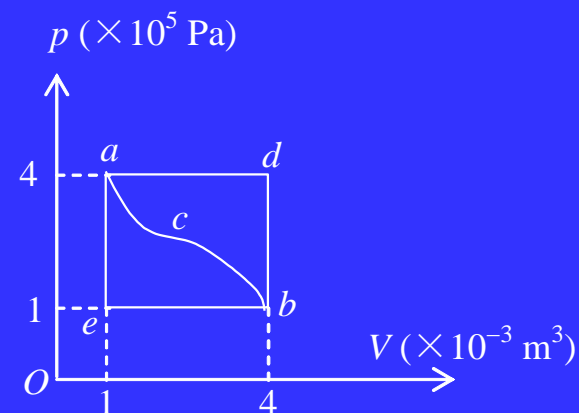
(A) 等体降压过程. (B) 等温膨胀过程.

(C) 绝热膨胀过程. (D) 等压压缩过程.

16、一定量的理想气体经历 acb 过程时吸热 500 J 。则经历 $acbda$ 过程时，吸热为

(A) -1200 J . (B) -700 J .

(C) -400 J . (D) 700 J .



17、一定量的某种理想气体起始温度为 T ，体积为 V ，该气体在下面循环过程中经过三个平衡过程：(1) 绝热膨胀到体积为 $2V$ ，(2) 等体变化使温度恢复为 T ，(3) 等温压缩到原来体积 V ，则此整个循环过程中

- (A) 气体向外界放热 (B) 气体对外界作正功
(C) 气体内能增加 (D) 气体内能减少

18、在温度分别为 327°C 和 27°C 的高温热源和低温热源之间工作的热机，理论上的最大效率为

(A) 25%

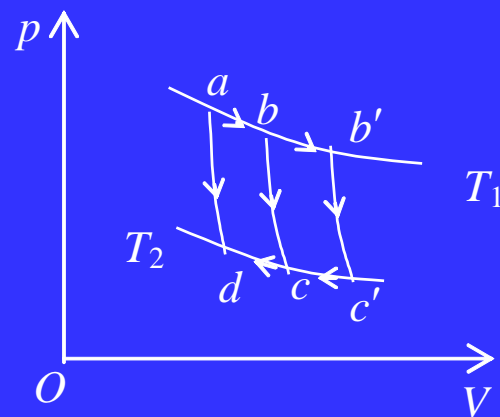
(B) 50%

(C) 75%

(D) 91.74%

19、如果卡诺热机的循环曲线所包围的面积从图中的 $abcd a$ 增大为 $ab'c'da$ ，那么循环 $abcd a$ 与 $ab'c'da$ 所作的净功和热机效率变化情况是：

- (A) 净功增大，效率提高.
- (B) 净功增大，效率降低.
- (C) 净功和效率都不变.
- (D) 净功增大，效率不变.



20、气缸中有一定量的氮气(视为刚性分子理想气体)，经过绝热压缩，使其压强变为原来的2倍，问气体分子的平均速率变为原来的几倍？

(A) $2^{2/5}$.

(B) $2^{2/7}$.

(C) $2^{1/5}$.

(D) $2^{1/7}$.

二、填空题

21、三个容器内分别贮有1 mol氦(He)、 1 mol氢(H₂)和1 mol 氨(NH₃)(均视为刚性分子的理想气体). 若它们的温度都升高1 K, 则三种气体的内能的增加值分别为: (普适气体常量 $R=8.31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)

氦: $\Delta E =$ 12.5J ;

氢: $\Delta E =$ 20.8J ;

氨: $\Delta E =$ 24.9J .

22、1 mol氧气(视为刚性双原子分子的理想气体)贮于一氧气瓶中，温度为 27°C ，这瓶氧气的内能为 $6.21 \times 10^{-21} \text{ J}$ ；分子的平均平动动能为 $6.23 \times 10^3 \text{ J}$ ；分子的平均总动能为 $1.035 \times 10^{-21} \text{ J}$ 。（摩尔气体常量 $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ 玻尔兹曼常量 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ ）

23、一定量 H_2 气(视为刚性分子的理想气体), 若温度每升高1 K, 其内能增加41.6 J, 则该 H_2 气的质量为 $4.0 \times 10^{-3} \text{ kg}$. (普适气体常量 $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

24、1 mol的单原子分子理想气体，在1 atm的恒定压强下，从0°C加热到100°C，则气体的内能改变了 1.25×10^3 J. (普适气体常量 $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

25、2 g氢气与2 g氦气分别装在两个容积相同的封闭容器内，温度也相同。（氢气分子视为刚性双原子分子）

(1) 氢气分子与氦气分子的平均平动动能之比 $\bar{\omega}_{\text{H}_2} / \bar{\omega}_{\text{He}} =$
——**1**—— .

(2) 氢气与氦气压强之比 $p_{\text{H}_2} / p_{\text{He}} =$ ——**2**—— .

(3) 氢气与氦气内能之比 $E_{\text{H}_2} / E_{\text{He}} =$ ——**10/3**—— .

26、在平衡状态下，已知理想气体分子的麦克斯韦速率分布函数为 $f(v)$ 、分子质量为 m 、最概然速率为 v_p ，试说明下列各式的物理意义：

(1) $\int_{v_p}^{\infty} f(v) dv$ 表示

分布在 $v_p \sim \infty$ 速率区间的分子数在总分子数中占的百分率；

(2) $\int_0^{\infty} \frac{1}{2} m v^2 f(v) dv$ 表示分子平动动能的平均值。

27、某气体在温度为 $T = 273 \text{ K}$ 时，压强为 $p = 1.0 \times 10^{-2} \text{ atm}$ ，密度 $\rho = 1.24 \times 10^{-2} \text{ kg/m}^3$ ，则该气体分子的方均根速率为
495m/s. ($1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$)

28、当理想气体处于平衡态时，若气体分子速率分布函数为 $f(v)$ ，则分子速率处于最概然速率 v_p 至 ∞ 范围内的概率 $\Delta N / N =$ $\int_{v_p}^{\infty} f(v) dv$.

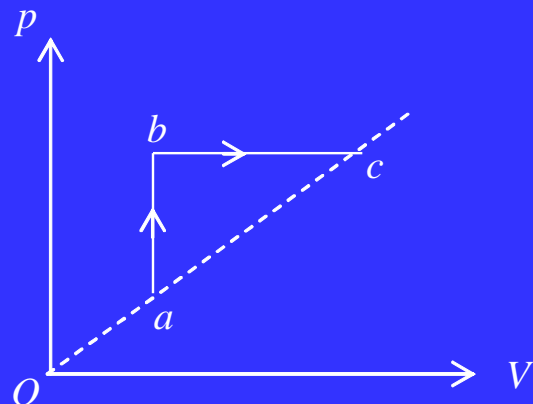
29、在 p - V 图上

- (1) 系统的某一平衡态用_____一个点_____来表示；
- (2) 系统的某一平衡过程用_____一条曲线_____来表示；
- (3) 系统的某一平衡循环过程用_____一条封闭曲线_____来表示；

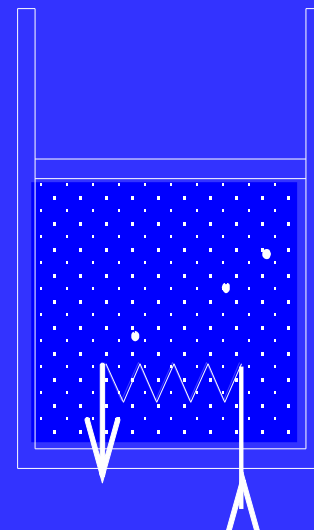
30、要使一热力学系统的内能增加，可以通过外界对系统做功或向系统传递热量两种方式，或者两种方式兼用来完成。热力学系统的状态发生变化时，其内能的改变量只决定于始末两个状态，而与所经历的过程无关。

31、如图所示，一定量的理想气体经历 $a \rightarrow b \rightarrow c$ 过程，在此过程中气体从外界吸收热量 Q ，系统内能变化 ΔE ，请在以下空格内填上 >0 或 <0 或 $=0$ ：

Q >0 ， ΔE >0 。



32、在大气中有一绝热气缸，其中装有一定量的理想气体，然后用电炉徐徐供热(如图所示)，使活塞(无摩擦地)缓慢上升。在此过程中，以下物理量将如何变化？(选用“变大”、“变小”、“不变”填空)

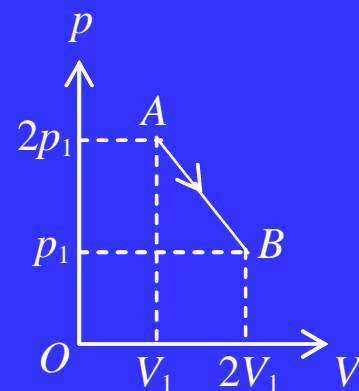


- (1) 气体压强 不变；
- (2) 气体分子平均动能 变大；
- (3) 气体内能 变大。

33、已知1 mol的某种理想气体(其分子可视为刚性分子), 在等压过程中温度上升1 K, 内能增加了20.78 J, 则气体对外做功为 8.31 J, 气体吸收热量为 29.09 J. (普适气体常量 $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

34、有1 mol刚性双原子分子理想气体，在等压膨胀过程中对外作功 W ，则其温度变化 $\Delta T = \underline{W/R}$ ；从外界吸取的热量 $Q_p = \underline{7W/2}$ 。

35、一定量理想气体，从A状态 $(2p_1, V_1)$ 经历如图所示的直线过程变到B状态 $(p_1, 2V_1)$ ，则AB过程中系统做功 $W = \underline{\frac{3}{2}p_1V_1}$ ；内能改变 $\Delta E = \underline{0}$ 。

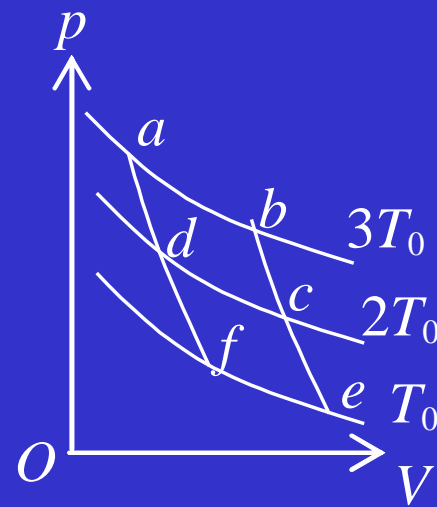


36、压强、体积和温度都相同的氢气和氦气(均视为刚性分子的理想气体)，它们的质量之比为 $m_1:m_2=$ _____1:2____，它们的内能之比为 $E_1:E_2=$ _____5:3____。如果它们分别在等压过程中吸收了相同的热量，则它们对外做功之比为 $W_1:W_2=$ _____5:7____。(各量下角标1表示氢气，2表示氦气)

37、如图，温度为 T_0 ， $2T_0$ ， $3T_0$ 三条等温线与两条绝热线围成三个卡诺循环：(1) $abcda$ ，(2) $dcefd$ ，(3) $abefa$ ，其效率分别为

η_1 ——**33.3%**——， η_2 ——**50%**——，

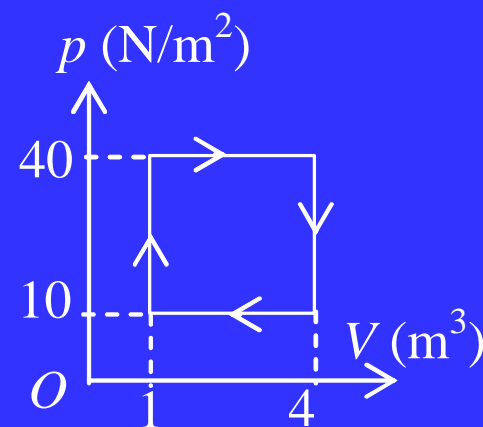
η_3 ——**66.7%**——.



38、一卡诺热机(可逆的), 低温热源的温度为 27°C , 热机效率为40%, 其高温热源温度为~~500~~ K. 今欲将该热机效率提高到50%, 若低温热源保持不变, 则高温热源的溫度应增加~~100~~ K.

39、气体经历如图所示的一个循环过程，
在这个循环中，外界传给气体的净热量是

_____ **90J** .



40、给定的理想气体(比热容比 γ 为已知), 从标准状态(p_0 、 V_0 、 T_0)开始, 作绝热膨胀, 体积增大到三倍, 膨胀后的温度 $T =$ $\frac{1}{3^{\gamma-1}} T_0$, 压强 $p = \frac{1}{3^{\gamma}} p_0$.

三、计算题

40、一密封房间的体积为 $5 \times 3 \times 3 \text{ m}^3$ ，室温为 $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ，室内空气分子热运动的平均平动动能的总和是多少？如果气体的温度升高 1.0 K ，而体积不变，则气体的内能变化多少？气体分子的方均根速率增加多少？已知空气的密度 $\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3$ ，摩尔质量 $M_{\text{mol}} = 29 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ，且空气分子可认为是刚性双原子分子。（普适气体常量 $R = 8.31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ）

解：空气分子热运动的平均平动动能的总和为

$$N\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) = \frac{3}{2}\frac{M}{M_{\text{mol}}}RT = \frac{3}{2}\frac{\rho V}{M_{\text{mol}}}RT = 7.31 \times 10^6 \text{ J}$$

气体的温度升高 **1.0 K** 时内能的增加量为

$$\Delta E = \frac{M}{M_{\text{mol}}} \frac{i}{2} R \Delta T = \frac{\rho V}{M_{\text{mol}}} \frac{i}{2} R \Delta T = 4.16 \times 10^4 \text{ J}$$

气体的温度升高 **1.0 K** 时气体分子的方均根速率增加量为

$$\begin{aligned} \Delta(\overline{v^2})^{1/2} &= (\overline{v_2^2})^{1/2} - (\overline{v_1^2})^{1/2} = \left(\frac{3R}{M_{\text{mol}}}\right)^{1/2} (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}) \\ &= 0.856 \text{ m/s} \end{aligned}$$

42、一氧气的容积为 V ，充了气未使用时压强为 p_1 ，温度为 T_1 ；使用后瓶内氧气的质量减少为原来的一半，其压强降为 p_2 ，试求此时瓶内氧气的温度 T_2 及使用前后分子热运动平均速率之比 $\overline{v_1} / \overline{v_2}$

解： \because

$$p_1 V = n R T_1$$

$$p_2 V = \frac{1}{2} n R T_2$$

\therefore

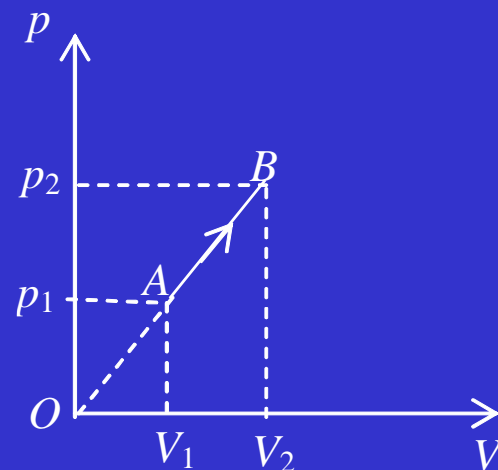
$$T_2 = 2 T_1 p_2 / p_1$$

$$\frac{\overline{v_1}}{\overline{v_2}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{p_1}{2 p_2}}$$

48、1mol双原子分子理想气体从状态 $A(p_1, V_1)$ 沿 $p-V$ 图所示直线变化到状态 $B(p_2, V_2)$ ，试求：

- (1) 气体的内能增量；
- (2) 气体对外界所作的功；
- (3) 气体吸收的热量；
- (4) 此过程的摩尔热容。

(摩尔热容 $C = \Delta Q / \Delta T$ 其中 ΔQ 表示1 mol物质在过程中升高温度 ΔT 所吸收的热量。)



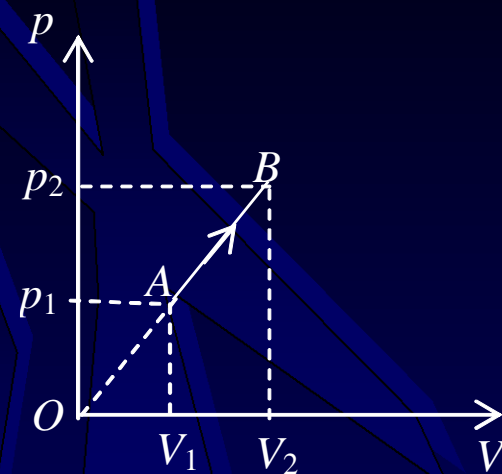
解：(1) $\Delta E = \frac{i}{2} R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1)$

(2)
$$W = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)$$
$$= \frac{1}{2}(p_1 V_2 - p_1 V_1 + p_2 V_2 - p_2 V_1)$$

W 为梯形面积，根据相似三角形有

$$p_1 V_2 = p_2 V_1$$

\therefore
$$W = \frac{1}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1)$$



$$(3) \quad Q = \Delta E + W = 3(p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

(4) 以上计算对于 $A \rightarrow B$ 过程中任一微小状态变化均成立，因此过程中

$$\Delta Q = 3\Delta(pV)$$

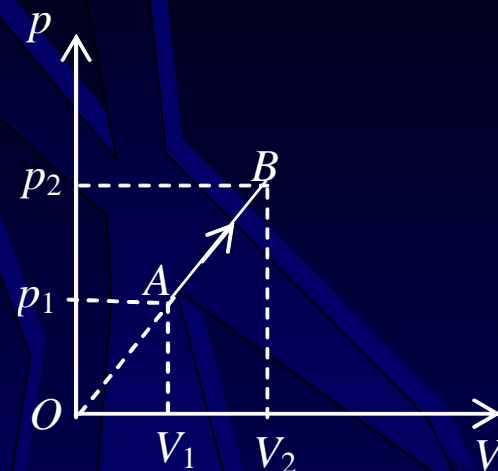
由理想气体状态方程得

$$\Delta(pV) = R\Delta T$$

\therefore

$$\Delta Q = 3R\Delta T$$

此过程的摩尔热容为 $C = \Delta Q / \Delta T = 3R$



44、一定量的某单原子分子理想气体装在封闭的汽缸里。此汽缸有可活动的活塞(活塞与气缸壁之间无摩擦且无漏气)。已知气体的初压强 $p_1=1\text{atm}$ ，体积 $V_1=1\text{L}$ ，现将该气体在等压下加热直到体积为原来的两倍，然后在等体积下加热直到压强为原来的2倍，最后作绝热膨胀，直到温度下降到初温为止。

- (1) 在 $p-V$ 图上将整个过程表示出来；
- (2) 试求在整个过程中气体内能的改变；
- (3) 试求在整个过程中气体所吸收的热量；
- (4) 试求在整个过程中气体所作的功。

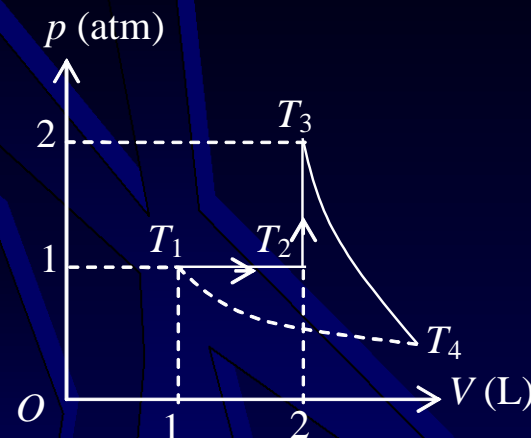
($1\text{ atm} = 1.013 \times 10^5\text{ Pa}$)

解：(1) $p-V$ 图如右图。

$$(2) \because T_4 = T_1$$
$$\therefore \Delta E = 0$$

$$(3) \quad Q = \frac{M}{M_{mol}} C_p (T_2 - T_1) + \frac{M}{M_{mol}} C_v (T_3 - T_2)$$
$$= \frac{5}{2} p_1 (2V_1 - V_1) + \frac{3}{2} [2V_1 (2p_1 - p_1)]$$
$$= \frac{11}{2} p_1 V_1 = 5.6 \times 10^2 \text{ J}$$

$$(4) \quad W = Q = 5.6 \times 10^2 \text{ J}$$



46、3 mol温度为 $T_0 = 273 \text{ K}$ 的理想气体，先经等温过程体积膨胀到原来的5倍，然后等体加热，使其末态的压强刚好等于初始压强，整个过程传给气体的热量为 $Q = 8 \times 10^4 \text{ J}$ 。试画出此过程的 $p - V$ 图，并求这种气体的比热容比 $\gamma = C_p / C_v$ 值。(普适气体常量 $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

解：为画出此过程的 $p-V$ 图，需知道各状态的状态参量。

设初态的状态参量为 p_0 、 V_0 、 T_0 ，

∴从初态到中间态的过程中 $p_0 V_0 = p_2 \cdot 5V_0$

∴ $p_2 V_0 = p_0 / 5$

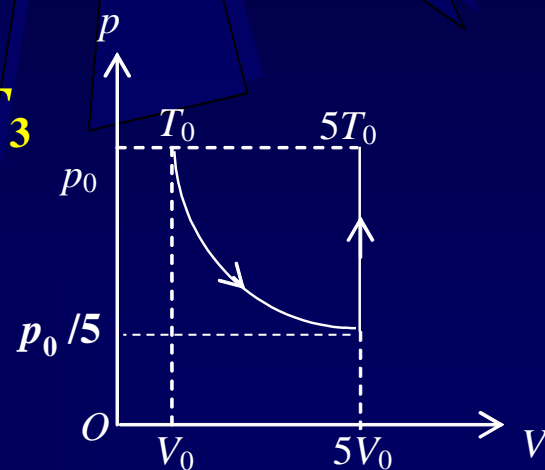
即中间态的状态参量为 $p_0 / 5$ 、 V_0 、 T_0 ，

∴从中间态到末态的过程中 $p_0 / 5 / T_0 = p_0 / T_3$

∴ $T_3 = 5T_0$

即末态的状态参量为 p_0 、 $5V_0$ 、 $5T_0$ ，

$p-V$ 图如图所示。



整个过程传给气体的热量为

$$Q = Q_T + Q_V$$

其中 $Q_T = W_T = nRT \ln(V_2/V_1) = 3RT_0 \ln 5 = 1.09 \times 10^4 \text{ J}$

$$Q_V = nC_V \Delta T = 3C_V(4T_0) = 3.28 \times 10^3 C_V$$

$$\therefore 8 \times 10^4 = 1.09 \times 10^4 + 3.28 \times 10^3 C_V$$

解得 $C_V = 21.0 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

$$\therefore \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1.40$$

40、温度为 25°C 、压强为 1 atm 的 1 mol 刚性双原子分子理想气体，经等温过程体积膨胀至原来的 3 倍。（普适气体常量 $R = 8.31\text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ， $\ln 3 = 1.0986$ ）

- (1) 计算这个过程中气体对外所作的功。
- (2) 假若气体经绝热过程体积膨胀为原来的 3 倍，那么气体对外作的功又是多少？

解：(1) 等温过程气体对外做功为

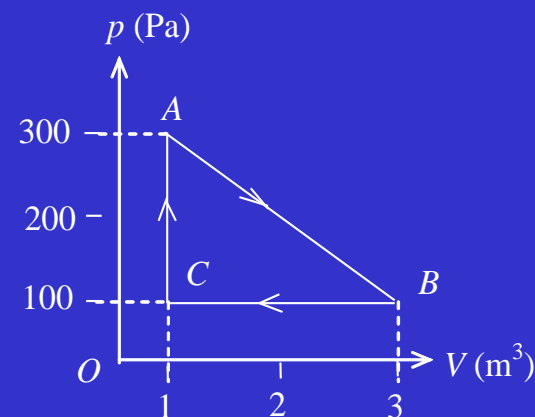
$$W = RT \ln \frac{3V_0}{V_0} = RT \ln 3 = 2.72 \times 10^3 \text{ J}$$

(2) 绝热过程气体对外做功为

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_0}^{3V_0} p dV = p_0 V_0^\gamma \int_{V_0}^{3V_0} V^{-\gamma} dV \\ &= \frac{3^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} p_0 V_0 = \frac{1 - 3^{1-\gamma}}{\gamma - 1} RT = 2.20 \times 10^3 \text{ J} \end{aligned}$$

47、一定量的某种理想气体进行如图所示的循环过程。已知气体在状态A的温度为 $T_A = 300\text{ K}$ ，求

- (1) 气体在状态B、C的温度；
- (2) 各过程中气体对外所作的功；
- (3) 经过整个循环过程，气体从外界吸收的总热量(各过程吸热的代数和)。



解：(1) $C \rightarrow A$ 为等体过程，据方程

$$p_A/T_A = p_C/T_C$$

得 $T_C = T_A p_C / p_A = 100 \text{ K}$

$B \rightarrow C$ 为等压过程，据方程

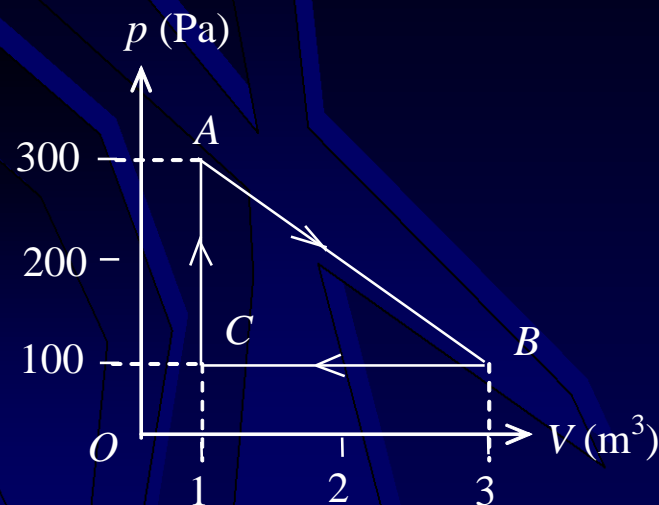
$$V_B/T_B = V_C/T_C$$

得 $T_B = T_C V_B / V_C = 300 \text{ K}$

(2) 各过程中气体所作的功分别为

$$A \rightarrow B: W_1 = \frac{1}{2}(p_A + p_B)(V_B - V_C) = 400 \text{ J}$$

$$B \rightarrow C: W_2 = p_B (V_C - V_B) = -200 \text{ J}$$



$$C \rightarrow A: \quad W_3 = 0$$

(3) 整个循环过程中气体所作总功为

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 200 \text{ J}$$

因为循环过程气体内能增量为 $\Delta E = 0$ ，因此该循环中气体总吸热

$$Q = W + \Delta E = 200 \text{ J}$$

48、设以氮气(视为刚性分子理想气体)为工作物质进行卡诺循环，在绝热膨胀过程中气体的体积增大到原来的两倍，求循环的效率。

解：据绝热过程方程：

$$V^{\gamma-1}T = C$$

依题意得

$$V_1^{\gamma-1}T_1 = (2V_1)^{\gamma-1}T_2$$

解得

$$T_2/T_1 = 2^{1-\gamma}$$

循环效率

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - 2^{1-\gamma}$$

氮气：

$$\gamma = \frac{i+2}{2}$$

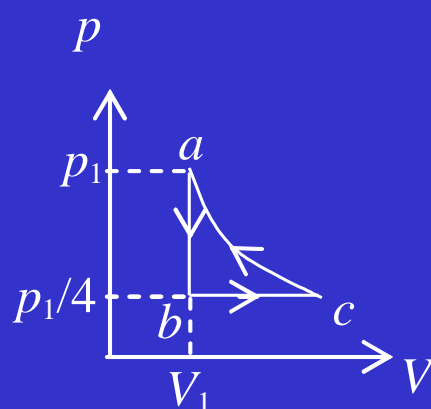
$$i = 5$$

$$\gamma = 1.4$$

∴

$$\eta = 24\%$$

49、如图所示，有一定量的理想气体，从初状态 $a(p_1, V_1)$ 开始，经过一个等体过程达到压强为 $p_1/4$ 的 b 态，再经过一个等压过程达到状态 c ，最后经等温过程而完成一个循环。求该循环过程中系统对外作的功 W 和所吸的热量 Q 。



解：设 c 状态的体积为 V_2 ，则由于 a ， c 两状态的温度相同，

$$p_1 V_1 = p_1 V_2 / 4$$

故

$$V_2 = 4 V_1$$

循环过程

$$\Delta E = 0$$

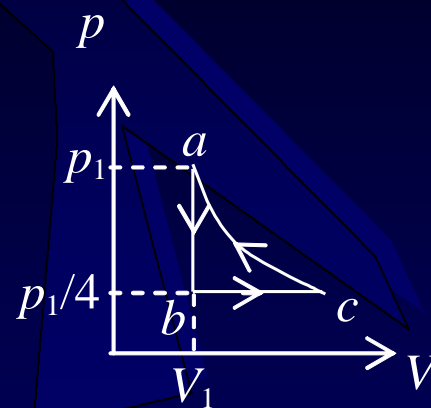
$$Q = W$$

而在 $a \rightarrow b$ 等体过程中功

$$W_1 = 0$$

在 $b \rightarrow c$ 等压过程中功

$$W_2 = p_1 (V_2 - V_1) / 4 = p_1 (4V_1 - V_1) / 4 = 3 p_1 V_1 / 4$$



在 $c \rightarrow a$ 等温过程中功

$$W_3 = p_1 V_1 \ln (V_2/V_1) = -p_1 V_1 \ln 4$$

\therefore

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = -[\ln 4 - (3/4)] p_1 V_1$$

$$Q = W = -[\ln 4 - (3/4)] p_1 V_1$$

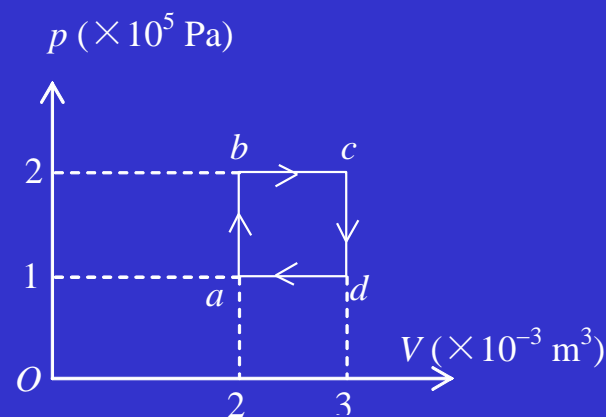
50、如图所示， $abca$ 为1 mol单原子分子理想气体的循环过程，求：

(1) 气体循环一次，在吸热过程中从外界共吸收的热量；

(2) 气体循环一次对外做的净功；

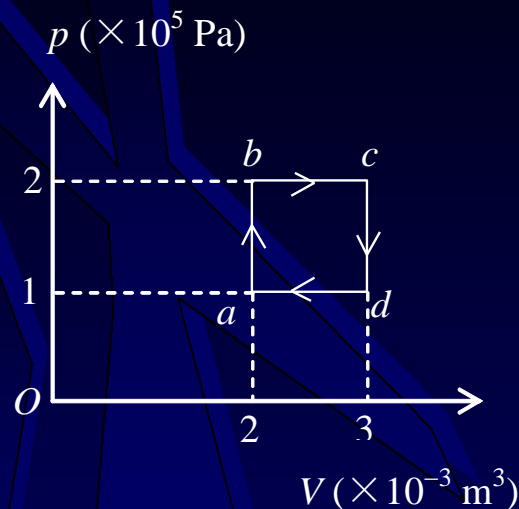
(3) 证明：在 $abcd$ 四态，气体的温度有

$$T_a T_c = T_b T_d。$$



解：(1) 过程 ab 与 bc 为吸热过程，吸热总和为

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_V(T_b - T_a) + C_p(T_c - T_b) \\ &= \frac{3}{2}(p_b V_b - p_a V_a) + \frac{5}{2}(p_c V_c - p_b V_b) \\ &= 800 \text{ J} \end{aligned}$$



(2) 循环过程对外所作总功为图中矩形面积

$$W = p_b(V_c - V_b) - p_d(V_d - V_a) = 100 \text{ J}$$

(3)

$$T_a = p_a V_a / R$$

$$T_b = p_b V_b / R$$

$$T_c = p_c V_c / R$$

$$T_d = p_d V_d / R$$

$$T_a T_c = (p_a V_a p_c V_c) / R^2 = (12 \times 10^4) / R^2$$

$$T_b T_d = (p_b V_b p_d V_d) / R^2 = (12 \times 10^4) / R^2$$

∴

$$T_a T_c = T_b T_d$$

自我测试

第三篇 电场和磁场(一)



一、选择题

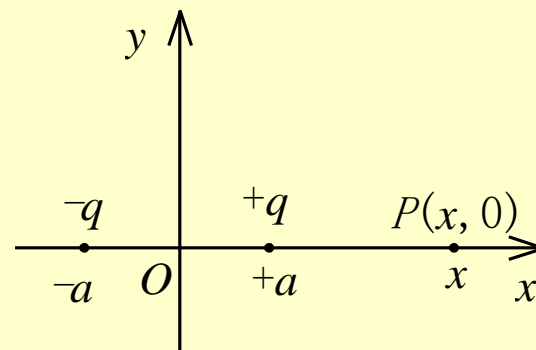
1、如图所示，在坐标 $(a, 0)$ 处放置一点电荷 $+q$ ，在坐标 $(-a, 0)$ 处放置另一点电荷 $-q$ 。P点是x轴上的一点，坐标为 $(x, 0)$ 。当 $x \gg a$ 时，该点场强的大小为：

(A) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 x}$.

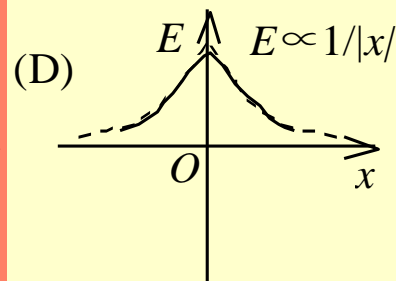
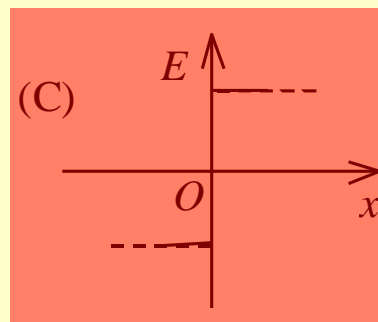
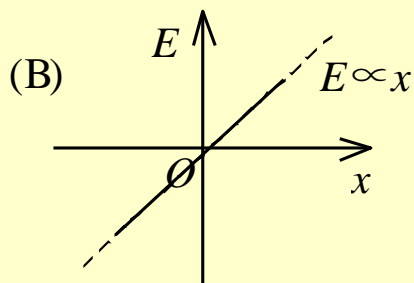
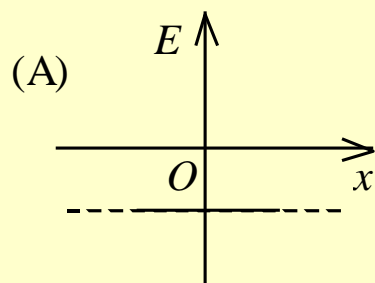
(B) $\frac{qa}{\pi\epsilon_0 x^3}$.

(C) $\frac{qa}{2\pi\epsilon_0 x^3}$.

(D) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$.



2、设有一“无限大”均匀带正电荷的平面．取 x 轴垂直带电平面，坐标原点在带电平面上，则其周围空间各点的电场强度 \vec{E} 随距离平面的位置坐标 x 变化的关系曲线为(规定场强方向沿 x 轴正向为正、反之为负)：



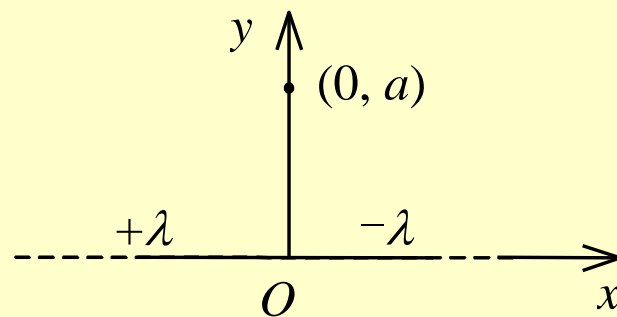
3、图中所示为一沿 x 轴放置的“无限长”分段均匀带电直线，电荷线密度分别为 $+\lambda(x < 0)$ 和 $-\lambda(x > 0)$ ，则 Oxy 坐标平面上点 $(0, a)$ 处的场强 为

(A) 0.

(B) $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \vec{i}$.

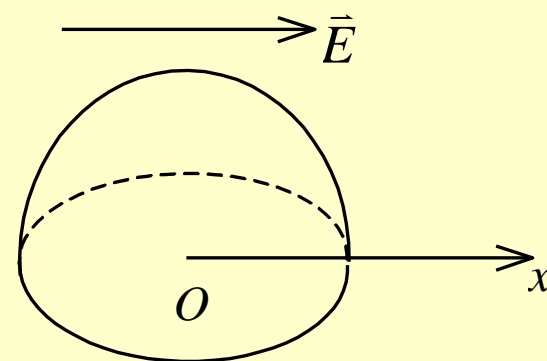
(C) $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \vec{i}$.

(D) $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\vec{i} + \vec{j})$.



4、一电场强度为 \vec{E} 的均匀电场， \vec{E} 的方向与沿 x 轴正向，如图所示．则通过图中一半径为 R 的半球面的电场强度通量为

- (A) $\pi R^2 E$. (B) $\pi R^2 E / 2$.
(C) $2\pi R^2 E$. (D) 0.



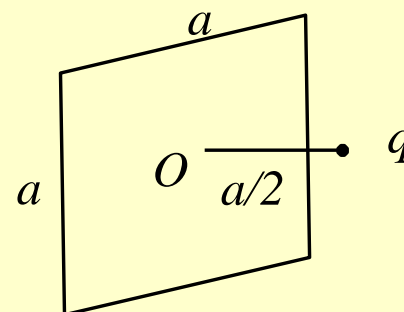
5、有一边长为 a 的正方形平面，在其中垂线上距中心 O 点 $a/2$ 处，有一电荷为 q 的正点电荷，如图所示，则通过该平面的电场强度通量为

(A) $\frac{q}{3\varepsilon_0}$.

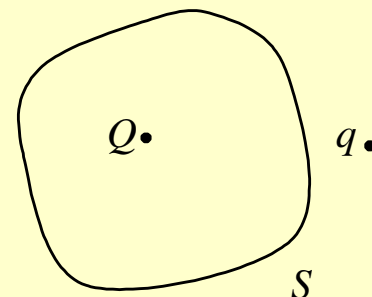
(B) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}$.

(C) $\frac{q}{3\pi\varepsilon_0}$.

(D) $\frac{q}{6\varepsilon_0}$.



6、点电荷 Q 被曲面 S 所包围，从无穷远处引入另一点电荷 q 至曲面外一点，如图所示，则引入前后：



- (A) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强不变.
- (B) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强不变.
- (C) 曲面 S 的电场强度通量变化，曲面上各点场强变化.
- (D) 曲面 S 的电场强度通量不变，曲面上各点场强变化.

7、在边长为 a 的正方体中心处放置一点电荷 Q ，设无穷远处为电势零点，则在正方体顶角处的电势为：

(A) $\frac{Q}{4\sqrt{3} \pi \epsilon_0 a}$. (B) $\frac{Q}{2\sqrt{3} \pi \epsilon_0 a}$. (C) $\frac{Q}{6 \pi \epsilon_0 a}$. (D) $\frac{Q}{12 \pi \epsilon_0 a}$.

8、静电场中某点电势的数值等于

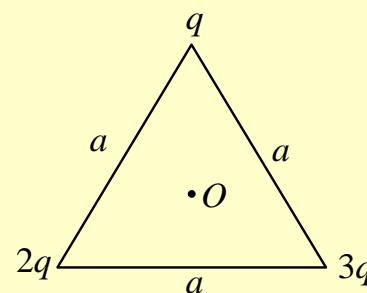
(A) 试验电荷 q_0 置于该点时具有的电势能.

(B) 单位试验电荷置于该点时具有的电势能.

(C) 单位正电荷置于该点时具有的电势能.

(D) 把单位正电荷从该点移到电势零点外力所作的功.

9、如图所示，边长为 a 的等边三角形的三个顶点上，分别放置着三个正的点电荷 q 、 $2q$ 、 $3q$ 。若将另一正点电荷 Q 从无穷远处移到三角形的中心 O 处，外力所作的功为：



- (A) $\frac{\sqrt{3}qQ}{2\pi\epsilon_0 a}$. (B) $\frac{\sqrt{3}qQ}{\pi\epsilon_0 a}$. (C) $\frac{3\sqrt{3}qQ}{2\pi\epsilon_0 a}$. (D) $\frac{2\sqrt{3}qQ}{\pi\epsilon_0 a}$.

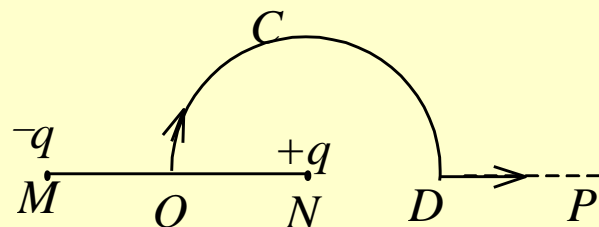
10、如图所示，直线 MN 长为 $2l$ ，弧 OCD 是以 N 点为中心， l 为半径的半圆弧， N 点有正电荷 $+q$ ， M 点有负电荷 $-q$ 。今将一试验电荷 $+q_0$ 从 O 点出发沿路径 $OCDP$ 移到无穷远处，设无穷远处电势为零，则电场力作功

(A) $A < 0$ ，且为有限常量。

(B) $A > 0$ ，且为有限常量。

(C) $A = \infty$ 。

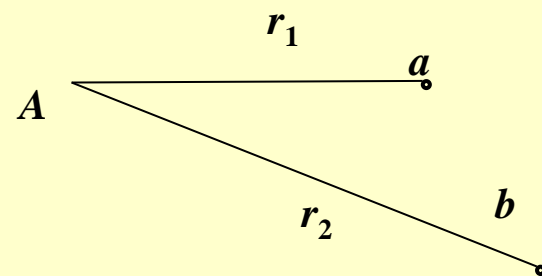
(D) $A = 0$ 。



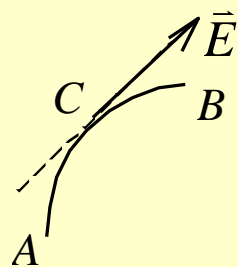
11、在电荷为 $-Q$ 的点电荷A的静电场中，将另一电荷为 q 的点电荷B从 a 点移到 b 点． a 、 b 两点距离点电荷A的距离分别为 r_1 和 r_2 ，如图所示．则移动过程中电场力做的功为

(A) $\frac{-Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \cdot$ (B) $\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \cdot$

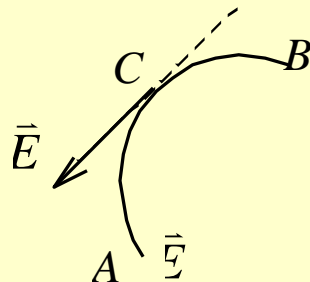
(C) $\frac{-qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \cdot$ (D) $\frac{-qQ}{4\pi\epsilon_0 (r_2 - r_1)} \cdot$



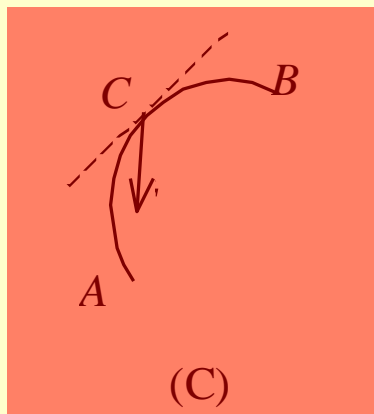
12、一个带负电荷的质点，在电场力作用下从A点经C点运动到B点，其运动轨迹如图所示。已知质点运动的速率是递减的，下面关于C点场强方向的四个图示中正确的是：



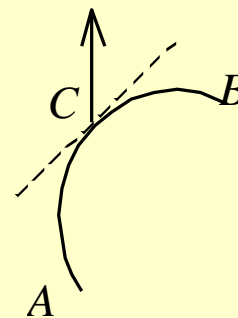
(A)



(B)

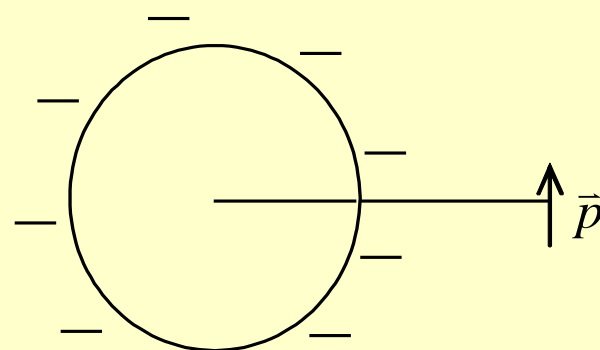


(C)



(D)

13、在一个带有负电荷的均匀带电球外，放置一电偶极子，其电矩 \vec{p} 的方向如图所示．当电偶极子被释放后，该电偶极子将



- (A) 沿逆时针方向旋转直到电矩 \vec{p} 沿径向指向球面而停止.
- (B) 沿逆时针方向旋转至 \vec{p} 沿径向指向球面，同时沿电场线方向向着球面移动.
- (C) 沿逆时针方向旋转至 \vec{p} 沿径向指向球面，同时逆电场线方向远离球面移动.
- (D) 沿顺时针方向旋转至 \vec{p} 沿径向朝外，同时沿电场线方向向着球面移动.

14、量均为 m ，相距为 r_1 的两个电子，由静止开始在电力作用下(忽略重力作用)运动至相距为 r_2 ，此时每一个电子的速率为

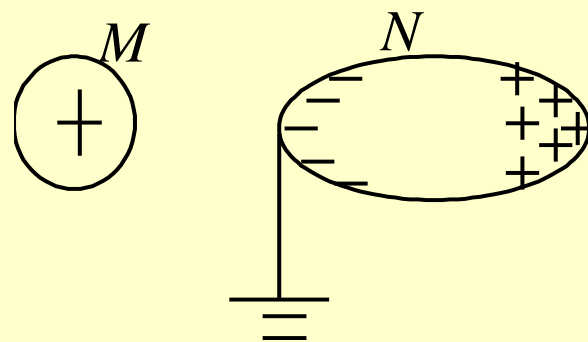
(A) $\frac{2ke}{m} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \cdot$ (B) $\sqrt{\frac{2ke}{m} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \cdot$

(C) $e \sqrt{\frac{2k}{m} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \cdot$ (D) $e \sqrt{\frac{k}{m} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \cdot$

(式中 $k=1/(4\pi\epsilon_0)$)

15、一带正电荷的物体 M ，靠近一原不带电的金属导体 N ， N 的左端感生出负电荷，右端感生出正电荷．若将 N 的左端接地，如图所示，则

- (A) N 上有负电荷入地．
- (B) N 上有正电荷入地．**
- (C) N 上的电荷不动．
- (D) N 上所有电荷都入地．



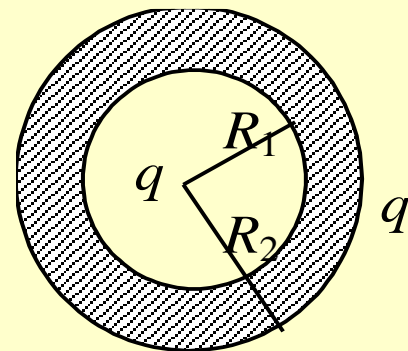
16、一空心导体球壳，其内、外半径分别为 R_1 和 R_2 ，带电荷 q ，如图所示．当球壳中心处再放一电荷为 q 的点电荷时，则导体球壳的电势(设无穷远处为电势零点)为

(A) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1}$.

(B) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$.

(C) $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R_1}$.

(D) $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R_2}$.



17、当一个带电导体达到静电平衡时：

- (A) 表面上电荷密度较大处电势较高.
- (B) 表面曲率较大处电势较高.
- (C) 导体内部的电势比导体表面的电势高.
- (D) 导体内任一点与其表面上任一点的电势差等于零.

18、半径分别为 R 和 r 的两个金属球，相距很远．用一根细长导线将两球连接在一起并使它们带电．在忽略导线的影响下，两球表面的电荷面密度之比 σ_R / σ_r 为

(A) R / r . (B) R^2 / r^2 .

(C) r^2 / R^2 . (D) r / R .

19、一平行板电容器中充满相对介电常量为 ε_r 的各向同性均匀电介质。已知介质表面极化电荷面密度为 $\pm \sigma'$ ，则极化电荷在电容器中产生的电场强度的大小为：

(A) $\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$.

(B) $\frac{\sigma'}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$.

(C) $\frac{\sigma'}{2\varepsilon_0}$.

(D) $\frac{\sigma'}{\varepsilon_r}$.

20、如果在空气平行板电容器的两极板间平行地插入一块与极板面积相同的金属板，则由于金属板的插入及其相对极板所放位置的不同，对电容器电容的影响为：

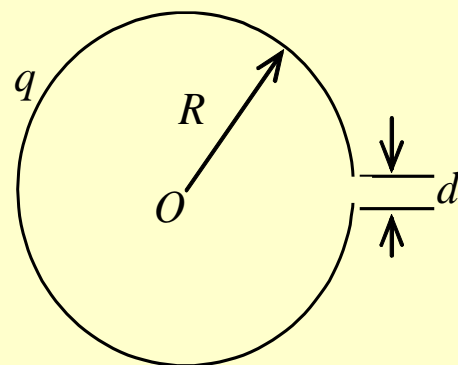
- (A) 使电容减小，但与金属板相对极板的位置无关.
- (B) 使电容减小，且与金属板相对极板的位置有关.
- (C) 使电容增大，但与金属板相对极板的位置无关.
- (D) 使电容增大，且与金属板相对极板的位置有关.

二、填空题

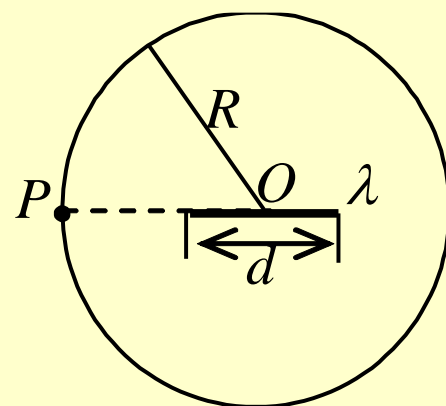
21、一半径为 R 的带有一缺口的细圆环，缺口长度为 d ($d \ll R$) 环上均匀带有正电，电荷为 q ，如图所示。则圆心 O 处的场强大小 E

$$= \frac{qd}{4\pi\epsilon_0 R^2 (2\pi R - d)} \approx \frac{qd}{8\pi^2 \epsilon_0 R^3},$$

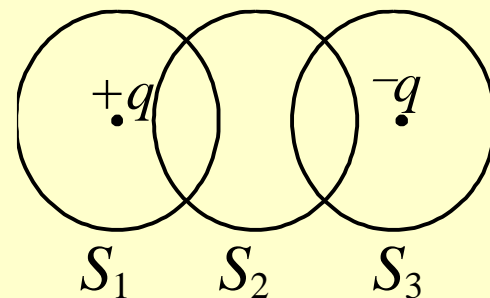
场强方向为 从 O 点指向缺口中心点。



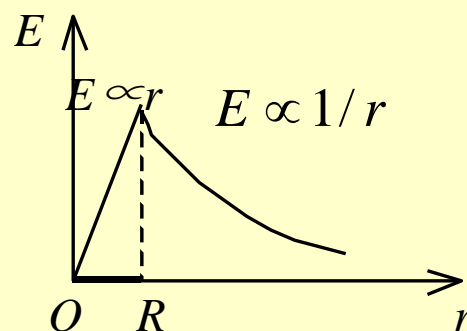
22、一均匀带电直线长为 d ，电荷线密度为 $+$ λ ，以导线中点 O 为球心， R 为半径($R > d$)作一球面，如图所示，则通过该球面的电场强度通量为 $\lambda d / \varepsilon_0$ 。带电直线的延长线与球面交点 P 处的电场强度的大小为 $\frac{\lambda d}{\pi \varepsilon_0 (4R^2 - d^2)}$ ，方向 沿矢径 \vec{OP} 。



23、在点电荷 $+q$ 和 $-q$ 的静电场中，作出如图所示的三个闭合面 S_1 、 S_2 、 S_3 ，则通过这些闭合面的电场强度通量分别是： $F_1 =$ q / ϵ_0 ， $F_2 =$ 0 ， $F_3 =$ $-q / \epsilon_0$ 。



24、图中曲线表示一种轴对称性静电场的场强大小 E 的分布， r 表示离对称轴的距离。这是由 半径为 R 的无限长均匀带电圆柱体 产生的电场。



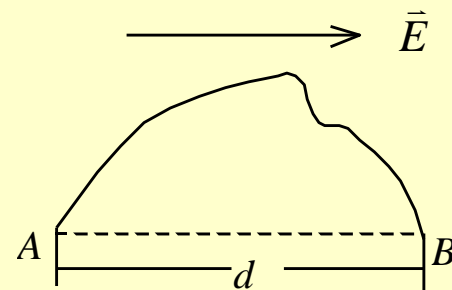
25、真空中一半径为 R 的均匀带电球面，总电荷为 Q 。今在球面上挖去很小一块面积 ΔS (连同其上电荷)，若电荷分布不改变，则挖去小块后球心处电势(设无穷远处电势为零)

为 $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(1 - \frac{\Delta S}{4\pi R^2} \right)$.

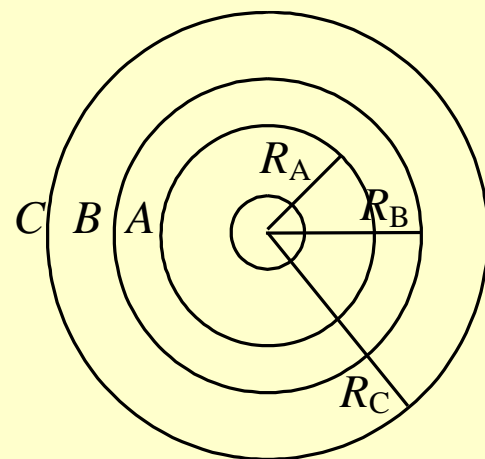
26、一半径为 R 的均匀带电圆环，电荷线密度为 λ 。设无穷远处为电势零点，则圆环中心 O 点的电势 $U = \underline{\lambda / (2\varepsilon_0)}$ 。

27、一半径为 R 的均匀带电球面，其电荷面密度为 σ ．若规定无穷远处为电势零点，则该球面上的电势 $U = \underline{\hspace{1cm}} R\sigma / \epsilon_0 \cdot$

28、如图所示，在场强为 E 的均匀电场中， A 、 B 两点间距离为 d 。 AB 连线方向与 E 方向一致。从 A 点经任意路径到 B 点的场强线积分 $\int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ = Ed 。

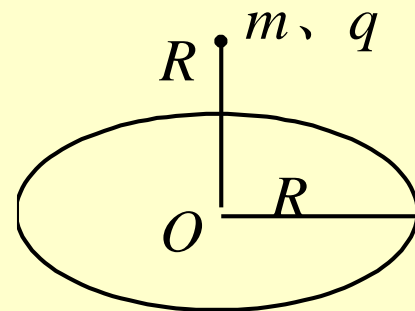


29、如图所示，在一个点电荷的电场中分别作三个电势不同的等势面 A ， B ， C 。已知 $U_A > U_B > U_C$ ，且 $U_A - U_B = U_B - U_C$ ，则相邻两等势面之间的距离的关系是： $R_B - R_A$ < $R_C - R_B$ 。（填 $<$ ， $=$ ， $>$ ）



30、一半径为 R 的均匀带电细圆环，带有电荷 Q ，水平放置．在圆环轴线的上方离圆心 R 处，有一质量为 m 、带电荷为 q 的小球．当小球从静止下落到圆心位置时，它的速度为 $v =$

$$\left[2gR - \frac{Qq}{2\pi m \varepsilon_0 R} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right]^{1/2}.$$



31、—“无限长”均匀带电直线，电荷线密度为 λ 。在它的电场作用下，一质量为 m ，电荷为 q 的质点以直线为轴线作匀速率圆周运动。该质点的速率 $v = \left(\frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 m} \right)^{1/2}$ 。

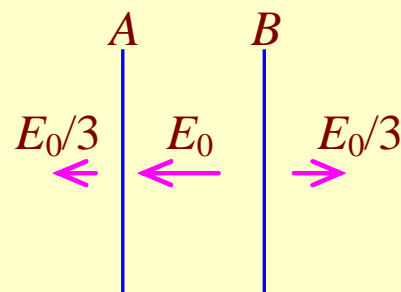
32、一金属球壳的内、外半径分别为 R_1 和 R_2 ，带电荷为 Q 。在球心处有一电荷为 q 的点电荷，则球壳内表面上的电荷面密度 $\sigma = \underline{-q/(4\pi R_1^2)}$ 。

33、空气的击穿电场强度为 $2 \times 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, 直径为 0.10 m 的导体球在空气中时最多能带的电荷为 $5.6 \times 10^{-7} \text{ C}$. (真空介电常量 $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$)

34、在一个带负电荷的金属球附近，放一个带正电的点电荷 q_0 ，测得 q_0 所受的力为 F ，则 F / q_0 的值一定_____大_____于不放 q_0 时该点原有的场强大小。（填大、等、小）

35、地球表面附近的电场强度约为 100 N/C ，方向垂直地面向下，假设地球上的电荷都均匀分布在地表面上，则地面带负电，电荷面密度 $\sigma = \underline{8.85 \times 10^{-10} \text{ C/m}^2}$ 。（真空介电常量 $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$ ）

36、 A 、 B 为两块无限大均匀带电平行薄平板，两板间和左右两侧充满相对介电常量为 ε_r 的各向同性均匀电介质。已知两板间的场强大小为 E_0 ，两板外的场强均为 $E_0/3$ ，方向如图。则 A 、 B 两板所带电荷面密度分别为 $\sigma_A = \underline{-2\varepsilon_0\varepsilon_r E_0/3}$ ， $\sigma_B = \underline{4\varepsilon_0\varepsilon_r E_0/3}$ 。



37、半径为 R_1 和 R_2 的两个同轴金属圆筒，其间充满着相对介电常量为 ϵ_r 的均匀介质。设两筒上单位长度带有的电荷分别为 $+\lambda$ 和 $-\lambda$ ，则介质中离轴线的距离为 r 处的电位移矢量的大小 D = $\lambda/(2\pi r)$ ，电场强度的大小 E = $\lambda/(2\pi \epsilon_0 \epsilon_r r)$ 。

38、两个电容器1和2，串联以后接上电动势恒定的电源充电。在电源保持联接的情况下，若把电介质充入电容器2中，则电容器1上的电势差_____增大_____；电容器1极板上的电荷_____增大_____。（填增大、减小、不变）

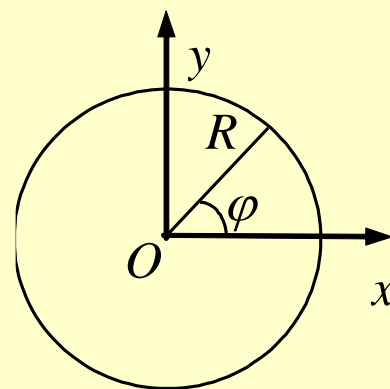
39、一个带电的金属球，当其周围是真空时，储存的静电能量为 W_{e0} ，使其电荷保持不变，把它浸没在相对介电常量为 ϵ_r 的无限大各向同性均匀电介质中，这时它的静电能量 $W_e = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$W_{e0} / \epsilon_r$$

40、在电容为 C_0 的平行板空气电容器中，平行地插入一厚度为两极板距离一半的金属板，则电容器的电容 C = $2C_0$.

三、计算题

40、半径为 R 的带电细圆环，其电荷线密度为 $\lambda = \lambda_0 \sin\varphi$ ，式中 λ_0 为一常数， φ 为半径 R 与 x 轴所成的夹角，如图所示。试求环心 O 处的电场强度。



解：在任意角 φ 处取微小电量 $dq=\lambda dl$ ，它在 O 点产生的场强为：

$$dE = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\lambda_0 \sin\varphi d\varphi}{4\pi\epsilon_0 R}$$

它沿 x 、 y 轴上的二个分量为：

$$dE_x = -dE \cos\varphi \quad dE_y = -dE \sin\varphi$$

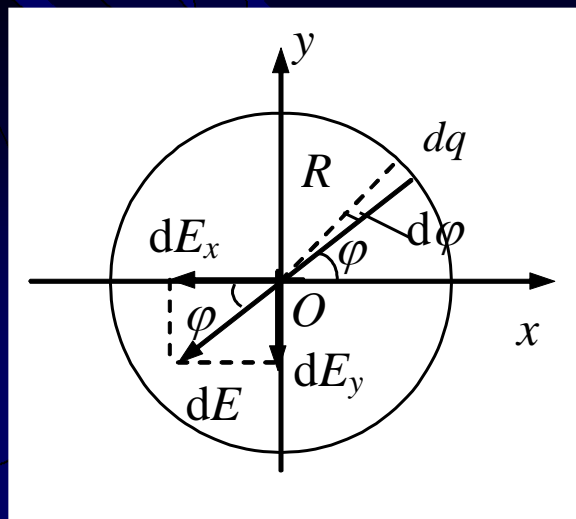
对各分量分别求和

$$E_x = -\frac{\lambda_0}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{2\pi} \sin\varphi \cos\varphi d\varphi = 0$$

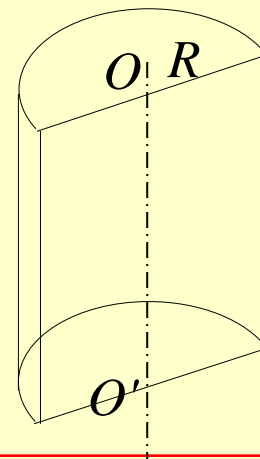
$$E_y = -\frac{\lambda_0}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{2\pi} \sin^2\varphi d\varphi = -\frac{\lambda_0}{4\epsilon_0 R}$$

故 O 点的场强为：

$$\vec{E} = E_y \vec{j} = -\frac{\lambda_0}{4\epsilon_0 R} \vec{j}$$



42、“无限长”均匀带电的半圆柱面，半径为 R ，设半圆柱面沿轴线 OO' 单位长度上的电荷为 λ ，试求轴线上一点的电场强度。



解：设坐标系如图所示。

将半圆柱面划分成许多窄条。 dl 宽的窄条的电荷线密度为

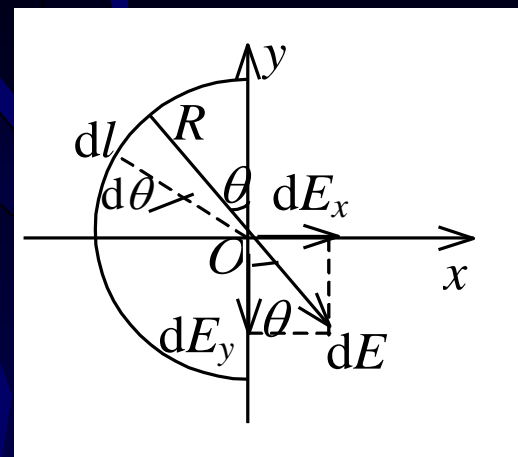
$$d\lambda = \frac{\lambda}{\pi R} dl = \frac{\lambda}{\pi} d\theta$$

取 θ 位置处的一条，它在轴线上一点产生的场强为

$$dE = \frac{d\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} = \frac{\lambda}{2\pi^2\epsilon_0 R} d\theta$$

如图所示。它在 x 、 y 轴上的二个分量为：

$$dE_x = dE \sin\theta \quad dE_y = -dE \cos\theta$$



对各分量分别积分

$$E_x = \frac{\lambda}{2\pi^2\epsilon_0 R} \int_0^\pi \sin\theta d\theta = \frac{\lambda}{\pi^2\epsilon_0 R}$$

$$E_y = \frac{-\lambda}{2\pi^2\epsilon_0 R} \int_0^\pi \cos\theta d\theta = 0$$

场强

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} = \frac{\lambda}{\pi^2\epsilon_0 R} \vec{i}$$

413、边长为 b 的立方盒子的六个面，分别平行于 xOy 、 yOz 和 xOz 平面。盒子的一角在坐标原点处。在此区域有一静电场，场强为 $\vec{E} = 200\vec{i} + 300\vec{j}$ 。试求穿过各面的电通量。

解：平行于 xOy 平面的两个面的电场强度通量

$$\begin{aligned}\Phi_{e1} &= \vec{E} \cdot \vec{S} \\ &= (200\vec{i} + 300\vec{j}) \cdot (\pm b^2\vec{k}) = 0\end{aligned}$$

平行于 yOz 平面的两个面的电场强度通量

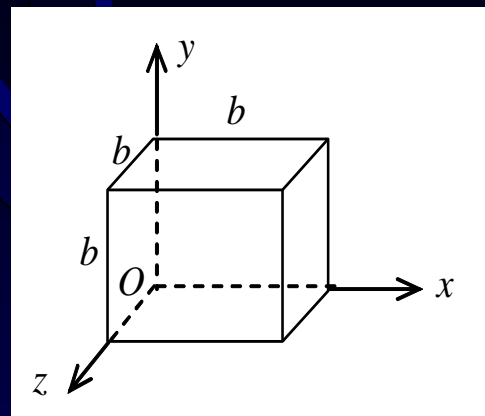
$$\Phi_{e2} = (200\vec{i} + 300\vec{j}) \cdot (\pm b^2\vec{i}) = \pm 200b^2 (\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C})$$

“+”，“−”分别对应于右侧和左侧平面的电场强度通量。

平行于 xOz 平面的两个面的电场强度通量

$$\Phi_{e3} = (200\vec{i} + 300\vec{j}) \cdot (\pm b^2\vec{j}) = \pm 300b^2 (\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C})$$

“+”，“−”分别对应于上和下平面的电场强度通量。



44、一半径为 R 的“无限长”圆柱形带电体，其电荷体密度为 $\rho = Ar$ ($r \leq R$)，式中 A 为常量。试求：

- (1) 圆柱体内、外各点场强大小分布；
- (2) 选与圆柱轴线的距离为 l ($l > R$) 处为电势零点，计算圆柱体内、外各点的电势分布。

解：(1)如图所示，取半径为 r 、高为 h 的高斯圆柱面。面上各点场强大小为 E 并垂直于柱面。则穿过该柱面的电场强度通量为：

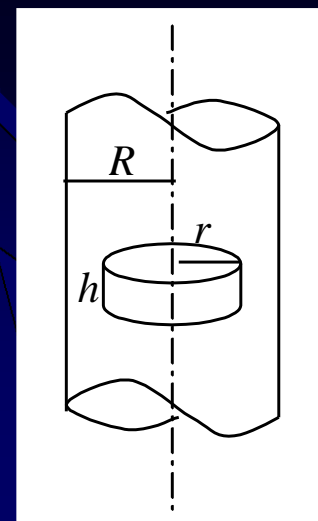
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2\pi r h E$$

为求高斯面内的电荷， $r < R$ 时，取一半径为 r' ，厚 dr' 、高 h 的圆筒，其电荷为

$$dq = \rho dV = Ar' \cdot 2\pi h r' dr'$$

则包围在高斯面内的总电荷为

$$\int_V dq = \int_0^r 2\pi A h r'^2 dr' = \frac{2}{3} \pi A h r^3$$



由高斯定理得

$$2\pi rhE = \frac{2\pi Ah r^3}{3\epsilon_0}$$

解出

$$E = \frac{Ar^2}{3\epsilon_0} \quad (r \leq R)$$

$r > R$ 时，包围在高斯面内总电荷为：

$$\int_V dq = \int_0^R 2\pi Ah r'^2 dr' = \frac{2}{3}\pi Ah R^3$$

由高斯定理得

$$2\pi rhE = \frac{2\pi Ah R^3}{3\epsilon_0}$$

解出

$$E = \frac{AR^3}{3\epsilon_0 r} \quad (r > R)$$

(2) 计算电势分布

$$\begin{aligned} r \leq R \text{ 时} \quad U &= \int_r^l E \, dr = \int_r^R \frac{A}{3\epsilon_0} r^2 \, dr + \int_R^l \frac{AR^3}{3\epsilon_0} \cdot \frac{dr}{r} \\ &= \frac{A}{9\epsilon_0} (R^3 - r^3) + \frac{AR^3}{3\epsilon_0} \ln \frac{l}{R} \end{aligned}$$

$$r > R \text{ 时} \quad U = \int_r^l E \, dr = \int_r^l \frac{AR^3}{3\epsilon_0} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{AR^3}{3\epsilon_0} \ln \frac{l}{r}$$

45、电荷以相同的面密度 σ 分布在半径为 $r_1 = 10\text{cm}$ 和 $r_2 = 20\text{cm}$ 的两个同心球面上。设无限远处电势为零，球心处的电势为 $U_0 = 300\text{ V}$ 。

(1) 求电荷面密度 σ ；

(2) 若要使球心处的电势也为零，外球面上应放掉多少电荷？

$$[\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)]$$

解：(1) 球心处的电势为两个同心带电球面各自在球心处产生的电势的叠加，即

$$\begin{aligned}U_0 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) \\&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4\pi r_1^2 \sigma}{r_1} + \frac{4\pi r_2^2 \sigma}{r_2} \right) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (r_1 + r_2) \\&\sigma = \frac{U_0 \epsilon_0}{r_1 + r_2} = 8.85 \times 10^{-9} \text{ C / m}^2\end{aligned}$$

(2) 设外球面上放电后电荷面密度为 σ' ，则应有

$$U'_0 = \frac{1}{\varepsilon_0} (\sigma r_1 + \sigma' r_2) = 0$$

即

$$\sigma' = -\frac{r_1}{r_2} \sigma$$

外球面上应变成带负电，共应放掉电荷

$$\begin{aligned} q' &= 4\pi r_2^2 (\sigma - \sigma') = 4\pi r_2^2 \sigma \left(1 + \frac{r_1}{r_2} \right) \\ &= 4\pi \sigma r_2 (r_1 + r_2) = 4\pi \varepsilon_0 U_0 r_2 \\ &= 6.67 \times 10^{-9} \text{ C} \end{aligned}$$

46、一半径为 R 的均匀带电圆盘，电荷面密度为 σ 。设无穷远处为电势零点，计算圆盘中心 O 点电势。

解：在圆盘上取一半径为 $r \rightarrow r + dr$ 范围的同心圆环。

其面积为 $dS = 2\pi r dr$

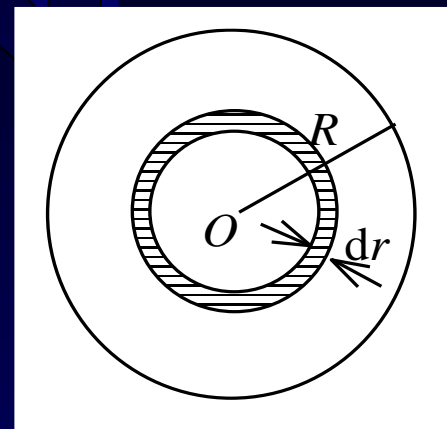
其上电荷为 $dq = \sigma dS = 2\pi \sigma r dr$

它在 O 点产生的电势为

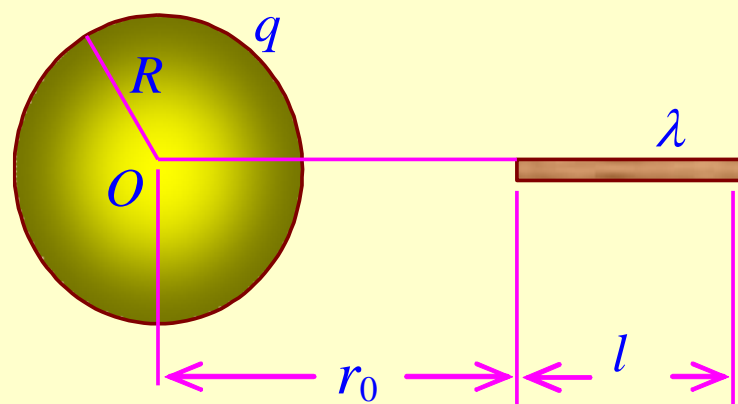
$$dU = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\sigma dr}{2\epsilon_0}$$

总电势

$$U = \int_S dU = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R dr = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0}$$



417、如图所示，半径为 R 的均匀带电球面，带有电荷 q 。沿某一半径方向上有一均匀带电细线，电荷线密度为 λ ，长度为 l ，细线左端离球心距离为 r_0 。设球和线上的电荷分布不受相互作用影响，试求细线所受球面电荷的电场力和细线在该电场中的电势能(设无穷远处的电势为零)。



解：设 x 轴沿细线方向，原点在球心处，在 x 处取线元 dx ，其上电荷为

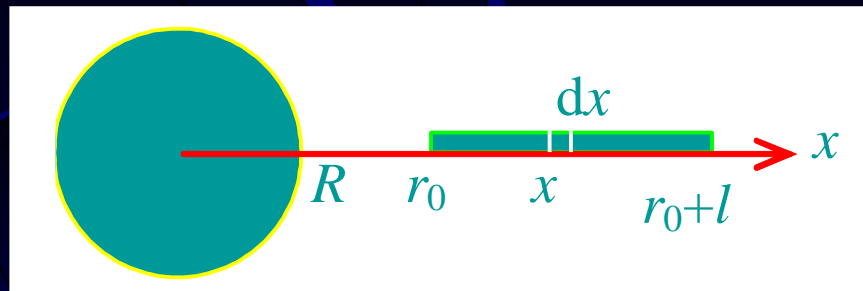
$$dq' = \lambda dx$$

该线元在带电球面的电场中所受电场力为：

$$dF = \lambda dx \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

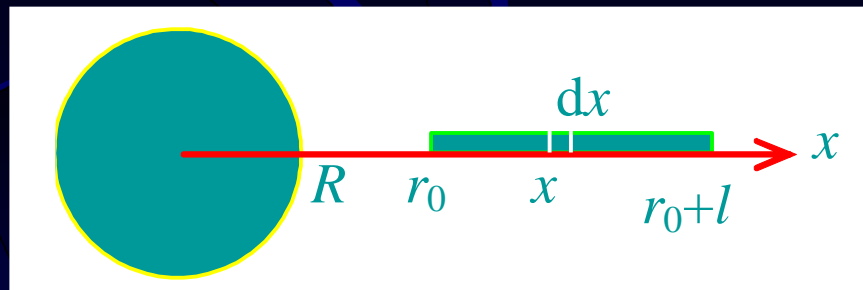
整个细线所受电场力为：

$$F = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_0}^{r_0+l} \frac{dx}{x^2} = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0 r_0(r_0+l)}$$



方向沿 x 正方向。

电荷元在球面电荷电场中具有电势能：

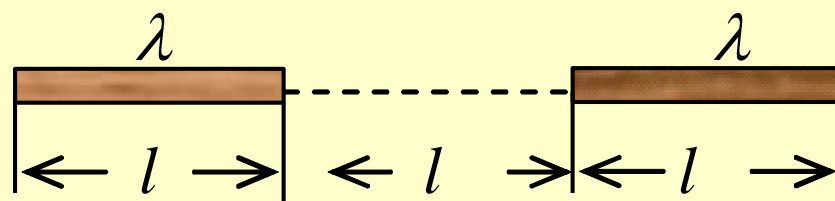


$$dW = \lambda dx \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x}$$

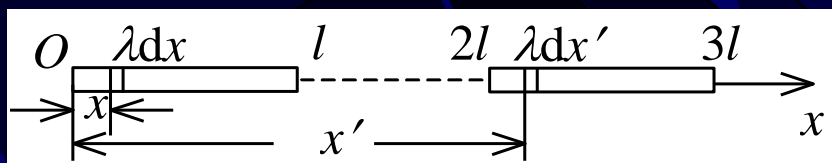
整个线电荷在电场中具有电势能：

$$W = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_0}^{r_0+l} \frac{dx}{x} = \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_0+l}{r_0}\right)$$

48、两根相同的均匀带电细棒，长为 l ，电荷线密度为 λ ，沿同一条直线放置。两细棒间最近距离也为 l ，如图所示。假设棒上的电荷是不能自由移动的，试求两棒间的静电相互作用力。



解：选左棒的左端为坐标原点 O ， x 轴沿棒方向向右，在左棒上 x 处取线元 dx ，其电荷为 $dq = \lambda dx$ ，它在右棒的 x' 处产生的场强为：

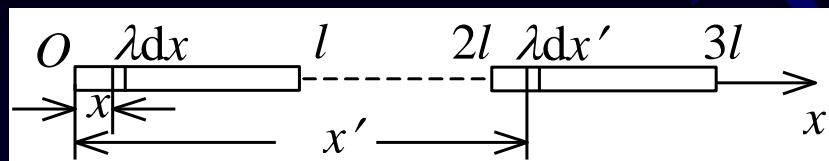


$$dE = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(x' - x)^2}$$

整个左棒在 x' 处产生的场强为：

$$E = \int_0^l \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(x' - x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x' - l} - \frac{1}{x'} \right)$$

右棒 x' 处的电荷元 $\lambda dx'$ 在电场中受力为：



$$dF = E\lambda dx' = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x' - l} - \frac{1}{x'} \right) dx'$$

整个右棒在电场中受力为：

$$F = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \int_{2l}^{3l} \left(\frac{1}{x' - l} - \frac{1}{x'} \right) dx' = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{4}{3}$$

方向沿x轴正向。

左棒受力

$$F' = -F$$

49、两个同心金属球壳，内球壳半径为 R_1 ，外球壳半径为 R_2 ，中间是空气，构成一个球形空气电容器。设内外球壳分别带有电荷 $+Q$ 和 $-Q$ ，求：(1) 电容器的电容；(2) 电容器储存的能量。

解：(1) 已知内球壳上带正电荷 Q ，则两球壳中间的场强大小为

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

两球壳间电势差

$$U_{12} = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{Q(R_2 - R_1)}{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}$$

电容

$$C = \frac{Q}{U_{12}} = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

(2) 电场能量

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2(R_2 - R_1)}{8\pi\epsilon_0 R_1 R_2}$$

50、一质量为 m 、电荷为 $-q$ 的粒子，在半径为 R 、电荷为 Q (>0)的均匀带电球体中沿径向运动。试证明粒子作简谐振动，并求其振动频率。

证：由高斯定理求得球内场强为

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r$$

粒子受力：

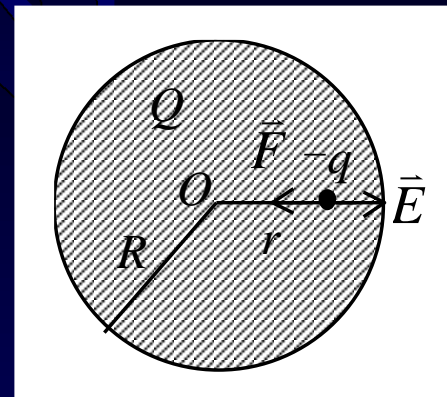
$$F = -qE = -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^3} r$$

由牛顿第二定律得

$$-\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^3} r = m \frac{d^2 r}{dt^2}$$

\therefore

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 m R^3} r = 0$$



粒子沿径向作简谐振动。

令
$$\omega^2 = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 m R^3}$$

其频率：
$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$$

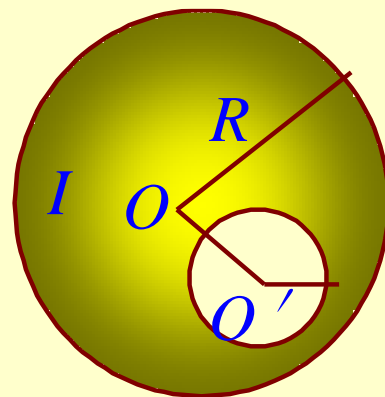
自我测试

第三篇 电场和磁场(二)



一、选择题

1、在半径为 R 的长直金属圆柱体内部挖去一个半径为 r 的长直圆柱体，两柱体轴线平行，其间距为 a ，如图．今在此导体上通以电流 I ，电流在截面上均匀分布，则空心部分轴线上 O' 点的磁感强度的大小为



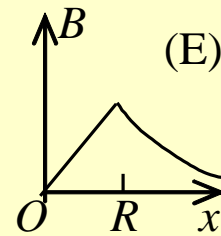
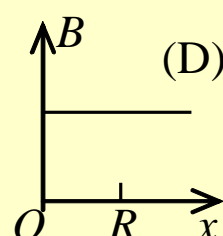
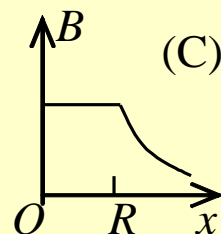
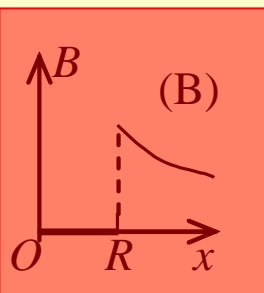
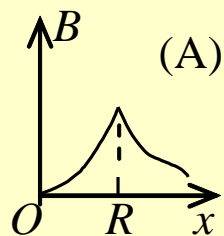
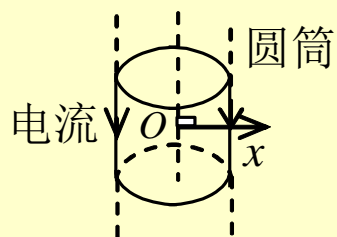
(A) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2}{R^2}$

(B) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2 - r^2}{R^2}$

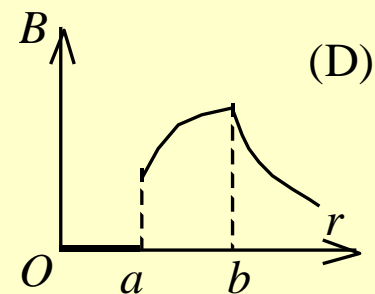
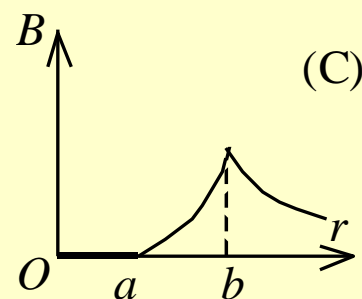
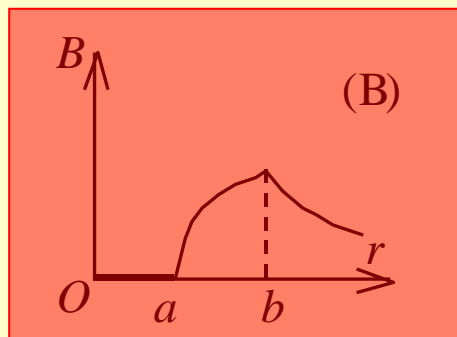
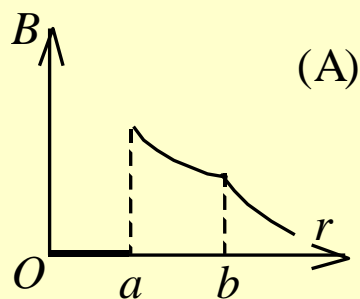
(C) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \cdot \frac{a^2}{R^2 - r^2}$

(D) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(\frac{a^2}{R^2} - \frac{r^2}{a^2} \right)$

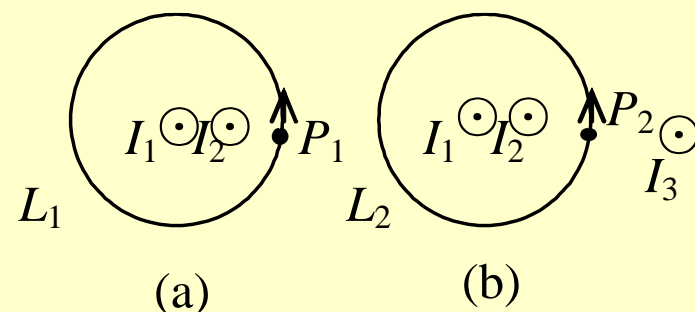
2、磁场由沿空心长圆筒形导体的均匀分布的电流产生，圆筒半径为 R ， x 坐标轴垂直圆筒轴线，原点在中心轴线上．图(A)~(E)哪一条曲线表示 $B-x$ 的关系？



3、无限长载流空心圆柱导体的内外半径分别为 a 、 b ，电流在导体截面上均匀分布，则空间各处的 \vec{B} 的大小与场点到圆柱中心轴线的距离 r 的关系如图所示。正确的图是



4、在图(a)和(b)中各有一半径相同的圆形回路 L_1 、 L_2 ，圆周内有电流 I_1 、 I_2 ，其分布相同，且均在真空中，但在(b)图中 L_2 回路外有电流 I_3 ， P_1 、 P_2 为两圆形回路上的对应点，则：



$$(A) \oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad , \quad B_{P_1} = B_{P_2} \quad . \quad (B) \oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad , \quad B_{P_1} = B_{P_2} \quad .$$

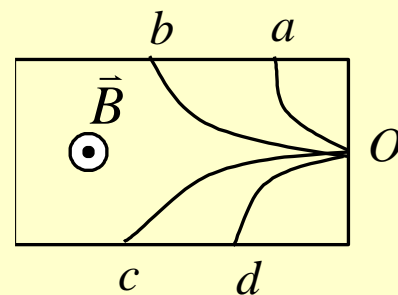
$$(C) \oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad , \quad B_{P_1} \neq B_{P_2} \quad . \quad (D) \oint_{L_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq \oint_{L_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad , \quad B_{P_1} \neq B_{P_2} \quad .$$

5、 A 、 B 两个电子都垂直于磁场方向射入一均匀磁场而作圆周运动。 A 电子的速率是 B 电子速率的两倍。设 R_A ， R_B 分别为 A 电子与 B 电子的轨道半径； T_A ， T_B 分别为它们各自的周期。则

(A) $R_A:R_B=2$, $T_A:T_B=2$. (B) $R_A:R_B$, $=T_A:T_B=1$.

(C) $R_A:R_B=1$, $T_A:T_B=\frac{1}{2}$. (D) $R_A:R_B=2$, $T_A:T_B=1$.

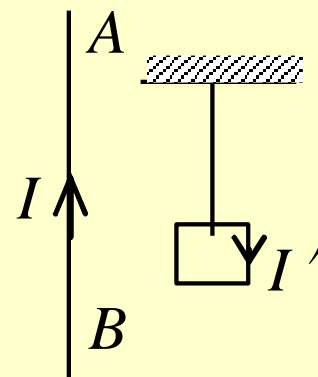
6、图为四个带电粒子在 O 点沿相同方向垂直于磁感线射入均匀磁场后的偏转轨迹的照片。磁场方向垂直纸面向外，轨迹所对应的四个粒子的质量相等，电荷大小也相等，则其中动能最大的带负电的粒子的轨迹是



- (A) Oa . (B) Ob . (C) Oc . (D) Od .

7、把轻的正方形线圈用细线挂在载流直导线 AB 的附近，两者在同一平面内，直导线 AB 固定，线圈可以活动。当正方形线圈通以如图所示的电流时线圈将

- (A) 不动.
- (B) 发生转动，同时靠近导线 AB .
- (C) 发生转动，同时离开导线 AB .
- (D) 靠近导线 AB .
- (E) 离开导线 AB .



8、有一 N 匝细导线绕成的平面正三角形线圈，边长为 a ，通有电流 I ，置于均匀外磁场中，当线圈平面的法向与外磁场同向时，该线圈所受的磁力矩 M_m 值为

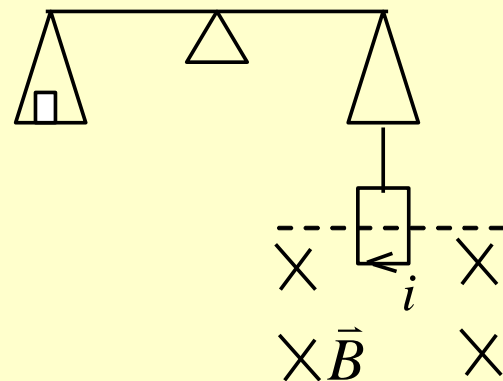
(A) $\sqrt{3}Na^2IB/2$.

(B) $\sqrt{3}Na^2IB/4$.

(C) $\sqrt{3}Na^2IB \sin 60^\circ$.

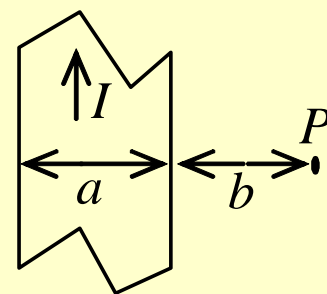
(D) 0 .

9、图示一测定水平方向匀强磁场的磁感强度 (方向见图)的实验装置. 位于竖直面内且横边水平的矩形线框是一个多匝的线圈. 线框挂在天平的右盘下, 框的下端横边位于待测磁场中. 线框没有通电时, 将天平调节平衡; 通电后, 由于磁场对线框的作用力而破坏了天平的平衡, 须在天平左盘中加砝码 m 才能使天平重新平衡. 若待测磁场的磁感强度增为原来的3倍, 而通过线圈的电流减为原来的 $1/2$, 磁场和电流方向保持不变, 则要使天平重新平衡, 其左盘中加的砝码质量应为



- (A) $6m$. (B) $3m/2$. (C) $2m/3$. (D) $m/6$. (E) $9m/2$.

10、有一无限长通电流的扁平铜片，宽度为 a ，厚度不计，电流 I 在铜片上均匀分布，在铜片外与铜片共面，离铜片右边缘为 b 处的 P 点(如图)的磁感强度 的大小为



- (A) $\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)}$. (B) $\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \frac{a+b}{b}$. (C) $\frac{\mu_0 I}{2\pi b} \ln \frac{a+b}{b}$. (D) $\frac{\mu_0 I}{\pi(a+2b)}$.

11、无限长直导线在 P 处弯成半径为 R 的圆，当通以电流 I 时，则在圆心 O 点的磁感强度大小等于

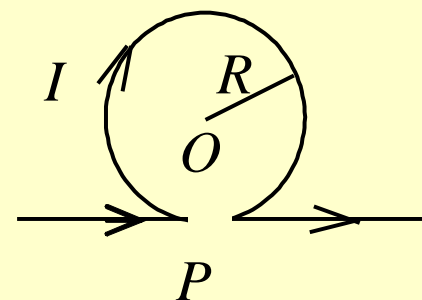
(A) $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$.

(B) $\frac{\mu_0 I}{4R}$.

(C) 0.

(D) $\frac{\mu_0 I}{2R} (1 - \frac{1}{\pi})$.

(E) $\frac{\mu_0 I}{4R} (1 + \frac{1}{\pi})$.



12、用细导线均匀密绕成长为 l 、半径为 a ($l \gg a$)、总匝数为 N 的螺线管，管内充满相对磁导率为 μ_r 的均匀磁介质。若线圈中载有稳恒电流 I ，则管中任意一点的

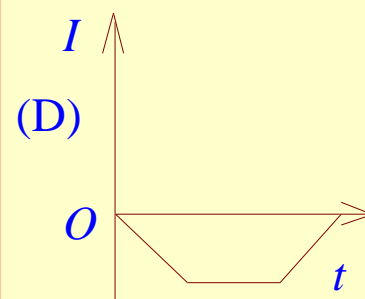
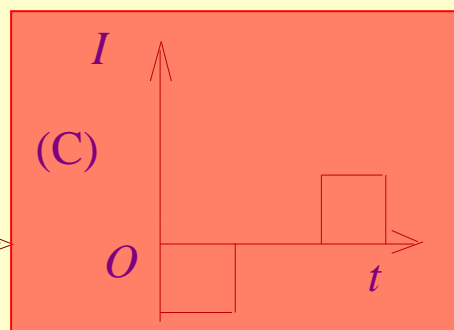
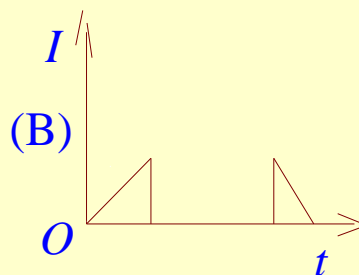
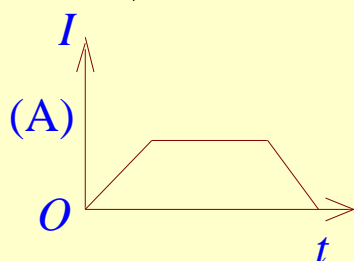
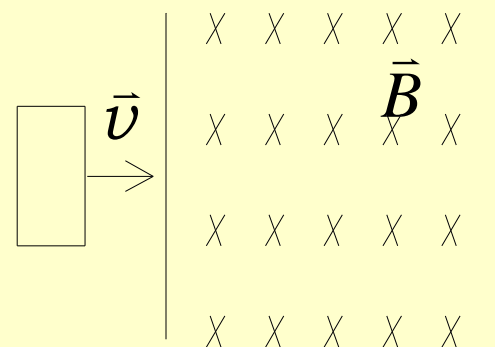
(A) 磁感强度大小为 $B = \mu_0 \mu_r NI$.

(B) 磁感强度大小为 $B = \mu_r NI / l$.

(C) 磁场强度大小为 $H = \mu_0 NI / l$.

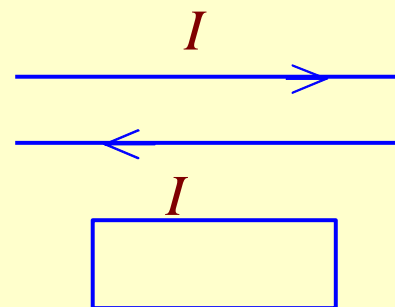
(D) 磁场强度大小为 $H = NI / l$.

13、如图所示，一矩形金属线框，以速度 \vec{v} 从无场空间进入一均匀磁场中，然后又从磁场中出来，到无场空间中。不计线圈的自感，下面哪一条图线正确地表示了线圈中的感应电流对时间的函数关系？(从线圈刚进入磁场时刻开始计时， I 以顺时针方向为正)

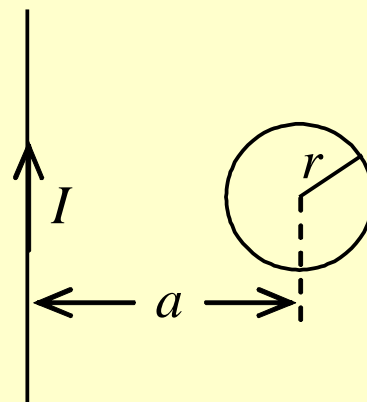


14、两根无限长平行直导线载有大小相等方向相反的电流 I ，并各以 dI/dt 的变化率增长，一矩形线圈位于导线平面内(如图)，则：

- (A) 线圈中无感应电流.
- (B) 线圈中感应电流为顺时针方向.**
- (C) 线圈中感应电流为逆时针方向.
- (D) 线圈中感应电流方向不确定.

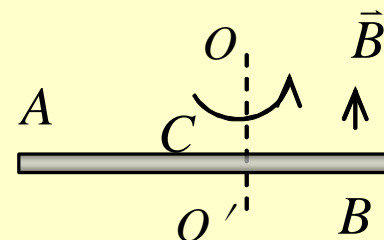


15、在一通有电流 I 的无限长直导线所在平面内，有一半径为 r 、电阻为 R 的导线小环，环中心距直导线为 a ，如图所示，且 $a \gg r$ 。当直导线的电流被切断后，沿着导线环流过的电荷约为



- (A) $\frac{\mu_0 I r^2}{2\pi R} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+r} \right)$ (B) $\frac{\mu_0 I r}{2\pi R} \ln \frac{a+r}{a}$ (C) $\frac{\mu_0 I r^2}{2aR}$ (D) $\frac{\mu_0 I a^2}{2rR}$

16、如图所示，导体棒AB在均匀磁场 \vec{B} 中绕通过C点的垂直于棒长且沿磁场方向的轴 OO' 转动（角速度 $\vec{\omega}$ 与 \vec{B} 同方向），BC的长度为棒长的1/3，则



(A) A点比B点电势高.

(B) A点与B点电势相等.

(C) A点比B点电势低.

(D) 有稳恒电流从A点流向B点.

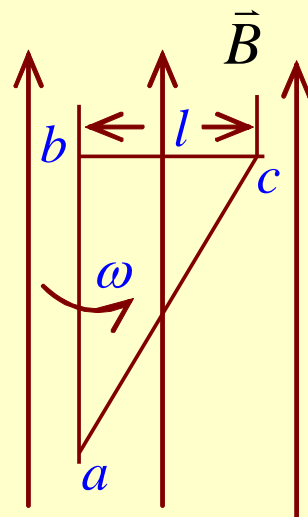
17、如图所示，直角三角形金属框架 abc 放在均匀磁场中，磁场 \vec{B} 平行于 ab 边， bc 的长度为 l 。当金属框架绕 ab 边以匀角速度 ω 转动时， abc 回路中的感应电动势 ε 和 a 、 c 两点间的电势差 $U_a - U_c$ 为

(A) $\varepsilon = 0$, $U_a - U_c = \frac{1}{2} B \omega l^2$.

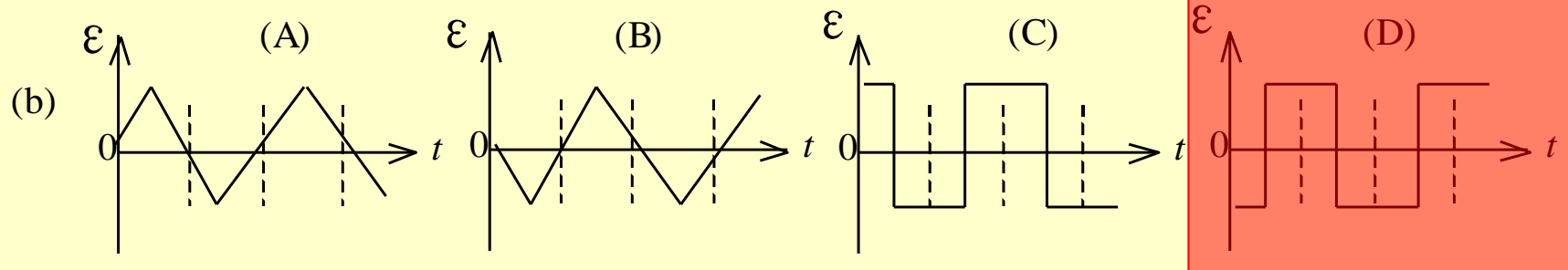
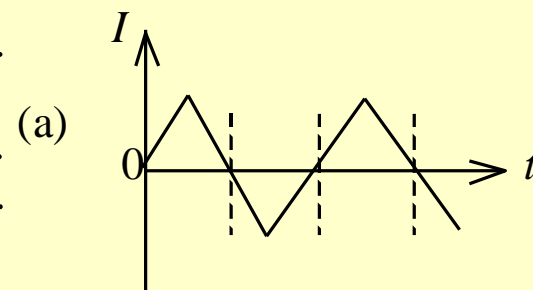
(B) $\varepsilon = 0$, $U_a - U_c = -\frac{1}{2} B \omega l^2$.

(C) $\varepsilon = B \omega l^2$, $U_a - U_c = \frac{1}{2} B \omega l^2$.

(D) $\varepsilon = B \omega l^2$, $U_a - U_c = -\frac{1}{2} B \omega l^2$.



18、在一自感线圈中通过的电流 I 随时间 t 的变化规律如图(a)所示，若以 I 的正流向作为 ε 的正方向，则代表线圈内自感电动势 ε 随时间 t 变化规律的曲线应为图(b)中(A)、(B)、(C)、(D)中的哪一个？



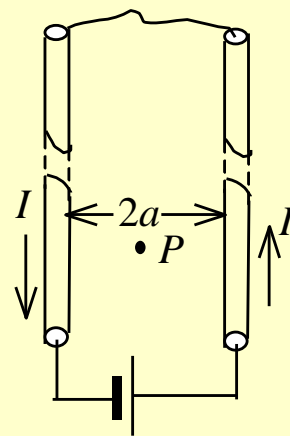
19、真空中两根很长的相距为 $2a$ 的平行直导线与电源组成闭合回路如图。已知导线中的电流为 I ，则在两导线正中间某点 P 处的磁能密度为

(A) $\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \right)^2$.

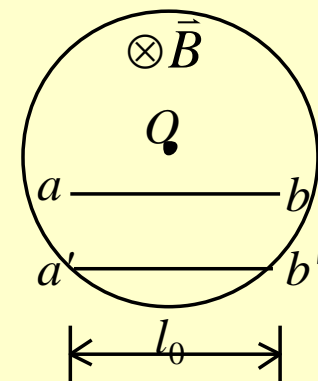
(B) $\frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \right)^2$.

(C) $\frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 I}{\pi a} \right)^2$.

(D) 0.



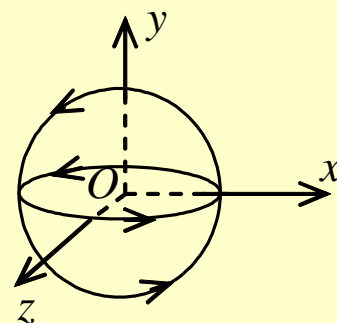
20、在圆柱形空间内有一磁感强度为 \vec{B} 的均匀磁场，如图所示， \vec{B} 的大小以速率 dB/dt 变化．有一长度为 l_0 的金属棒先后放在磁场的两个不同位置1(ab)和2($a' b'$)，则金属棒在这两个位置时棒内的感应电动势的大小关系为



- (A) $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \neq 0$. (B) $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$.
(C) $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$. (D) $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 = 0$.

二、填空题

21、如图，球心位于 O 点的球面，在直角坐标系 xOy 和 xOz 平面上的两个圆形交线上分别流有相同的电流，其流向各与 y 轴和 z 轴的正方向成右手螺旋关系。则由此形成的磁场在 O 点的方向为 两单位矢量 \vec{j} 和 \vec{k} 之和，即 $(\vec{j} + \vec{k})$ 的方向。

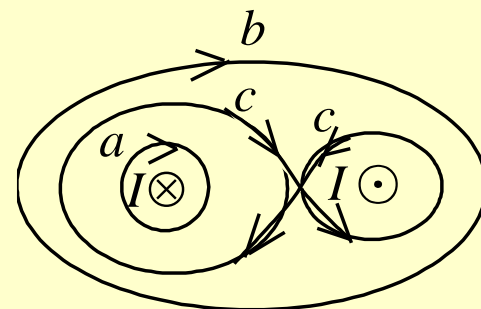


22、两根长直导线通有电流 I ，图示有三种环路；在每种情况下， $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ 等于：

_____ $\mu_0 I$ (对环路 a).

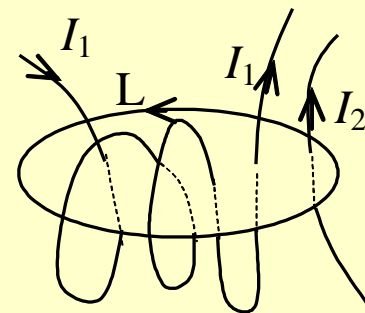
_____ 0 (对环路 b).

_____ $2\mu_0 I$ (对环路 c).



23、有一长直金属圆筒，沿长度方向有横截面上均匀分布的稳恒电流 I 流通．筒内空腔各处的磁感强度为_____0_____，筒外空间中离轴线 r 处的磁感强度为_____ $\mu_0 I / (2\pi r)$ _____．

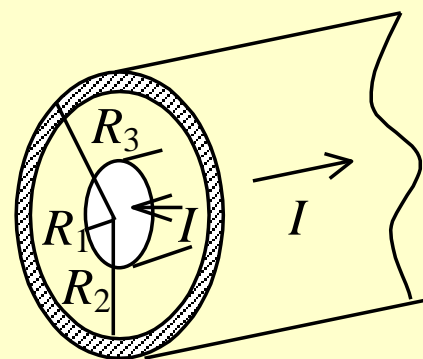
24、如图所示，磁感强度 \vec{B} 沿闭合曲线 L 的
环流 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} =$ $\mu_0(I_2 - 2I_1)$.



25、有一同轴电缆，其尺寸如图所示，它的内外两导体中的电流均为 I ，且在横截面上均匀分布，但二者电流的流向正相反，则

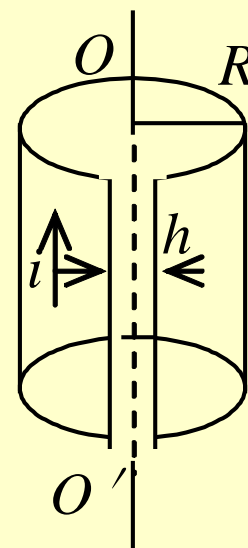
(1) 在 $r < R_1$ 处磁感强度大小为 $\mu_0 r I / (2\pi R_1^2)$.

(2) 在 $r > R_3$ 处磁感强度大小为 0 .



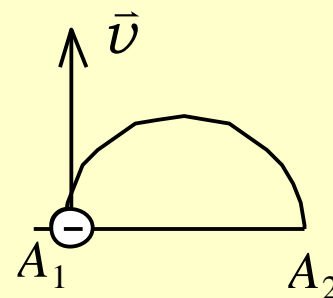
26、将半径为 R 的无限长导体薄壁管(厚度忽略)沿轴向割去一宽度为 h ($h \ll R$)的无限长狭缝后,再沿轴向流有在管壁上均匀分布的电流,其面电流密度(垂直于电流的单位长度截线上的电流)为 i (如上图),则管轴线磁感强度的大小是

$$\frac{\mu_0 i h}{2\pi R}.$$

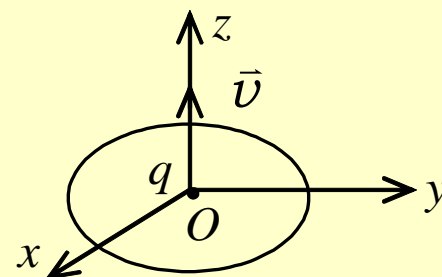


27、电子在磁感强度 B 为的均匀磁场中沿半径为 R 的圆周运动，电子运动所形成的等效圆电流强度 $I =$ $Be^2 / (2\pi m_e)$ 等效圆电流的磁矩 $p_m =$ $Be^2 R^2 / (2m_e)$ 已知电子电荷为 e ，电子的质量为 m_e 。

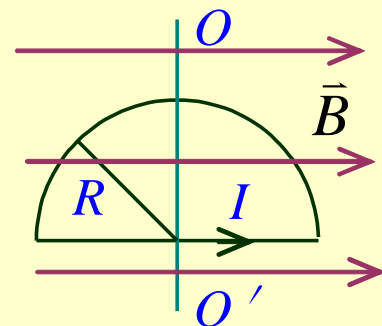
28、图中 $A_1 A_2$ 的距离为 0.1 m ， A_1 端有一电子，其初速度 $v = 1.0 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，若它所处的空间为均匀磁场，它在磁场力作用下沿圆形轨道运动到 A_2 端，则磁场各点的磁感强度 \vec{B} 的大小 $B =$ $m_e v / (eR) = 1.14 \times 10^{-3} \text{ T}$ ，方向为 \otimes (垂直纸面向里)，电子通过这段路程所需时间 $t =$ $\pi R / v = 1.57 \times 10^{-8} \text{ s}$ 。(电子质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，基本电荷 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



29、如图所示，一半径为 R ，通有电流为 I 的圆形回路，位于 Oxy 平面内，圆心为 O 。一带正电荷为 q 的粒子，以速度 \bar{v} 沿 z 轴向上运动，当带正电荷的粒子恰好通过 O 点时，作用于圆形回路上的力为_____，作用在带电粒子上的力为_____。



30、如图，半圆形线圈(半径为 R)通有电流 I 。线圈处在与线圈平面平行向右的均匀磁场 \vec{B} 中。线圈所受磁力矩的大小为 $\frac{1}{2}\pi R^2 IB$ ，方向为在图面中向上。把线圈绕 OO' 轴转过角度 $\frac{1}{2}\pi + n\pi (n = 1, 2, \dots)$ 时，磁力矩恰为零。



31、一电子以速率 $v = 2.20 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 垂直磁力线射入磁感强度为 $B = 2.36 \text{ T}$ 的均匀磁场，则该电子的轨道磁矩为 $9.34 \times 10^{-19} \text{ Am}^2$ 。其方向与磁场方向相反。（电子质量为 $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ）

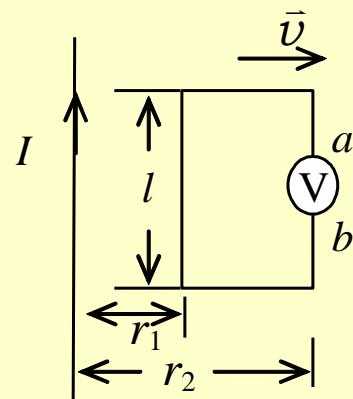
32、有一流过电流 $I = 10 \text{ A}$ 的圆线圈，放在磁感强度等于 0.015 T 的匀强磁场中，处于平衡位置．线圈直径 $d = 12 \text{ cm}$ ．使线圈以它的直径为轴转过角 $\alpha = \pi/2$ 时，外力所必需作的功 $A = \underline{1.70 \times 10^{-3} \text{ J}}$ ，如果转角 $\alpha = 2\pi$ ，必需作的功 $A = \underline{0}$ ．

33、将条形磁铁插入与冲击电流计串联的金属环中时，有 $q = 2.0 \times 10^{-5} \text{ C}$ 的电荷通过电流计。若连接电流计的电路总电阻 $R = 25 \text{ } \Omega$ ，则穿过环的磁通的变化 $\Delta \Phi = \underline{5 \times 10^{-4} \text{ Wb}}$ 。

34、一面积为 S 的平面导线闭合回路，置于载流长螺线管中，回路的法向与螺线管轴线平行．设长螺线管单位长度上的匝数为 n ，通过的电流为 $I = I_m \sin \omega t$ (电流的正向与回路的正法向成右手关系)，其中 I_m 和 ω 为常数， t 为时间，则该导线回路中的感生电动势为 $-\mu_0 n S \omega I_m \cos \omega t$.

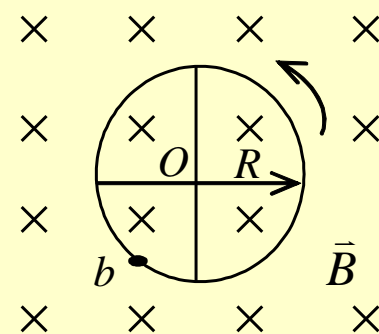
35、一半径 $r = 10 \text{ cm}$ 的圆形闭合导线回路置于均匀磁场 \vec{B} ($B = 0.80 \text{ T}$)中, \vec{B} 与回路平面正交. 若圆形回路的半径从 $t = 0$ 开始以恒定的速率 $dr/dt = -80 \text{ cm/s}$ 收缩, 则在这 $t = 0$ 时刻, 闭合回路中的感应电动势大小为 0.40 V ; 如要求感应电动势保持这一数值, 则闭合回路面积应以 $dS/dt =$ $-0.5 \text{ m}^2/\text{s}$ 的恒定速率收缩.

36、如图所示，在与纸面相平行的平面内有一载有电流 I 的无限长直导线和一接有电压表的矩形线框。线框与长直导线相平行的边的长度为 l ，电压表两端 a 、 b 间的距离和 l 相比可以忽略不计。今使线框在与导线共同所在的平面内以速度 \vec{v} 沿垂直于载流导线的方向离开导线，



当运动到线框与载流导线相平行的两个边距导线分别为 r_1 和 r_2 ($r_2 > r_1$)时，电压表的读数 $V = \frac{\mu_0 I v l}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ ，电压表的正极端为 a 端。

37、四根辐条的金属轮子在均匀磁场 \vec{B} 中转动，
 转轴与 \vec{B} 平行，轮子和辐条都是导体，辐条长为 R ，
 轮子转速为 n ，则轮子中心 O 与轮边缘 b 之间的感
 应电动势为 $\pi B n R^2$ 电势最高点是在 O
 处。



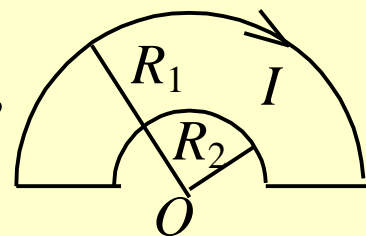
38、自感系数 $L = 0.3 \text{ H}$ 的螺线管中通以 $I = 8 \text{ A}$ 的电流时，螺线管存储的磁场能量 $W = \underline{\hspace{2cm} 9.6 \text{ J} \hspace{2cm}}$.

39、真空中一根无限长直导线中通有电流 I ，则距导线垂直距离为 a 的某点的磁能密度 $w_m = \underline{\mu_0 I^2 / (8\pi^2 a^2)}$ 。

40、半径为 R 的无限长柱形导体上均匀流有电流 I ，该导体材料的相对磁导率 $\mu_r = 1$ ，则在导体轴线上一点的磁场能量密度为 w_{mo}
= 0，在与导体轴线相距 r 处($r < R$)的磁场能量密度 w_{mr}
= $\mu_0 I^2 r^2 / (8\pi^2 R^4)$ 。

三、计算题

40、平面闭合回路由半径为 R_1 及 R_2 ($R_1 > R_2$) 的两个同心半圆弧和两个直导线段组成(如图). 已知两个直导线段在两半圆弧中心 O 处的磁感强度为零, 且闭合载流回路在 O 处产生的总的磁感强度 B 与半径 O 点产生的磁感强度 B_2 的关系为 $B = 2 B_2/3$, 求 R_1 与 R_2 的关系.



解：设半径为 R_1 的载流半圆弧在 O 点产生的磁感强度为 B_1 ，半径为 R_2 的载流半圆弧在 O 点产生的磁感强度为 B_2 ，由毕奥-萨伐尔定律可得

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4R_1}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R_2}$$

$$\because R_1 > R_2$$

$$\therefore B_1 < B_2$$

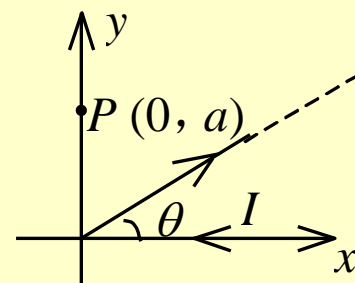
故磁感强度

$$B = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 I}{4R_2} - \frac{\mu_0 I}{4R_1} = \frac{2}{3} \frac{\mu_0 I}{4R_2}$$

\therefore

$$R_1 = 3R_2$$

412、无限长直导线折成V形，顶角为 θ ，置于 xy 平面内，一个角边与 x 轴重合，如图。当导线中有电流 I 时，求 y 轴上一点 $P(0, a)$ 处的磁感强度大小。



解：如图所示，将V形导线的两根半无限长导线分别标为1和2。

则导线1中电流在P点的磁感强度为

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \quad \text{其方向垂直纸面向内。}$$

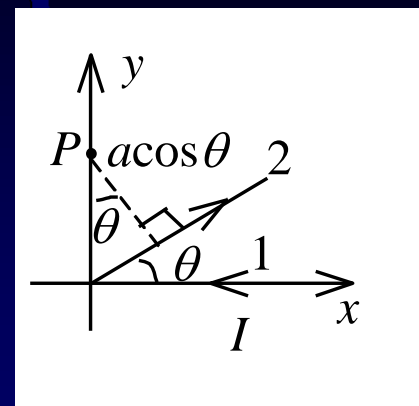
导线2中电流在P点的磁感强度为

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a \cos \theta} (1 + \sin \theta) \quad \text{其方向垂直纸面向外。}$$

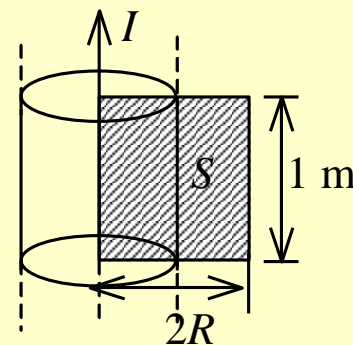
P点的总磁感强度为

$$B = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a \cos \theta} (1 + \sin \theta - \cos \theta)$$

总磁感强度的方向垂直纸面向外。



413、一无限长圆柱形铜导体(磁导率 μ_0)，半径为 R ，通有均匀分布的电流 I 。今取一矩形平面 S (长为 1m ，宽为 $2R$)，位置如右图中画斜线部分所示，求通过该矩形平面的磁通量。



解：由安培环路定律可得，在圆柱体内部与导体中心轴线相距为 r 处的磁感强度的大小为

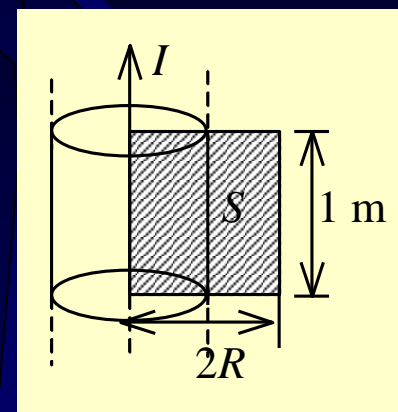
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \quad (r \leq R)$$

因而，穿过导体内画斜线部分的磁通 Φ_1 为

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B dS \\ &= \int_0^R \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r dr = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \end{aligned}$$

在圆形导体外，与导体中心轴线相距 r 处的磁感强度大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (r > R)$$



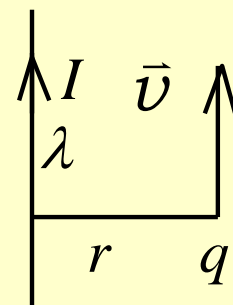
因而，穿过导体外画斜线部分平面的磁通 Φ_2 为

$$\Phi_2 = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_R^{2R} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln 2$$

穿过整个矩形平面的磁通量

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln 2$$

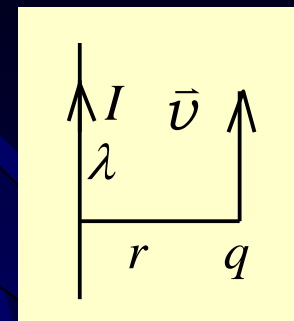
44、 如图所示，一个带有正电荷 q 的粒子，以速度 \vec{v} 平行于一均匀带电的长直导线运动，该导线的线电荷密度为 λ ，并载有传导电流 I 。试问粒子要以多大的速度运动，才能使其保持在一条与导线距离为 r 的平行直线上？



解：依据无限长带电和载流导线的电场和磁场知：

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (\text{方向沿径向向外})$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{方向垂直纸面向里})$$



运动电荷受力 F (大小) 为：
$$F = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} - \frac{\mu_0 I q}{2\pi r} v$$

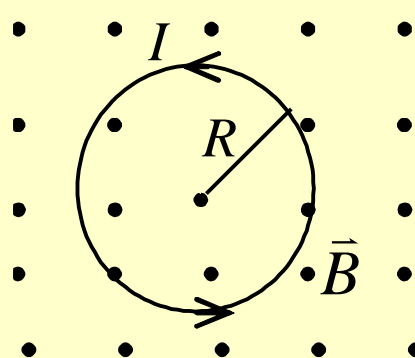
为使粒子继续沿着原方向平行导线运动，径向力应为零，

$$\frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} - \frac{\mu_0 I q}{2\pi r} v = 0$$

则有

$$v = \frac{\lambda}{\epsilon_0 \mu_0 I}$$

413、一圆线圈的半径为 R ，载有电流 I ，置于均匀外磁场 \vec{B} 中．在不考虑载流圆线圈本身所激发的磁场的情况下，求线圈导线上的张力．（载流线圈的法线方向规定与 \vec{B} 的方向相同）



解：半圆形载流导线 \widehat{CD} 所受的安培力

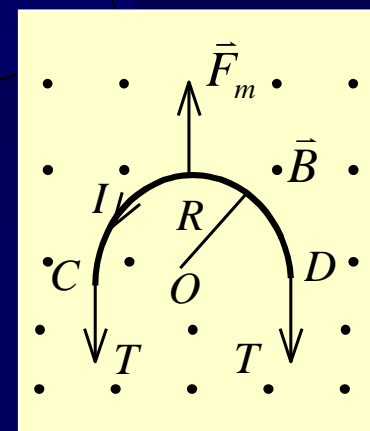
$$F_m = IB \cdot 2R$$

列出力的平衡方程式

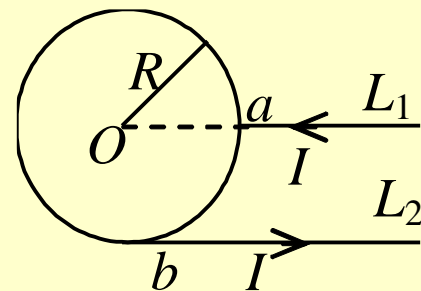
$$IB \cdot 2R = 2T$$

故：

$$T = IBR$$



46、用两根彼此平行的半无限长直导线 L_1 、 L_2 把半径为 R 的均匀导体圆环联到电源上，如图所示。已知直导线中的电流为 I 。求圆环中心 O 点的磁感强度。



解：设 L_1 中电流在 O 点产生的磁感强度为 B_1 ，由于 L_1 与 O 点在一条直线上，由毕奥-萨伐定律可求出

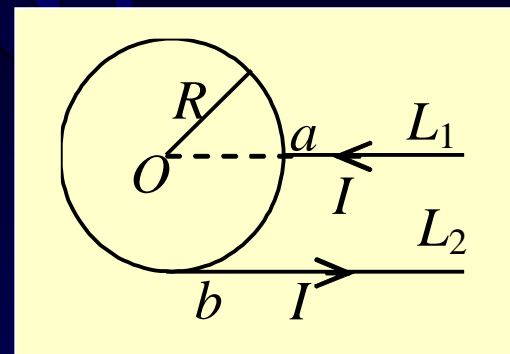
$$B_1 = 0$$

设 L_2 中电流在 O 点产生的磁感强度为 B_2 ，则

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \frac{\pi}{2} - \cos \pi) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

B_2 的方向垂直图面向外。

以下求圆环中电流在 O 点产生的磁感强度。电流由 L_1 经 a 点分两路流入圆环，一路由 a 点经 $1/4$ 圆弧流至 b ，称此回路为 L_3 。另一路由 a 点经 $3/4$ 圆弧流至 b ，称此段回路为 L_4 。由于圆环为均匀



，若 L_2 的电路电阻为 r ，则 L_4 的电阻必为 $3r$ 。因此

$$\frac{I_3}{I_4} = \frac{3r}{r} = 3$$

即

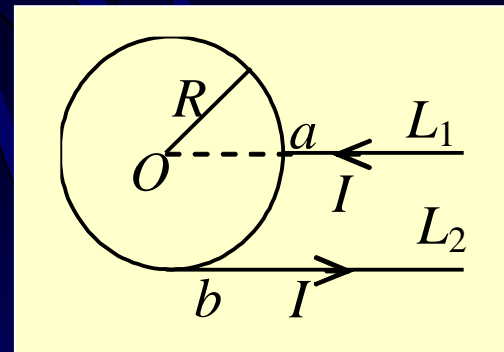
$$I_3 = \frac{3}{4}I \quad I_4 = \frac{1}{4}I$$

它们在 O 点产生的磁感强度方向相反。

其大小分别为

$$B_3 = \frac{\mu_0}{4\pi R} \times \frac{3}{4}I \times \frac{\pi}{2} = \frac{3\mu_0 I}{32r}$$

$$B_4 = \frac{\mu_0}{4\pi R} \times \frac{1}{4}I \times \frac{3\pi}{2} = \frac{3\mu_0 I}{32r}$$



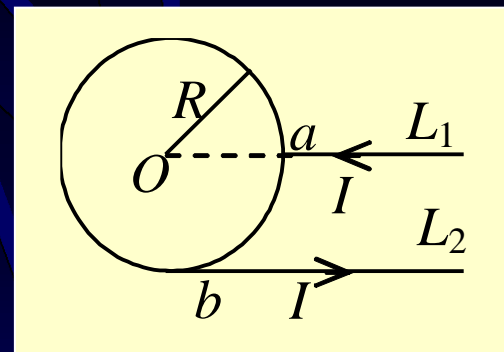
因此

$$\vec{B}_3 + \vec{B}_4 = 0$$

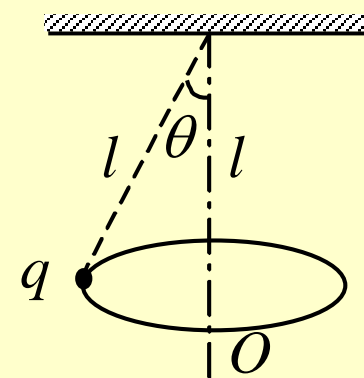
故O点的磁感强度为

$$\begin{aligned} |\vec{B}_0| &= |\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4| \\ &= |\vec{B}_2| = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \end{aligned}$$

\vec{B}_0 的方向垂直图面向外.



47、绕铅直轴作匀角速度转动的圆锥摆，摆长为 l ，摆球所带电荷为 q 。求角速度 ω 为何值时，该带电摆球在轴上悬点为 l 处的 O 点产生的磁感强度沿竖直方向的分量值最大。



解：圆锥摆在 O 处产生的磁感强度沿竖直方向分量 B 相当于圆电流在其轴上一点产生的 B ，故

$$B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

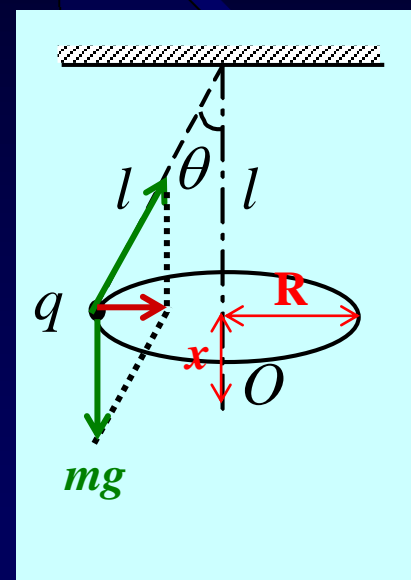
其中

$$I = \frac{q\omega}{2\pi}$$

$$R = l \sin \theta \quad x = l(1 - \cos \theta)$$

$$\because mg \tan \theta = ml \sin \theta \omega^2$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{g}{\omega^2 l}$$



将上述各式代入 **B** 的表达式中，得

$$B = \frac{\mu_0 q (l\omega^2 + g)}{4\pi(2l^2)^{3/2} (l\omega^2 - g)^{1/2}}$$

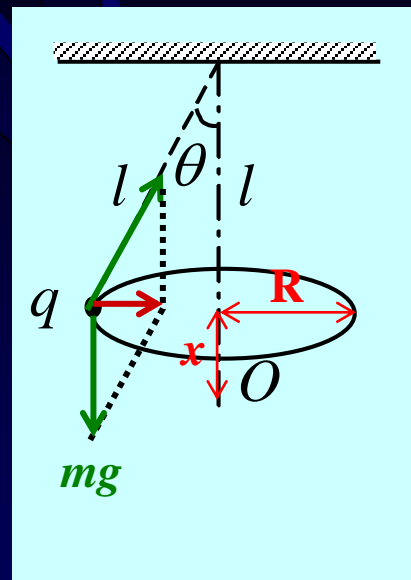
对上式的 **ω** 求导得

$$\frac{dB}{d\omega} = \frac{\mu_0 q (l^2 \omega^3 - 3l\omega g)}{4\pi(2l^2)^{3/2} (l\omega^2 - g)^{3/2}}$$

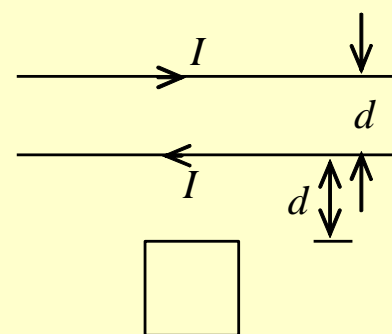
令 $\frac{dB}{d\omega} = 0$

得

$$\omega = \frac{\sqrt{3g}}{\sqrt{l}}$$



48、两根平行无限长直导线相距为 d ，载有大小相等方向相反的电流 I ，电流变化率 $dI/dt = \alpha > 0$ 。一个边长为 d 的正方形线圈位于导线平面内与一根导线相距 d ，如图所示。求线圈中的感应电动势 ε ，并说明线圈中的感应电流是顺时针还是逆时针方向。



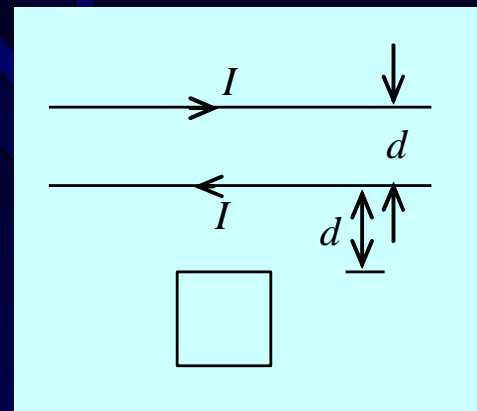
解：(1) 载流为 I 的无限长直导线在与其相距为 r 处产生的磁感强度为：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

以顺时针绕向为线圈回路的正方向，与线圈相距较远的导线在线圈中产生的磁通量为：

$$\Phi_1 = \int_{2d}^{3d} d \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 Id}{2\pi} \ln \frac{3}{2}$$

与线圈相距较近的导线对线圈的磁通量为：



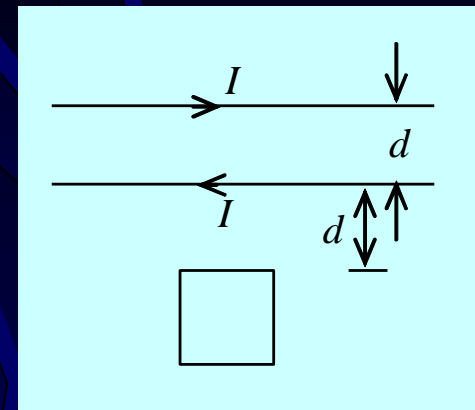
$$\Phi_2 = \int_d^{2d} -d \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr = -\frac{\mu_0 Id}{2\pi} \ln 2$$

总磁通量 $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = -\frac{\mu_0 Id}{2\pi} \ln \frac{4}{3}$

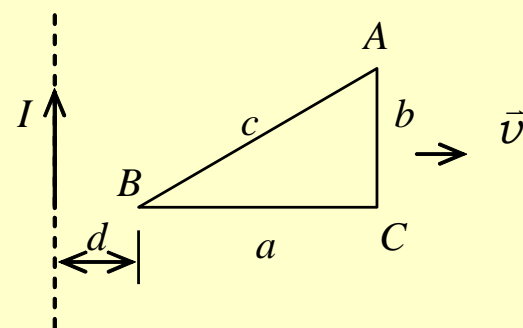
感应电动势为：

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 d}{2\pi} \left(\ln \frac{4}{3}\right) \frac{dI}{dt} = \frac{\mu_0 d}{2\pi} \alpha \ln \frac{4}{3}$$

由 $\varepsilon > 0$ 和回路正方向为顺时针，所以 ε 的绕向为顺时针方向，线圈中的感应电流亦是顺时针方向。



49、无限长直导线，通以恒定电流 I 。有一与之共面的直角三角形线圈 ABC 。已知 AC 边长为 b ，且与长直导线平行， BC 边长为 a 。若线圈以垂直于导线方向的速度 \vec{v} 向右平移，当 B 点与长直导线的距离为 d 时，求线圈 ABC 内的感应电动势的大小和感应电动势的方向。



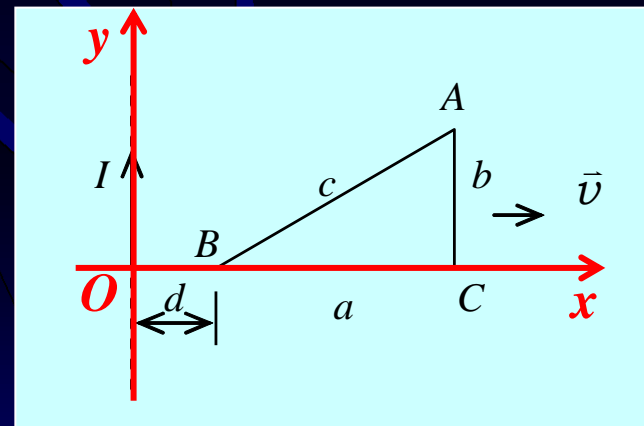
解：建立坐标系，长直导线为 y 轴， BC 边为 x 轴，原点在长直导线上。

则斜边的方程为

$$y = (bx/a) - br/a$$

式中 r 是 t 时刻 B 点与长直导线的距离。三角形中磁通量

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_r^{a+r} \frac{y}{x} dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_r^{a+r} \left(\frac{b}{a} - \frac{br}{ax} \right) dx \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(b - \frac{br}{a} \ln \frac{a+r}{r} \right)\end{aligned}$$



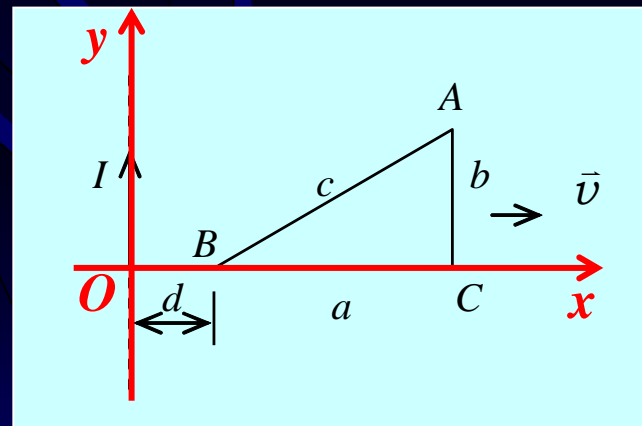
在任意时刻线圈 ABC 内的感应电动势为

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -\frac{d\Phi}{dt} \\ &= \frac{\mu_0 I b}{2\pi a} \left(\ln \frac{a+r}{r} - \frac{a}{a+r} \right) \frac{dr}{dt}\end{aligned}$$

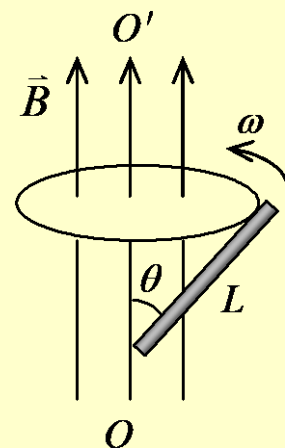
当 $r=d$ 时,

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 I b}{2\pi a} \left(\ln \frac{a+d}{d} - \frac{a}{a+d} \right) v$$

方向： $ACBA$ (即顺时针)



50、求长度为 L 的金属杆在均匀磁场 \vec{B} 中绕平行于磁场方向的定轴 OO' 转动时的动生电动势。已知杆相对于均匀磁场的方位角为 θ ，杆的角速度为 ω ，转向如图所示。



解：在距O点为 l 处的 $d\vec{l}$ 线元中的动生电动势为

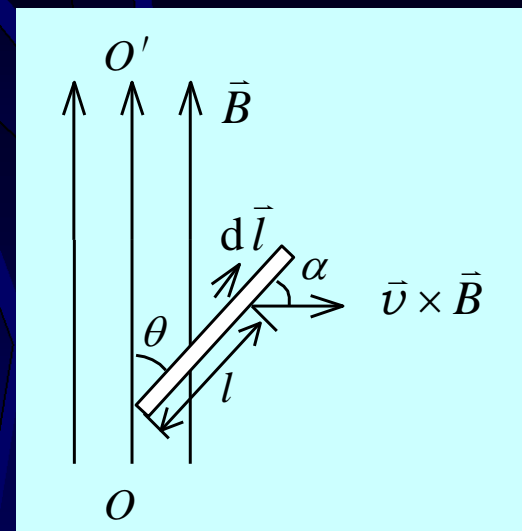
$$d\varepsilon = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

其中

$$v = \omega l \sin \theta$$

$$\begin{aligned} \therefore \varepsilon &= \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_L v B \sin\left(\frac{1}{2}\pi\right) \cos \alpha dl \\ &= \int_L \omega l B \sin \theta dl \sin \theta = \omega B \sin^2 \theta \int_0^L l dl \\ &= \frac{1}{2} \omega B L^2 \sin^2 \theta \end{aligned}$$

ε 的方向沿着杆指向上端。



自我测试

第四篇 振动与波动(二)



一、选择题

1、在真空中波长为 λ 的单色光，在折射率为 n 的透明介质中从 A 沿某路径传播到 B ，若 A 、 B 两点相位差为 3π ，则此路径 AB 的光程为

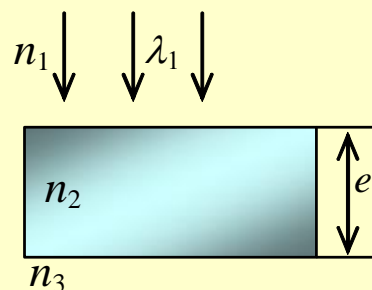
(A) 1.5λ .

(B) $1.5 \lambda / n$.

(C) $1.5 n \lambda$.

(D) 3λ .

2、如图所示，平行单色光垂直照射到薄膜上，经上下两表面反射的两束光发生干涉，若薄膜的厚度为 e ，并且 $n_1 < n_2 > n_3$ ， λ_1 为入射光在折射率为 n_1 的媒质中的波长，则两束反射光在相遇点的相位差为



(A) $2\pi n_2 e / (n_1 \lambda_1)$.

(B) $[4\pi n_1 e / (n_2 \lambda_1)] + \pi$.

(C) $[4\pi n_2 e / (n_1 \lambda_1)] + \pi$.

(D) $4\pi n_2 e / (n_1 \lambda_1)$.

3、真空中波长为 λ 的单色光，在折射率为 n 的均匀透明媒质中，从A点沿某一路径传播到B点，路径的长度为 l 。A、B两点光振动相位差记为 $\Delta\phi$ ，则

(A) $l=3\lambda/2$, $\Delta\phi=3\pi$. (B) $l=3\lambda/(2n)$, $\Delta\phi=3n\pi$.

(C) $l=3\lambda/(2n)$, $\Delta\phi=3\pi$. (D) $l=3n\lambda/2$, $\Delta\phi=3n\pi$.

4、在相同的时间内，一束波长为 λ 的单色光在空气中和在玻璃中

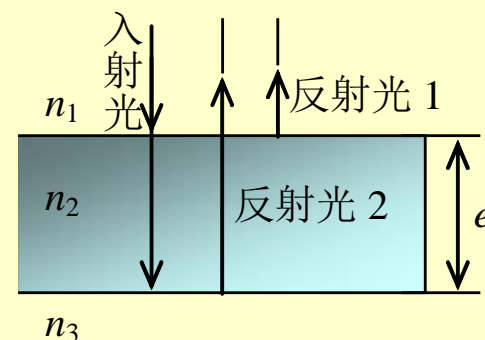
(A) 传播的路程相等，走过的光程相等.

(B) 传播的路程相等，走过的光程不相等.

(C) 传播的路程不相等，走过的光程相等.

(D) 传播的路程不相等，走过的光程不相等.

5、单色平行光垂直照射在薄膜上，经上下两表面反射的两束光发生干涉，如图所示，若薄膜的厚度为 e ，且 $n_1 < n_2 > n_3$ ， λ_1 为入射光在 n_1 中的波长，则两束反射光的光程差为



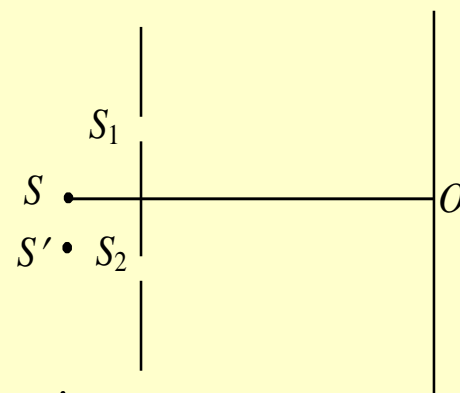
(A) $2n_2e$.

(B) $2n_2e - \lambda_1 / (2n_1)$.

(C) $2n_2e - n_1 \lambda_1 / 2$.

(D) $2n_2e - n_2 \lambda_1 / 2$.

6、在双缝干涉实验中，若单色光源 S 到两缝 S_1 、 S_2 距离相等，则观察屏上中央明条纹位于图中 O 处。现将光源 S 向下移动到示意图中的 S' 位置，则



- (A) 中央明条纹也向下移动，且条纹间距不变.
- (B) 中央明条纹向上移动，且条纹间距不变.**
- (C) 中央明条纹向下移动，且条纹间距增大.
- (D) 中央明条纹向上移动，且条纹间距增大.

7、在双缝干涉实验中，为使屏上的干涉条纹间距变大，可以采取的办法是

(A) 使屏靠近双缝.

(B) 使两缝的间距变小.

(C) 把两个缝的宽度稍微调窄.

(D) 改用波长较小的单色光源.

8、如图，用单色光垂直照射在观察牛顿环的装置上．当平凸透镜垂直向上缓慢平移而远离平面玻璃时，可以观察到这些环状干涉条纹

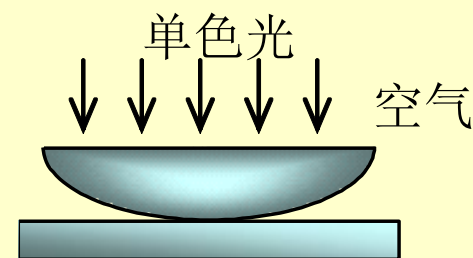
(A) 向右平移.

(B) 向中心收缩.

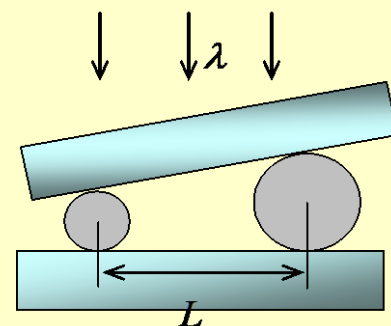
(C) 向外扩张.

(D) 静止不动.

(E) 向左平移.



9、如图所示，两个直径有微小差别的彼此平行的滚柱之间的距离为 L ，夹在两块平晶的中间，形成空气劈形膜，当单色光垂直入射时，产生等厚干涉条纹．如果滚柱之间的距离 L 变小，则在 L 范围内干涉条纹的



- (A) 数目减少，间距变大. (B) 数目不变，间距变小.
(C) 数目增加，间距变小. (D) 数目减少，间距不变.

10、在迈克耳孙干涉仪的一支光路中，放入一片折射率为 n 的透明介质薄膜后，测出两束光的光程差的改变量为一个波长 λ ，则薄膜的厚度是

(A) $\lambda / 2$. (B) $\lambda / (2n)$.

(C) λ / n .

(D) $\frac{\lambda}{2(n-1)}$.

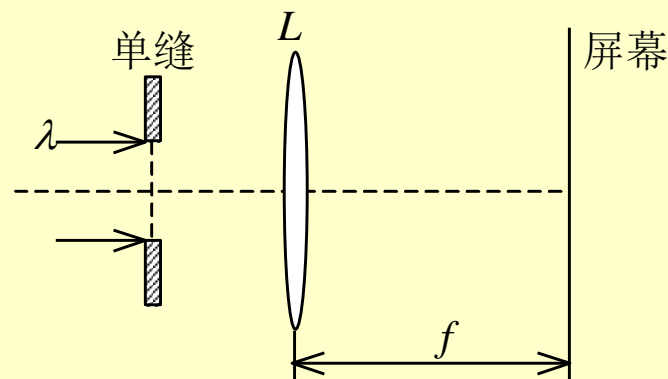
11、在如图所示的单缝夫琅禾费衍射实验中，若将单缝沿透镜光轴方向向透镜平移，则屏幕上的衍射条纹

(A) 间距变大.

(B) 间距变小.

(C) 不发生变化.

(D) 间距不变，但明暗条纹的位置交替变化.



12、在夫琅禾费单缝衍射实验中，对于给定的入射单色光，当缝宽度变小时，除中央亮纹的中心位置不变外，各级衍射条纹

(A) 对应的衍射角变小.

(B) 对应的衍射角变大.

(C) 对应的衍射角也不变. (D) 光强也不变.

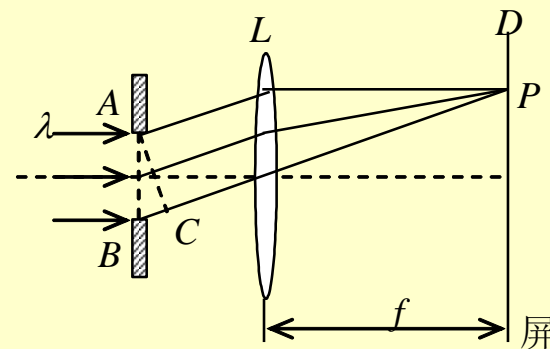
13、一束波长为 λ 的平行单色光垂直入射到一单缝 AB 上，装置如图．在屏幕 D 上形成衍射图样，如果 P 是中央亮纹一侧第一个暗纹所在的位置，则 \overline{BC} 的长度为

(A) $\lambda/2$.

(B) λ .

(C) $3\lambda/2$.

(D) 2λ .



14、波长为 λ 的单色平行光垂直入射到一狭缝上，若第一级暗纹的位置对应的衍射角为 $\theta = \pm \pi/6$ ，则缝宽的大小为

(A) $\lambda/2$.

(B) λ .

(C) 2λ .

(D) 3λ .

15、一束白光垂直照射在一光栅上，在形成的同一级光栅光谱中，偏离中央明纹最远的是

(A) 紫光. (B) 绿光. (C) 黄光. (D) 红光.

16、若用衍射光栅准确测定一单色可见光的波长，在下列各种光栅常数的光栅中选用哪一种最好？

(A) $5.0 \times 10^{-1} \text{ mm}$.

(B) $1.0 \times 10^{-1} \text{ mm}$.

(C) $1.0 \times 10^{-2} \text{ mm}$.

(D) $1.0 \times 10^{-3} \text{ mm}$.

17、在光栅光谱中，假如所有偶数级次的主极大都恰好在单缝衍射的暗纹方向上，因而实际上不出现，那么此光栅每个透光缝宽度 a 和相邻两缝间不透光部分宽度 b 的关系为

(A) $a=b/2$.

(B) $a=b$.

(C) $a=2b$.

(D) $a=3b$.

18、一束光强为 I_0 的自然光垂直穿过两个偏振片，且此两偏振片的偏振化方向成 45° 角，则穿过两个偏振片后的光强 I 为

(A) $I_0 / 4\sqrt{2}$.

(B) $I_0 / 4$.

(C) $I_0 / 2$.

(D) $\sqrt{2} I_0 / 2$.

19、一束光是自然光和线偏振光的混合光，让它垂直通过一偏振片．若以此入射光束为轴旋转偏振片，测得透射光强度最大值是最小值的5倍，那么入射光束中自然光与线偏振光的光强比值为

(A) $1/2$.

(B) $1/3$.

(C) $1/4$.

(D) $1/5$.

20、如果两个偏振片堆叠在一起，且偏振化方向之间夹角为 60° ，光强为 I_0 的自然光垂直入射在偏振片上，则出射光强为

- (A) $I_0 / 8$. (B) $I_0 / 4$. (C) $3 I_0 / 8$. (D) $3 I_0 / 4$.

21、在双缝干涉实验中，用单色自然光，在屏上形成干涉条纹．若在两缝后放一个偏振片，则

(A) 干涉条纹的间距不变，但明纹的亮度加强．

(B) 干涉条纹的间距不变，但明纹的亮度减弱．

(C) 干涉条纹的间距变窄，且明纹的亮度减弱．

(D) 无干涉条纹．

22、两偏振片堆叠在一起，一束自然光垂直入射其上时没有光线通过。当其中一偏振片慢慢转动 180° 时透射光强度发生的变化为：

(A) 光强单调增加。

(B) 光强先增加，后又减小至零。

(C) 光强先增加，后减小，再增加。

(D) 光强先增加，然后减小，再增加，再减小至零。

23、三个偏振片 P_1 ， P_2 与 P_3 堆叠在一起， P_1 与 P_3 的偏振化方向相互垂直， P_2 与 P_1 的偏振化方向间的夹角为 30° 。强度为 I_0 的自然光垂直入射于偏振片 P_1 ，并依次透过偏振片 P_1 、 P_2 与 P_3 ，则通过三个偏振片后的光强为

(A) $I_0 / 4$.

(B) $3 I_0 / 8$.

(C) $3 I_0 / 32$.

(D) $I_0 / 16$.

24、 自然光以 60° 的入射角照射到某两介质交界面时，反射光为完全线偏振光，则知折射光为

(A)完全线偏振光且折射角是 30° .

(B)部分部分偏振光且只是在该光由真空入射到折射率为 $\sqrt{3}$.

(C)部分部分偏振光，但须知两种介质的折射率才能确定折射角.

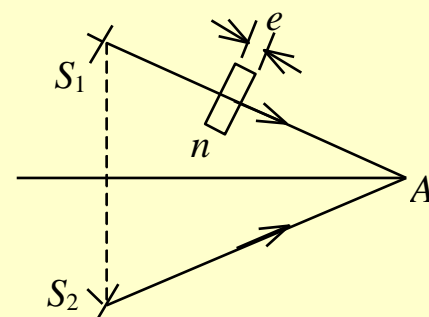
(D)部分部分偏振光且折射角是 30° .

25、自然光以布儒斯特角由空气入射到一玻璃表面上，反射光是

- (A) 在入射面内振动的完全线偏振光.
- (B) 平行于入射面的振动占优势的部分偏振光.
- (C) 垂直于入射面振动的完全线偏振光.
- (D) 垂直于入射面的振动占优势的部分偏振光.

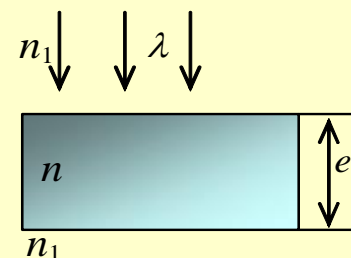
二、填空题

26、如图所示，假设有两个同相的相干点光源 S_1 和 S_2 ，发出波长为 λ 的光。A 是它们连线的中垂线上的一点。若在 S_1 与 A 之间插入厚度为 e 、折射率为 n 的薄玻璃片，则两光源发出的光在 A 点的相位差 $\Delta \varphi = \underline{2\pi(n-1)e/\lambda}$ 。若已知 $\lambda = 500 \text{ nm}$ ， $n = 1.5$ ，A 点恰为第四级明纹中心，则 $e = \underline{4 \times 10^3} \text{ nm}$ 。(1 nm = 10^{-9} m)



27、用波长为 λ 的单色光垂直照射置于空气中的厚度为 e 折射率为 1.5 的透明薄膜，两束反射光的光程差 $\delta =$
 $3e + \lambda/2$ 或 $3e - \lambda/2$.

28、波长为 λ 的平行单色光垂直照射到如图所示的透明薄膜上，膜厚为 e ，折射率为 n ，透明薄膜放在折射率为 n_1 的媒质中， $n_1 < n$ ，则上下两表面反射的两束反射光在相遇处的相位差 $\Delta\varphi =$



$[(4ne / \lambda) - 1] \pi$ 或 $[(4ne / \lambda) + 1] \pi$.

29、用一定波长的单色光进行双缝干涉实验时，欲使屏上的干涉条纹间距变大，可采用的方法是：

(1) 使两缝间距变小． (2) 使屏与双缝之间的距离变大．

30、把双缝干涉实验装置放在折射率为 n 的媒质中，双缝到观察屏的距离为 D ，两缝之间的距离为 d ($d \ll D$)，入射光在真空中的波长为 λ ，则屏上干涉条纹中相邻明纹的间距是 $D\lambda / (dn)$ 。

31、波长为 λ 的平行单色光垂直地照射到劈形膜上，劈形膜的折射率为 n ，第二条明纹与第五条明纹所对应的薄膜厚度之差是 $3\lambda / (2n)$ 。

32、用波长为 λ 的单色光垂直照射到空气劈形膜上，从反射光中观察干涉条纹，距顶点为 L 处是暗条纹。使劈尖角 θ 连续变大，直到该点处再次出现暗条纹为止。劈尖角的改变量 $\Delta\theta$ 是
—— $\lambda / (2L)$ ——。

33、光强均为 I_0 的两束相干光相遇而发生干涉时，在相遇区域内有可能出现的最大光强是_____ $4I_0$ _____.

34、在迈克耳孙干涉仪的一条光路中，插入一块折射率为 n ，厚度为 d 的透明薄片．插入这块薄片使这条光路的光程改变了
_____ $2(n-1)d$ _____.

35、若在迈克耳孙干涉仪的可动反射镜 M 移动0.620 mm过程中，观察到干涉条纹移动了2300条，则所用光波的波长为 539.1 nm. ($1\text{ nm}=10^{-9}\text{ m}$)

36、用迈克耳孙干涉仪测微小的位移．若入射光波波长 $\lambda = 628.9 \text{ nm}$ ，当动臂反射镜移动时，干涉条纹移动了2048条，反射镜移动的距离 $d = \underline{\hspace{1cm} 0.644\text{mm} \hspace{1cm}}$

37、波长为 600 nm 的单色平行光，垂直入射到缝宽为 $a=0.60\text{ mm}$ 的单缝上，缝后有一焦距 $f=60\text{ cm}$ 的透镜，在透镜焦平面上观察衍射图样。则：中央明纹的宽度为 1.2 mm ，两个第三级暗纹之间的距离为 3.6 mm 。 ($1\text{ nm}=10^{-9}\text{ m}$)

38、在单缝的夫琅禾费衍射实验中，屏上第三级暗纹对应于单缝处波面可划分为_____6_____个半波带，若将缝宽缩小一半，原来第三级暗纹处将是_____第一级明纹_____。

39、He-Ne激光器发出 $\lambda=632.8 \text{ nm}$ ($1\text{nm}=10^{-9} \text{ m}$)的平行光束，垂直照射到一单缝上，在距单缝 3 m 远的屏上观察夫琅禾费衍射图样，测得两个第二级暗纹间的距离是 10 cm ，则单缝的宽度 a = $7.6 \times 10^{-2} \text{ mm}$

40、波长为 λ 的单色光垂直入射在缝宽 $a=4\lambda$ 的单缝上．对应于衍射角 $\varphi=30^\circ$ ，单缝处的波面可划分为_____4_____个半波带．

41、将波长为 λ 的平行单色光垂直投射于一狭缝上，若对应于衍射图样的第一级暗纹位置的衍射角的绝对值为 θ ，则缝的宽度等于_____ $\lambda / \sin \theta$ _____.

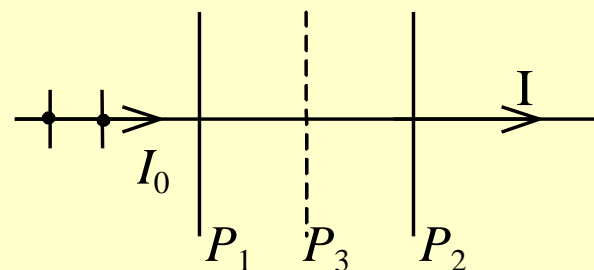
42、一束单色光垂直入射在光栅上，衍射光谱中共出现5条明纹．若已知此光栅缝宽度与不透明部分宽度相等，那么在中央明纹一侧的两条明纹分别是第一级和第三级谱线．

43、波长为 $\lambda=550 \text{ nm}$ ($1\text{nm}=10^{-9}\text{m}$)的单色光垂直入射于光栅常数 $d=2 \times 10^{-4} \text{ cm}$ 的平面衍射光栅上，可能观察到光谱线的最高级次为第3级.

44、波长为500 nm($1\text{nm}=10^{-9}\text{m}$)的单色光垂直入射到光栅常数为 1.0×10^{-4} cm的平面衍射光栅上，第一级衍射主极大所对应的衍射角 $\varphi =$ 30° .

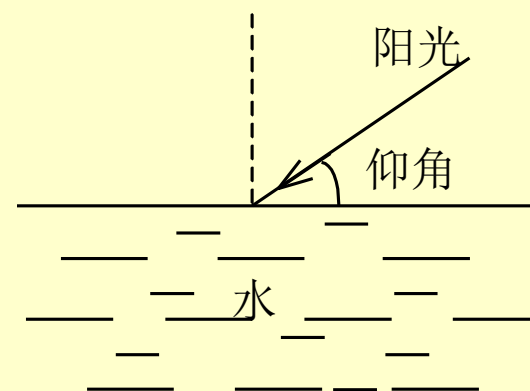
45、若光栅的光栅常数 d 、缝宽 a 和入射光波长 λ 都保持不变，而使其缝数 N 增加，则光栅光谱的同级光谱线将变得
更窄更亮。

46、如图， P_1 、 P_2 为偏振化方向间夹角为 α 的两个偏振片．光强为 I_0 的平行自然光垂直入射到 P_1 表面上，则通过 P_2 的光强 I = $0.5I_0 \cos^2 \alpha$ ．若在 P_1 、 P_2 之间插入



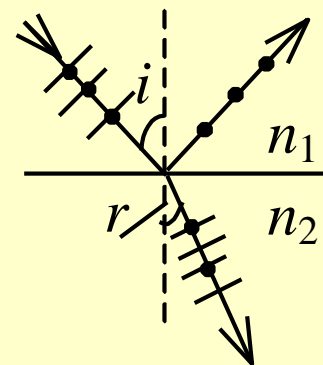
第三个偏振片 P_3 ，则通过 P_2 的光强发生了变化．实验发现，以光线为轴旋转 P_2 ，使其偏振化方向旋转一角度 θ 后，发生消光现象，从而可以推算出 P_3 的偏振化方向与 P_1 的偏振化方向之间的夹角 $\alpha' =$ $\alpha + \theta - 0.5\pi$ (或 $\alpha + \theta - 90^\circ$)．(假设题中所涉及的角均为锐角，且设 $\alpha' < \alpha$)．

47、如果从一池静水($n = 1.33$)的表面反射出来的太阳光是线偏振的, 那么太阳的仰角(见图)大致等于 37° . 在这反射光中的 \vec{E} 矢量的方向应 垂直于入射面.



48、某一块火石玻璃的折射率是1.65，现将这块玻璃浸没在水中 ($n=1.33$)。欲使从这块玻璃表面反射到水中的光是完全偏振的，则光由水射向玻璃的入射角应为 51.1°。

49、如图所示，一束自然光入射到折射率分别为 n_1 和 n_2 的两种介质的交界面上，发生反射和折射。已知反射光是完全偏振光，那么折射角 r 的值为 $\pi/2 - \arctg(n_2/n_1)$ 。



50、光的干涉和衍射现象反映了光的波动性质．光的偏振现象说明光波是横波。

三、计算题

51、薄钢片上有两条紧靠的平行细缝，用波长 $\lambda = 546.1 \text{ nm}$ ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)的平面光波正入射到钢片上。屏幕距双缝的距离为 $D = 2.00 \text{ m}$ ，测得中央明条纹两侧的第五级明条纹间的距离为 $\Delta x = 12.0 \text{ mm}$ 。

(1) 求两缝间的距离。

(2) 从任一明条纹(记作0)向一边数到第20条明条纹，共经过多大距离？

(3) 如果使光波斜入射到钢片上，条纹间距将如何改变？

解：(1) ∴

$$\Delta x = 10 \frac{D}{d} \lambda$$

∴两缝间的距离为

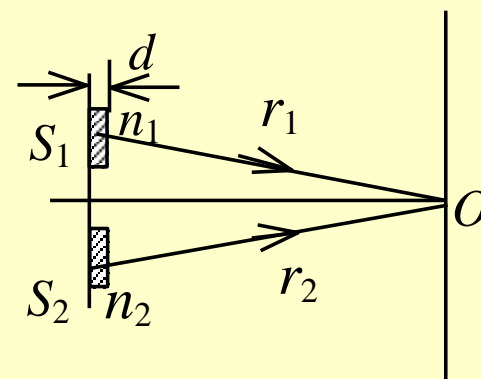
$$\begin{aligned} d &= 10 \frac{D}{\Delta x} \lambda \\ &= 10 \times \frac{2.00}{12 \times 10^{-3}} \times 546.1 \times 10^{-9} = 0.910 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

(2) 共经过20个条纹间距，即经过的距离

$$l = 20 \frac{D}{d} \lambda = 2\Delta x = 24 \text{ (mm)}$$

(3) 不变

52、在图示的双缝干涉实验中，若用薄玻璃片(折射率 $n_1=1.4$)覆盖缝 S_1 ，用同样厚度的玻璃片(但折射率 $n_2=1.7$)覆盖缝 S_2 ，将使原来未放玻璃时屏上的中央明条纹处 O 变为第五级明纹．设单色光波长 $\lambda = 480 \text{ nm}$ ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)，求玻璃片的厚度 d (可认为光线垂直穿过玻璃片)．



解：原来，

$$\delta = r_2 - r_1 = 0$$

覆盖玻璃后，

$$\delta = (n_2 d + r_2 - d) - (n_1 d + r_1 - d) = 5\lambda$$

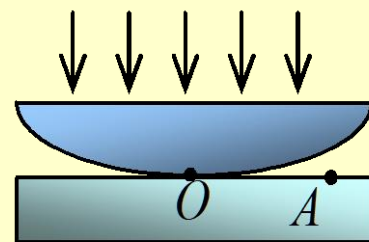
即

$$(n_2 - n_1)d = 5\lambda$$

\therefore

$$d = \frac{5\lambda}{(n_2 - n_1)} = 8.0 \times 10^{-6}(\text{m})$$

53、图示一牛顿环装置，设平凸透镜中心恰好和平玻璃接触，透镜凸表面的曲率半径是 $R = 400 \text{ cm}$ 。用某单色平行光垂直入射，观察反射光形成的牛顿环，测得第5个明环的半径是 0.30 cm 。



(1) 求入射光的波长。

(2) 设图中 $OA = 1.00 \text{ cm}$ ，求在半径为 OA 的范围内可观察到的明环数目。

解：(1) 明环半径

$$r = \sqrt{(2k-1)R \cdot \frac{\lambda}{2}}$$

∴

$$\lambda = \frac{2r^2}{(2k-1)R} = 500(\text{nm})$$


(2) 由明环半径公式得

$$r_5 = \sqrt{(2 \times 5 - 1)R \cdot \frac{\lambda}{2}}$$

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R \cdot \frac{\lambda}{2}}$$

两式相除得

$$\frac{r_k}{r_5} = \sqrt{\frac{(2k-1)}{9}}$$


$$k = \frac{1}{2} \left[9 \left(\frac{r_k}{r_5} \right)^2 + 1 \right] = 50.5$$

故在OA范围内可观察到的明环数目为50个。

54、用波长为500 nm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)的单色光垂直照射到由两块光学平玻璃构成的空气劈形膜上. 在观察反射光的干涉现象中, 距劈形膜棱边 $l = 1.56 \text{ cm}$ 的A处是从棱边算起的第四条暗条纹中心.

(1) 求此空气劈形膜的劈尖角 θ ;

(2) 改用600nm的单色光垂直照射到此劈尖上仍观察反射光的干涉条纹, A处是明条纹还是暗条纹?

(3) 在第(2)问的情形从棱边到A处的范围内共有几条明纹?
几条暗纹?

解：(1) A处是第三级暗纹中心处，其膜厚度为

$$e = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\therefore \theta = \frac{e}{l} = \frac{3\lambda}{2l} = 4.8 \times 10^{-5} \text{ (rad)}$$

(2) 由题义得

$$e = m \frac{\lambda'}{4}$$

$$\therefore m = \frac{6\lambda}{\lambda'} = \frac{6 \times 500}{600} = 5 = 2 \times 3 - 1$$

即此时A处是第三级明纹中心。

(3) 棱边处仍是暗纹，所以共有三条明纹，三条暗纹。

55、用白光垂直照射置于空气中的厚度为 $0.50\text{ }\mu\text{m}$ 的玻璃片．玻璃片的折射率为 1.50 ．在可见光范围内($400\text{ nm} \sim 760\text{ nm}$)哪些波长的反射光有最大限度的增强？($1\text{ nm}=10^{-9}\text{ m}$)

解：加强条件为

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{4ne}{2k-1} \\ &= \frac{4 \times 1.50 \times 0.50 \times 10^3}{2k-1} = \frac{3000}{2k-1} \end{aligned}$$

$$400 \leq \lambda \leq 760$$

$$400 \leq \frac{3000}{2k-1} \leq 760$$

$$2.47 \leq k \leq 4.25$$

\therefore

$$k = 3, 4$$

$$k = 3 \text{ 时 } \lambda_3 = 600 \text{ nm}$$

$$k = 4 \text{ 时 } \lambda_4 = 428.6 \text{ nm}$$

因此，在可见光范围内，干涉加强的光的波长是 **600 nm** 和 **428.6 nm**。

56、折射率为1.60的两块标准平面玻璃板之间形成一个劈形膜(劈尖角 θ 很小). 用波长 $\lambda = 600 \text{ nm}$ ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) 的单色光垂直入射, 产生等厚干涉条纹. 假如在劈形膜内充满 $n = 1.40$ 的液体时的相邻明纹间距比劈形膜内是空气时的间距缩小 $\Delta l = 0.5 \text{ mm}$, 那么劈尖角 θ 应是多少?

解：空气劈形膜时，间距

$$l_1 = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} \approx \frac{\lambda}{2\theta}$$

液体劈形膜时，间距

$$l_2 = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} \approx \frac{\lambda}{2n\theta}$$

$$\Delta l = l_1 - l_2 = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{\lambda}{2\theta}$$

$$\therefore \theta = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{\lambda}{2\Delta l} = 1.7 \times 10^{-4} \text{ (rad)}$$

57、一束平行光垂直入射到某个光栅上，该光束有两种波长的光， $\lambda_1=440\text{ nm}$ ， $\lambda_2=660\text{ nm}$ ($1\text{ nm} = 10^{-9}\text{ m}$)。实验发现，两种波长的谱线(不计中央明纹)第二次重合于衍射角 $\varphi=60^\circ$ 的方向上。求此光栅的光栅常数 d 。

解：两种波长的谱线重合时应有

$$d \sin \varphi = k_1 \lambda_1 \quad d \sin \varphi = k_2 \lambda_2$$

$$\therefore k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \dots$$

即两谱线第二次重合时 $k_1=6$, $k_2=4$

由光栅公式得 $d \sin 60^\circ = 6 \times 400$

$$d = 2771.3 \text{ nm}$$

58、氢放电管发出的光垂直照射在某光栅上，在衍射角 $\varphi=41^\circ$ 的方向上看到 $\lambda_1=656.2\text{ nm}$ 和 $\lambda_2=410.1\text{ nm}$ ($1\text{ nm}=10^{-9}\text{ m}$)的谱线相重合，求光栅常数最小是多少？

解：两种波长的谱线重合时应有

$$d \sin \varphi = k_1 \lambda_1 \quad d \sin \varphi = k_2 \lambda_2$$

\therefore

$$k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$$

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{8}{5} = \frac{16}{10} = \frac{32}{20} = \dots$$

即当 $k_1=5$ ， $k_2=8$ 时，光栅常数最小，最小值为

$$d_{\min} = \frac{k_1 \lambda_1}{\sin \varphi} = \frac{5 \times 656.2}{\sin 41^\circ} = 5001.8(\text{nm})$$

59、用每毫米300条刻痕的衍射光栅来检验仅含有属于红和蓝的两种单色成分的光谱．已知红谱线波长 λ_R 在 $0.63 \sim 0.76\mu\text{m}$ 范围内，蓝谱线波长 λ_B 在 $0.43 \sim 0.49 \mu\text{m}$ 范围内．当光垂直入射到光栅时，发现在衍射角为 24.46° 处，红蓝两谱线同时出现．

(1) 在什么角度下红蓝两谱线还会同时出现？

(2) 在什么角度下只有红谱线出现？

解：

(1)

$$d = \frac{1}{300} \text{ mm} = 3.33 \mu\text{m}$$

$$d \sin \varphi = k \lambda$$

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{k}$$

对于红光

$$0.43 \leq \lambda \leq 0.76$$

$$0.63 \text{ nm} \leq \frac{3.33 \times \sin 24.46^\circ}{k} \text{ nm} \leq 0.76 \text{ nm}$$

$$1.83 \leq k \leq 2.19$$

∴对于红光，取 $k=2$

$$\lambda_R = \frac{3.33 \times \sin 24.46^\circ}{2} \text{ nm} = 0.69 \mu\text{m}$$

同理，对于蓝光，取 $k=3$ $\lambda_B = 0.46 \mu\text{m}$

当
$$\frac{k_R}{k_B} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \dots$$

红蓝两谱线应该会同时出现，但是红光最高级次为

$$k_{R\max} = \left[\frac{d}{\lambda_R} \right] = \left[\frac{3.33}{0.69} \right] = [4.83] = 4$$

因此，红蓝两谱线再次同时出现时，只能 $k_R=4$ ， $k_B=6$ 。

重合处的衍射角为

$$\sin \varphi = \frac{4 \times 0.69}{3.33} \quad \varphi = 55.9^\circ$$

(2) 红光的第二、四级与蓝光重合，且最多只能看到四级，所以纯红光谱的第一、三级将出现。

$$\sin \varphi_1 = \frac{1 \times 0.69}{3.33} \quad \varphi_1 = 11.9^\circ$$

$$\sin \varphi_3 = \frac{3 \times 0.69}{3.33} \quad \varphi_3 = 38.4^\circ$$

60、钠黄光中包含两个相近的波长 $\lambda_1=589.0\text{ nm}$ 和 $\lambda_2=589.6\text{ nm}$ 。用平行的钠黄光垂直入射在每毫米有 600条缝的光栅上，会聚透镜的焦距 $f=1.00\text{m}$ 。求在屏幕上形成的第2级光谱中上述两波长 λ_1 和 λ_2 的光谱之间的间隔 $\Delta\lambda$ 。(1 nm = 10^{-9} m)

解：

$$d = \frac{1}{600} \text{ mm} = 1667 \text{ nm}$$

据光栅公式， λ_1 的第2级谱线

$$d \sin \theta_1 = 2\lambda_1$$

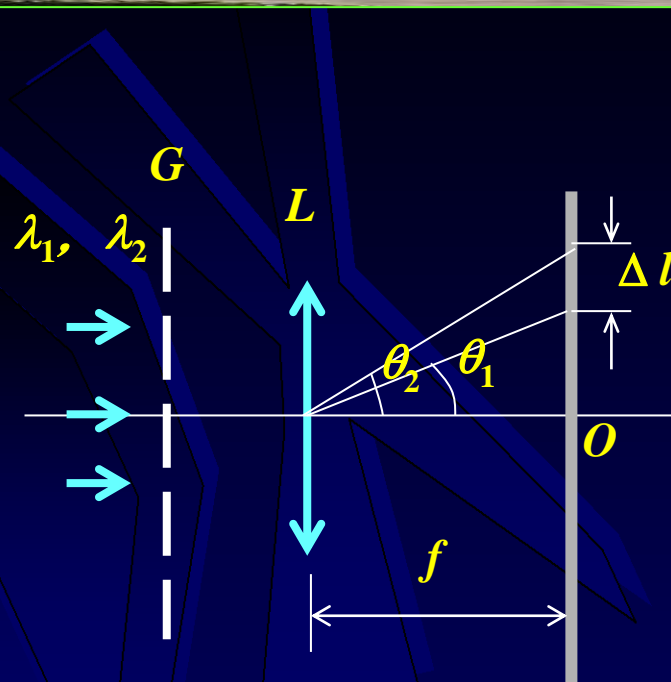
$$\theta_1 = 44.96^\circ$$

同理， λ_2 的第2级谱线的衍射角为

$$\theta_2 = 45.02^\circ$$

两谱线间隔为

$$\Delta \lambda = f (\tan \theta_2 - \tan \theta_1) = 2.04 \text{ mm}$$



61、设光栅平面和透镜都与屏幕平行，在平面透射光栅上每厘米有5000条刻线，用它来观察钠黄光 ($\lambda=589 \text{ nm}$) 的光谱线。

(1)当光线垂直入射到光栅上时，能看到的光谱线的最高级次 k_m 是多少？

(2)当光线以 30° 的入射角（入射线与光栅平面的法线的夹角）斜入射到光栅上时，能看到的光谱线的最高级次 k_m' 是多少？
($1\text{nm}=10^{-9}\text{m}$)

解：光栅常数为

$$d=2 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(1) 垂直入射时，设能看到的光谱线的最高级次为 k_m ，则据光栅方程有

$$d \sin \theta = k_m \lambda$$

$$\sin \theta \leq 1$$

$$k_m \lambda / d \leq 1$$


$$k_m \leq d / \lambda = 3.39$$

$\therefore k_m$ 为整数，有

$$k_m = 3$$

(2) 斜入射时，设能看到的光谱线的最高级次为 k'_m ，则据斜入射时的光栅方程有

$$d(\sin 30^\circ + \sin \theta') = k'_m \lambda$$


$$\frac{1}{2} + \sin \theta' = \frac{k'_m \lambda}{d}$$


$$\sin \theta' \leq 1$$


$$k'_m \lambda / d \leq 1.5$$


$$k'_m \leq 1.5d / \lambda = 5.09$$

$\because k'_m$ 为整数，有 $k'_m = 5$

62、一衍射光栅，每厘米200条透光缝，每条透光缝宽为 $a=2 \times 10^{-3}$ cm，在光栅后放一焦距 $f=1$ m的凸透镜，现以 $\lambda=600$ nm ($1 \text{ nm}=10^{-9} \text{ m}$)的单色平行光垂直照射光栅，求：

- (1) 透光缝 a 的单缝衍射中央明条纹宽度为多少？
- (2) 在该宽度内，有几个光栅衍射主极大？

解：(1)

$$a \sin \varphi = k\lambda$$

$$\operatorname{tg} \varphi = x / f$$

当 $x \ll f$ 时, $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi$ $a x / f = k\lambda$

取 $k=1$ 有

$$x = f \lambda / a = 0.03 \text{ m}$$

\therefore 中央明纹宽度为

$$\Delta x = 2x = 0.06 \text{ m}$$

(2)

$$(a + b) \sin \varphi = k' \lambda$$

$$k' = (a + b) x / (f \lambda) = 2.5$$

取 $k'=2$, 共有 $k'=0, \pm 1, \pm 2$ 等5个主极大

63、将两个偏振片叠放在一起，此两偏振片的偏振化方向之间的夹角为 60° ，一束光强为 I_0 的线偏振光垂直入射到偏振片上，该光束的光矢量振动方向与二偏振片的偏振化方向皆成 30° 角。

- (1) 求透过每个偏振片后的光束强度；
- (2) 若将原入射光束换为强度相同的自然光，求透过每个偏振片后的光束强度。

解：(1) 透过第一个偏振片的光强 I_1 ，

$$I_1 = I_0 \cos^2 30^\circ = 3 I_0 / 4$$

透过第二个偏振片后的光强 I_2 ，

$$I_2 = I_1 \cos^2 60^\circ = 3 I_0 / 16$$

(2) 原入射光束换为自然光，则

$$I_1 = I_0 / 2$$

$$I_2 = I_1 \cos^2 60^\circ = I_0 / 8$$

64、一束光强为 I_0 的自然光垂直入射在三个叠在一起的偏振片 P_1 、 P_2 、 P_3 上，已知 P_1 与 P_3 的偏振化方向相互垂直。

(1) 求 P_2 与 P_3 的偏振化方向之间夹角为多大时，穿过第三个偏振片的透射光强为 $I_0/8$ ；

(2) 若以入射光方向为轴转动 P_2 ，当 P_2 转过多大角度时，穿过第三个偏振片的透射光强由原来的 $I_0/8$ 单调减小到 $I_0/16$ ？此时 P_2 、 P_1 的偏振化方向之间的夹角多大？

解：(1) 透过 P_1 的光强 $I_1 = I_0 / 2$

设 P_2 与 P_1 的偏振化方向之间的夹角为 θ ，则透过 P_2 后的光强为

$$I_2 = I_1 \cos^2 \theta = (I_0 \cos^2 \theta) / 2$$

透过 P_3 后的光强为

$$I_3 = I_2 \cos^2 \left(\frac{1}{2} \pi - \theta \right) = \frac{1}{2} (I_0 \cos^2 \theta \sin^2 \theta) = (I_0 \sin^2 2\theta) / 8$$

由题意可知 $I_3 = I_0 / 8$ ，则 $\theta = 45^\circ$.

(2) 转动 P_2 ，若使 $I_3 = I_0 / 16$ ，则 P_1 与 P_2 偏振化方向的夹角为

$$\theta = 22.5^\circ$$

P_2 转过的角度为 $(45^\circ - 22.5^\circ) = 22.5^\circ$

65、两偏振片 P_1 、 P_2 叠在一起. 强度相同的自然光和线偏振光混合而成的光束垂直入射在偏振片上. 测得穿过 P_1 后的透射光强为入射光强的 $1/2$; 相继穿过 P_1 、 P_2 之后透射光强为入射光强的 $1/4$. 若忽略 P_1 、 P_2 对各自可透过的分量的反射和吸收, 将它们看作理想的偏振片. 试问:

(1) 入射光中线偏振光的光矢量振动方向与 P_1 的偏振化方向间夹角 θ 为多大?

(2) P_1 、 P_2 的偏振化方向之间的夹角 α 为多大?

(3) 测量结果仍如前, 但考虑到每个偏振片实际上对可透分量的光有10%的吸收率, 试再求夹角 θ 、 α .

解：设 I_0 为入射光中自然光的强度， I_1 、 I_2 分别为穿过 P_1 和连续穿过 P_1 、 P_2 的强度。由题意，入射光强为 $2I_0$ 。

$$(1) \quad I_1 = \frac{1}{2}(2I_0) = 0.5I_0 + I_0 \cos^2 \theta$$

得 $\cos^2 \theta = 1/2, \quad \theta = 45^\circ$

$$(2) \quad I_2 = (0.5I_0 + I_0 \cos^2 45^\circ) \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}(2I_0)$$

得 $\cos^2 \alpha = 1/2, \quad \alpha = 45^\circ$

$$(3) \quad I_1 = \left(\frac{1}{2}I_0 + I_0 \cos^2 \theta \right) (1 - 10\%) = \frac{1}{2}(2I_0)$$

$$\therefore \cos^2 \theta = \frac{5.5}{9}, \quad \theta = 38.58^\circ$$

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha (1 - 10\%) = \frac{1}{4} (2I_0)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{5}{9}, \quad \alpha = 41.81^\circ$$

自我测试

第五篇 近代物理学基础



一、选择题

1、有下列几种说法：

- (1) 所有惯性系对物理基本规律都是等价的.
 - (2) 在真空中, 光的速度与光的频率、光源的运动状态无关.
 - (3) 在任何惯性系中, 光在真空中沿任何方向的传播速率都相同.
- 若问其中哪些说法是正确的, 答案是

- (A) 只有(1)、(2)是正确的.
- (B) 只有(1)、(3)是正确的.
- (C) 只有(2)、(3)是正确的.
- (D) 三种说法都是正确的.

2、有一直尺固定在 K' 系中，它与 Ox' 轴的夹角 $\theta' = 45^\circ$ ，如果 K' 系以匀速度沿 Ox 方向相对于 K 系运动， K 系中观察者测得该尺与 Ox 轴的夹角

(A) 大于 45° . (B) 小于 45° . (C) 等于 45° .

(D) 当 K' 系沿 Ox 正方向运动时大于 45° ，而沿 Ox 负方向运动时小于 45° .

3、 (1)对某观察者来说，发生在某惯性系中同一地点、同一时刻的两个事件，对于相对该惯性系作匀速直线运动的其它惯性系中的观察者来说，它们是否同时发生？

(2)在某惯性系中发生于同一时刻、不同地点的两个事件，它们在其它惯性系中是否同时发生？

关于上述两个问题的正确答案是：

(A) (1)同时，(2)不同时.

(B) (1)不同时，(2)同时.

(C) (1)同时，(2)同时.

(D) (1)不同时，(2)不同时.

4、某核电站年发电量为 100亿度，它等于 36×10^{15} J的能量，如果这是由核材料的全部静止能转化产生的，则需要消耗的核材料的质量为

(A) 0.4 kg.

(B) 0.8 kg.

(C) $(1/12) \times 10^7$ kg.

(D) 12×10^7 kg.

$$E_0 = m_0 c^2 \Rightarrow m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{36 \times 10^{15}}{(3 \times 10^8)^2} = 0.4(\text{kg})$$

5、质子在加速器中被加速，当其动能为静止能量的4倍时，其质量为静止质量的

- (A) 4倍. (B) 5倍. (C) 6倍. (D) 8倍.

$$\left. \begin{aligned} E_k &= mc^2 - m_0c^2 \\ E_k &= 4m_0c^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = 5m_0$$

6、一个电子运动速度 $v = 0.99c$ ，它的动能是：(电子的静止能量为 0.51 MeV)

(A) 4.0 MeV .

(B) 3.5 MeV .

(C) 3.1 MeV .

(D) 2.5 MeV .

$$\left. \begin{aligned} E_k &= mc^2 - m_0c^2 \\ m &= \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) m_0c^2$$

$$\Rightarrow E_k = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (0.99c)^2/c^2}} - 1 \right) \times 0.51 = 3.1 (\text{MeV})$$

7、 α 粒子在加速器中被加速，当其质量为静止质量的3倍时，其动能为静止能量的

- (A) 2倍. (B) 3倍. (C) 4倍. (D) 5倍.

⑨、用频率为 ν_1 的单色光照射某种金属时，测得饱和电流为 I_1 ，以频率为 ν_2 的单色光照射该金属时，测得饱和电流为 I_2 ，若 $I_1 > I_2$ ，则

(A) $\nu_1 > \nu_2$.

(B) $\nu_1 < \nu_2$.

(C) $\nu_1 = \nu_2$.

(D) ν_1 与 ν_2 的关系还不能确定.

$$I_e \propto I_{\text{光}} = Nh\nu$$

即饱和电流由 N 和 ν 两个因素决定。

10、当照射光的波长从4000Å变到3000Å时，对同一金属，在光电效应实验中测得的遏止电压将：

(A) 减小0.56 V. (B) 减小0.34 V.

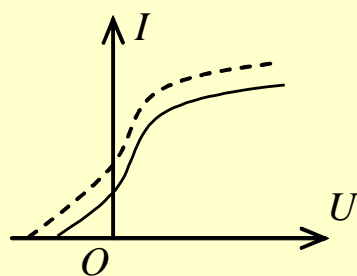
(C) 增大0.165 V. (D) 增大1.035 V.

(普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ，基本电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$)

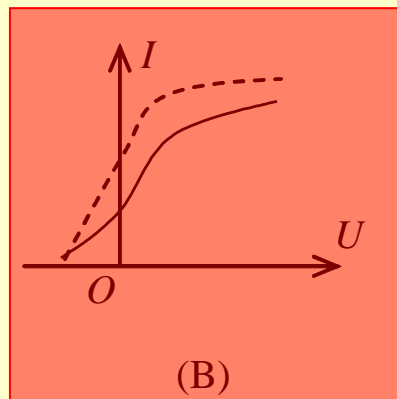
$$eU = \frac{1}{2} m v_m^2 = h\nu - W = \frac{hc}{\lambda} - W \Rightarrow \Delta U = \frac{hc}{e} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19}} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) \times 10^7 = 1.0135 \text{ (V)}$$

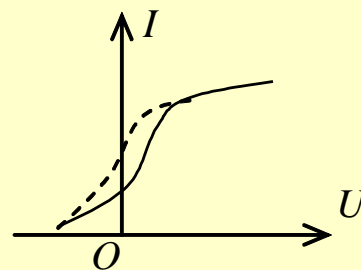
11、以一定频率的单色光照射在某种金属上，测出其光电流曲线在图中用实线表示，然后保持光的频率不变，增大照射光的强度，测出其光电流曲线在图中用虚线表示．满足题意的图是



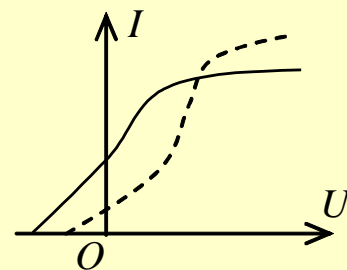
(A)



(B)



(C)



(D)

12、用频率为 ν 的单色光照射某种金属时，逸出光电子的最大动能为 E_K ；若改用频率为 2ν 的单色光照射此种金属时，则逸出光电子的最大动能为：

(A) $2 E_K$. (B) $2h\nu - E_K$.

(C) $h\nu - E_K$. (D) $h\nu + E_K$.

$$E_{k2} = 2h\nu - W = (h\nu - W) + h\nu = E_k + h\nu$$

13、已知用光照的办法将氢原子基态的电子电离，可用的最长波长的光是 913 \AA 的紫外光，那么氢原子从各受激态跃迁至基态的赖曼系光谱的波长可表示为：

(A) $\lambda = 913 \frac{n-1}{n+1} \text{ \AA}.$

(B) $\lambda = 913 \frac{n+1}{n-1} \text{ \AA}.$

(C) $\lambda = 913 \frac{n^2+1}{n^2-1} \text{ \AA}.$

(D) $\lambda = 913 \frac{n^2}{n^2-1} \text{ \AA}.$

$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ 在该式中令 $n \rightarrow \infty$ ，得 $R = \frac{1}{\lambda_{\max}}$

$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_{\max}} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \lambda = \lambda_{\max} \frac{n^2}{n^2-1} \Rightarrow \lambda = 913 \frac{n^2}{n^2-1} \text{ \AA}$

14、要使处于基态的氢原子受激发后能发射赖曼系(由激发态跃迁到基态发射的各谱线组成的谱线系)的最长波长的谱线，至少应向基态氢原子提供的能量是

(A) 1.5 eV.

(B) 3.4 eV.

(C) 10.2 eV.

(D) 13.6 eV.

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{E_1}{2^2} - E_1 = -\frac{3}{4}E_1 = -\frac{3}{4} \times (-13.6) = 10.2(\text{eV})$$

15、根据玻尔理论，氢原子中的电子在 $n = 4$ 的轨道上运动的动能与在基态的轨道上运动的动能之比为

(A) 1/4.

(B) 1/8.

(C) 1/16.

(D) 1/32.

$$\begin{aligned} E_k &= -E_n \\ E_{k4} &= -\frac{E_1}{4^2} \\ E_{k1} &= -E_1 \end{aligned} \left\{ \Rightarrow \frac{E_{k4}}{E_{k1}} = \frac{1}{16} \right.$$

16、按照玻尔理论，电子绕核作圆周运动时，电子的动量矩 L 的可能值为

(A) 任意值.

(B) nh , $n = 1, 2, 3, \dots$

(C) $2\pi nh$, $n = 1, 2, 3, \dots$

(D) $nh/(2\pi)$, $n = 1, 2, 3, \dots$

17、如果两种不同质量的粒子，其德布罗意波长相同，则这两种粒子的

(A) 动量相同.

(B) 能量相同.

(C) 速度相同.

(D) 动能相同.

18、静止质量不为零的微观粒子作高速运动，这时粒子物质波的波长 λ 与速度 v 有如下关系：

(A) $\lambda \propto v$.

(B) $\lambda \propto 1/v$.

(C) $\lambda \propto \sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}}$.

(D) $\lambda \propto \sqrt{c^2 - v^2}$.

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 v / \sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{h}{m_0} \sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}}$$

19、已知粒子在一维矩形无限深势阱中运动，其波函数为：

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \cos \frac{3\pi x}{2a}, \quad (-a \leq x \leq a)$$

那么粒子在 $x = 5a/6$ 处出现的概率密度为

(A) $1/(2a)$.

(B) $1/a$.

(C) $1/\sqrt{2a}$.

(D) $1/\sqrt{a}$.

$$\psi(5a/6) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \cos \left(\frac{3\pi}{2a} \cdot \frac{5a}{6} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{a}}$$

该处的概率密度为

$$\psi^2(5a/6) = \frac{1}{2a}$$

20、波长 $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ 的光沿 x 轴正向传播，若光的波长的不确定量 $\Delta\lambda = 10^{-3} \text{ \AA}$ ，则利用不确定关系式 $\Delta p_x \Delta x \geq \frac{h}{2}$ 可得光子的 x 坐标的不确定量至少为

(A) 25 cm.

(B) 50 cm.

(C) 250 cm.

(D) 500 cm.

$$\begin{aligned} \because p_x &= \frac{h}{\lambda} & \therefore \Delta p_x &= \frac{h}{\lambda^2} \Delta\lambda \\ \therefore \Delta x &= \frac{h}{\Delta p_x} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{(5000 \times 10^{-10})^2}{10^{-3} \times 10^{-10}} = 2.5(\text{m}) = 250\text{cm} \end{aligned}$$

二、填空题

21、有一速度为 u 的宇宙飞船沿 x 轴正方向飞行，飞船头尾各有一个脉冲光源在工作，处于船尾的观察者测得船头光源发出的光脉冲的传播速度大小为_____ c _____；处于船头的观察者测得船尾光源发出的光脉冲的传播速度大小为_____ c _____.

22、当惯性系 S 和 S' 的坐标原点 O 和 O' 重合时，有一点光源从坐标原点发出一光脉冲，在 S 系中经过一段时间 t 后（在 S' 系中经过时间 t' ），此光脉冲的球面方程（用直角坐标系）分别为：

S 系_____； S' 系_____.

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

23、一观察者测得一沿米尺长度方向匀速运动着的米尺的长度为 0.5 m. 则此米尺以速度 $v = \underline{2.60 \times 10^8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 接近观察者.

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2 / c^2} \longrightarrow v = c \sqrt{1 - L^2 / L_0^2}$$

$$v = c \sqrt{1 - L^2 / L_0^2} = 3 \times 10^8 \sqrt{1 - 0.5^2} \\ = 2.60 \times 10^8 \text{ (m/s)}$$

24、 π^+ 介子是不稳定的粒子，在它自己的参照系中测得平均寿命是 2.6×10^{-8} s，如果它相对于实验室以 $0.8 c$ (c 为真空中光速)的速率运动，那么实验室坐标系中测得的 π^+ 介子的寿命是—— 4.33×10^{-8} ——s.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = \frac{2.6 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - 0.8^2}} = 4.33 \times 10^{-8} (\text{s})$$

25、已知一静止质量为 m_0 的粒子，其固有寿命为实验室测量到的寿命的 $1/n$ ，则此粒子的动能是 $m_0c^2(n-1)$ 。

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \frac{1}{n}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_k = mc^2 - m_0c^2 \\ m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right) m_0c^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ \frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \frac{1}{n} \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{1-v^2/c^2} = \frac{1}{n}$$

$$E_k = (n-1)m_0c^2$$

26、狭义相对论中，一质点的质量 m 与速度 v 的关系式为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}; \text{ 其动能的表达式为 } E_K = mc^2 - m_0c^2.$$

27、(1) 在速度 $v = \frac{\sqrt{3}c}{2}$ 情况下粒子的动量等于非相对论动量的两倍.

(2) 在速度 $v = \frac{\sqrt{3}c}{2}$ 情况下粒子的动能等于它的静止能量.

$$(1) \quad p = mv = 2m_0v \Rightarrow m = 2m_0$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \left. \vphantom{m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}} \right\} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

$$(2) \quad E_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \Rightarrow m = 2m_0 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

28、 α 粒子在加速器中被加速，当其质量为静止质量的5倍时，其动能为静止能量的_____4_____倍。

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right) m_0c^2$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 5m_0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 5$$

$$\therefore E_k = (5-1)m_0c^2 = 4m_0c^2$$

29、光子波长为 λ ，则其能量= hc / λ ；动量的大小
= h / λ ；质量= $h / (c\lambda)$ 。

30、已知钾的逸出功为 2.0 eV ，如果用波长为 $3.60 \times 10^{-7} \text{ m}$ 的光照射在钾上，则光电效应的遏止电压的绝对值 $|U_a|$ = 1.45 V 。从钾表面发射出电子的最大速度 v_{\max} = $7.14 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。 ($h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$, $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$)

$$eU = \frac{1}{2} m v_m^2 = h\nu - W = \frac{hc}{\lambda} - W \rightarrow \begin{cases} U = \frac{1}{e} \left(\frac{hc}{\lambda} - W \right) \\ v_m = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{hc}{\lambda} - W \right)} \end{cases}$$

代入数值得 $U = 1.45 \text{ V}$ $v_m = 7.14 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

31、当波长为 300 nm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)的光照射在某金属表面时，光电子的动能范围为 $0 \sim 4.0 \times 10^{-19} \text{ J}$. 此时遏止电压为 $|U_a| = \underline{2.5} \text{ V}$; 红限频率 $\nu_0 = \underline{4.0 \times 10^{14}} \text{ Hz}$. (普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, 基本电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$eU = E_{km} \Rightarrow U = \frac{E_{km}}{e} = \frac{4.0 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.5(\text{V})$$

$$E_{km} = \frac{hc}{\lambda} - h\nu_0 \Rightarrow \nu_0 = \frac{c}{\lambda} - \frac{E_{km}}{h} = \frac{3 \times 10^8}{300 \times 10^{-9}} - \frac{4.0 \times 10^{-19}}{6.63 \times 10^{-34}} = 4.0 \times 10^{14}(\text{Hz})$$

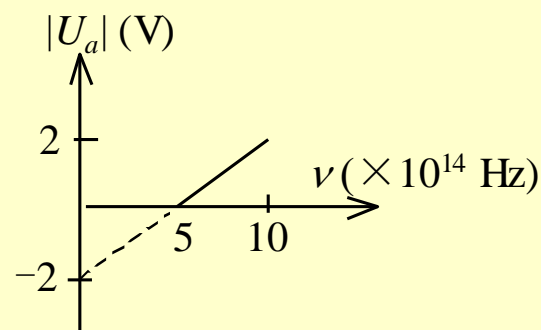
32、某金属产生光电效应的红限为 ν_0 ，当用频率为 ν ($\nu > \nu_0$) 的单色光照射该金属时，从金属中逸出的光电子(质量为 m)的德

布罗意波长为 $\sqrt{\frac{h}{2m(\nu - \nu_0)}}$ 。

$$\frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{p^2}{2m} = h\nu - h\nu_0 \Rightarrow p = \sqrt{2mh(\nu - \nu_0)}$$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mh(\nu - \nu_0)}} = \sqrt{\frac{h}{2m(\nu - \nu_0)}}$$

33、在光电效应实验中，测得某金属的遏止电压 $|U_a|$ 与入射光频率 ν 的关系曲线如图所示，由此可知该金属的红限频率 $\nu_0 = \underline{5 \times 10^{14}} \text{ Hz}$ ；逸出功 $A = \underline{2} \text{ eV}$ 。



$$A = h\nu_0 = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 5 \times 10^{14}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.07 \text{ (eV)}$$

34、在X射线散射实验中，散射角为 $\varphi_1 = 45^\circ$ 和 $\varphi_2 = 60^\circ$ 的散射光波长改变量之比 $\Delta\lambda_1 : \Delta\lambda_2 =$ 0.586 .

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \varphi)$$

$$\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2} = \frac{1 - \cos \varphi_1}{1 - \cos \varphi_2} = \frac{1 - \cos 45^\circ}{1 - \cos 60^\circ} = \frac{1 - \sqrt{2}/2}{1 - 1/2} = 2 - \sqrt{2}$$

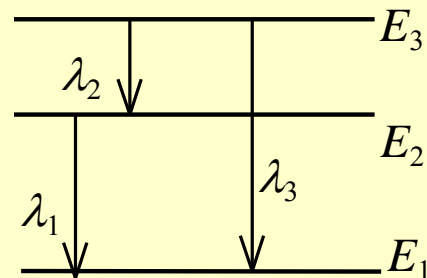
$$\frac{\Delta\lambda_1}{\Delta\lambda_2} = 0.586$$

35、氢原子从能量为 -0.85 eV 的状态跃迁到能量为 -3.4 eV 的状态时，所发射的光子能量是 2.55 eV ，这是电子从 $n =$ 4 的能级到 $n = 2$ 的能级的跃迁。

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -0.85 - (-3.4) = 2.55(\text{eV})$$

$$E = \frac{E_1}{n^2} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{E_1}{E}} = \sqrt{\frac{-13.6}{-0.85}} = 4$$

36、图示被激发的氢原子跃迁到低能级时(图中 E_1 不是基态能级), 可发出波长为 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 的辐射, 其频率 ν_1 、 ν_2 和 ν_3 满足关系式

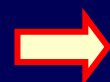


$\nu_3 = \nu_2 + \nu_1$; 三个波长满足关系式 $\frac{1}{\lambda_3} = \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1}$.

$$\left. \begin{aligned} h\nu_1 &= E_2 - E_1 \\ h\nu_2 &= E_3 - E_2 \end{aligned} \right\}$$



$$\left. \begin{aligned} h(\nu_1 + \nu_2) &= E_3 - E_1 \\ h\nu_3 &= E_3 - E_1 \end{aligned} \right\}$$



$$\nu_3 = \nu_2 + \nu_1$$

$$\left. \begin{aligned} \nu\lambda &= c \\ \nu_3 &= \nu_2 + \nu_1 \end{aligned} \right\}$$

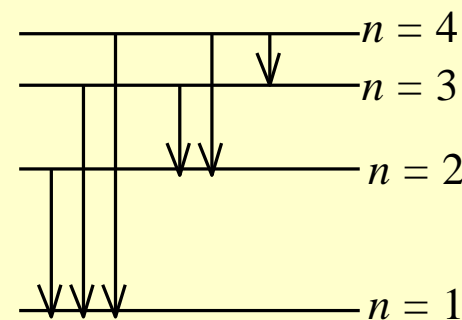


$$\frac{1}{\lambda_3} = \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1}$$

37、氢原子的部分能级跃迁示意如图。在这些能级跃迁中，

(1) 从 $n = \underline{4}$ 的能级跃迁到 $n = \underline{1}$ 的能级时所发射的光子的波长最短；

(2) 从 $n = \underline{4}$ 的能级跃迁到 $n = \underline{3}$ 的能级时所发射的光子的频率最小。



38、令 $\lambda_c = h/(m_e c)$ (称为电子的康普顿波长, 其中 m_e 为电子静止质量, c 为真空中光速, h 为普朗克常量). 当电子的动能等于它的静止能量时, 它的德布罗意波长是 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}} \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_c$.

$$E_k = mc^2 - m_e c^2 = m_e c^2 \Rightarrow m = 2m_e \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

$$p = mv = 2m_e \times \frac{\sqrt{3}}{2} c = \sqrt{3} m_e c$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_c} = \frac{h}{\sqrt{3} m_e c} \times \frac{m_e c}{h} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

39、静止质量为 m_e 的电子，经电势差为 U_{12} 的静电场加速后，若不考虑相对论效应，电子的德布罗意波长 $\lambda = \underline{h / (2m_e e U_{12})^{1/2}}$.

$$eU_{12} = \frac{p^2}{2m_e} \Rightarrow p = \sqrt{2em_e U_{12}}$$
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2em_e U_{12}}}$$

40、如果电子被限制在边界 x 与 $x + \Delta x$ 之间， $\Delta x = 0.5 \text{ \AA}$ ，则电子动量 x 分量的不确定量近似地为 1.33×10^{-23} $\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}$. (不确定关系式 $\Delta x \cdot \Delta p \geq h$ ，普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

$$\Delta x \Delta p_x = h \Rightarrow \Delta p_x = \frac{h}{\Delta x} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{0.5 \times 10^{-10}} = 1.33 \times 10^{-23} (\text{kg} \cdot \text{m/s})$$

三、计算题

40、在惯性系S中，有两事件发生于同一地点，且第二事件比第一事件晚发生 $\Delta t = 2\text{s}$ ；而在另一惯性系S' 中，观测第二事件比第一事件晚发生 $\Delta t' = 3\text{s}$ 。那么在S' 系中发生两事件的地点之间的距离是多少？

解：令 S' 系与 S 系的相对速度为 v ，有

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad (\Delta t / \Delta t')^2 = 1 - (v/c)^2$$

则 $v = c \cdot (1 - (\Delta t / \Delta t')^2)^{1/2} = 2.24 \times 10^8 (m/s)$

那么，在 S' 系中测得两事件之间距离为：

$$\Delta x' = v \cdot \Delta t' = 6.72 \times 10^8 \text{ m}$$

42、设有宇宙飞船A和B，固有长度均为 $l_0 = 100 \text{ m}$ ，沿同一方向匀速飞行，在飞船B上观测到飞船A的船头、船尾经过飞船B船头的的时间间隔为 $\Delta t = (5/3) \times 10^{-7} \text{ s}$ ，求飞船B相对于飞船A的速度大小。

解：设飞船A相对于飞船B的速度大小为 v ，这也就是飞船B相对于飞船A的速度大小 v 。在飞船B上测得飞船A的长度为

$$l = l_0 \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

故在飞船B上测得飞船A相对于飞船B的速度为

$$v = l / \Delta t = (l_0 / \Delta t) \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

解得

$$v = \frac{l_0 / \Delta t}{\sqrt{1 + (l_0 / c \Delta t)^2}} = 2.68 \times 10^8 \text{ m/s}$$

所以飞船B相对于飞船A的速度大小也为 $2.68 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。

413、一艘宇宙飞船的船身固有长度为 $L_0 = 90 \text{ m}$ ，相对于地面以 $v = 0.8c$ (c 为真空中光速)的匀速度在地面观测站的上空飞过。

- (1) 观测站测得飞船的船身通过观测站的时间间隔是多少？
- (2) 宇航员测得船身通过观测站的时间间隔是多少？

解：(1) 观测站测得飞船船身的长度为

$$L = L_0 \sqrt{1 - (v/c)^2} = 54 \text{ m}$$

则

$$\Delta t_1 = L/v = 2.25 \times 10^{-7} \text{ s}$$

(2) 宇航员测得飞船船身的长度为 L_0 ，则

$$\Delta t_2 = L_0/v = 3.75 \times 10^{-7} \text{ s}$$

44、地球的半径约为 $R_0 = 6376\text{km}$ ，它绕太阳的速率约为 $v = 30\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ ，在太阳参考系中测量地球的半径在哪个方向上缩短得最多？缩短了多少？（假设地球相对于太阳系来说近似于惯性系）

解：在太阳参照系中测量地球的半径在它绕太阳公转的方向缩短得最多。

$$R = R_0 \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

其缩短的尺寸为：

$$\Delta R = R_0 - R = R_0 (1 - \sqrt{1 - (v/c)^2})$$
$$\approx \frac{1}{2} R_0 v^2 / c^2$$

$$\Delta R = 3.2\text{ cm}$$

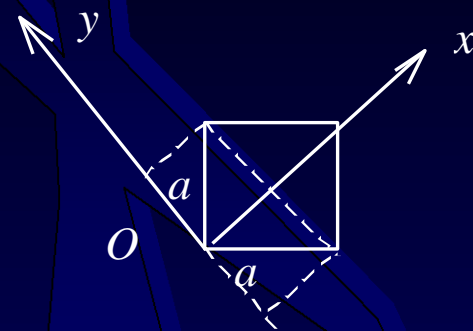
45、在 O 参考系中，有一个静止的正方形，其面积为 100 cm^2 。观测者 O' 以 $0.8c$ 的匀速度沿正方形的对角线运动。求 O' 所测得的该图形的面积。

解：令 O 系中测得正方形边长为 a ，沿对角线取 x 轴正方向(如图)，则边长在坐标轴上投影的大小为

$$a_x = \frac{1}{2}\sqrt{2}a$$

$$a_y = \frac{1}{2}\sqrt{2}a$$

面积可表示为： $S = 2a_y \cdot a_x$



在以速度 v 相对于 O 系沿 x 正方向运动的 O' 系中

$$a'_x = a_x \sqrt{1 - (v/c)^2} = 0.6 \times \frac{1}{2}\sqrt{2}a \quad a'_y = a_y = \frac{1}{2}\sqrt{2}a$$

在 O' 系中测得的图形为菱形，其面积亦可表示为

$$S' = 2a'_y \cdot a'_x = 0.6a^2 = 60 \text{ cm}^2$$

46、红限波长为 $\lambda_0 = 0.15 \text{ \AA}$ 的金属箔片置于 $B = 30 \times 10^{-4} \text{ T}$ 的均匀磁场中。今用单色 γ 射线照射而释放出电子，且电子在垂直于磁场的平面内作 $R = 0.1 \text{ m}$ 的圆周运动。求 γ 射线的波长。（普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ，基本电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ，电子质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ）

解：

$$h\nu = A + \frac{1}{2}m_e v^2 \quad ①$$

$$e\nu B = m_e v^2 / R \quad ②$$

$$A = hc / \lambda_0 \quad ③$$

$$\lambda = c / \nu \quad ④$$

①，②，③，④式联立可求得

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{1 + \lambda_0 (eBR)^2 / (2m_e hc)} = 0.137 \text{ \AA}$$

417、实验发现基态氢原子可吸收能量为 12.75 eV 的光子。

(1) 试问氢原子吸收该光子后将被激发到哪个能级？

(2) 受激发的氢原子向低能级跃迁时，可能发出哪几条谱线？

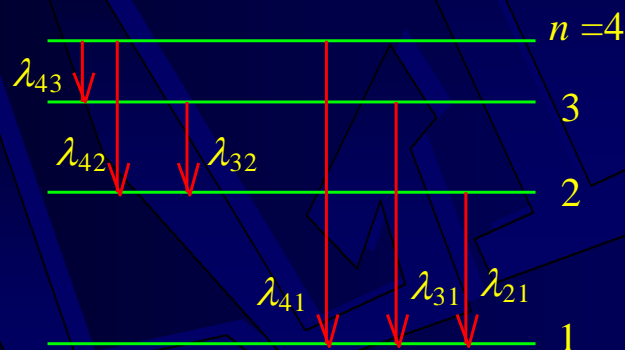
请画出能级图(定性)，并将这些跃迁画在能级图上。

解：(1)
$$\Delta E = \frac{E_1}{n^2} - E_{\text{I}} = 13.6\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = 12.75 \text{ eV}$$

$n=4$

(2) 可以发出 λ_{41} 、 λ_{31} 、 λ_{21} 、 λ_{43} 、 λ_{42} 、 λ_{32} 六条谱线。

能级图如图所示。



48、当电子的德布罗意波长与可见光波长($\lambda = 5500 \text{ \AA}$)相同时，求它的动能是多少电子伏特？(电子质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ， $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$)

解：

$$\begin{aligned} E_K &= p^2 / (2m_e) = (h / \lambda)^2 / (2m_e) \\ &= 5.0 \times 10^{-6} \text{ eV} \end{aligned}$$

49、已知第一玻尔轨道半径 a ，试计算当氢原子中电子沿第 n 玻尔轨道运动时，其相应的德布罗意波长是多少？

解：
$$\lambda = h / p = h / (m v)$$
因为若电子在第 n 玻尔轨道运动，其轨道半径和动量矩分别为

$$r_n = n^2 a \quad L = m v r_n = n h / (2\pi)$$

故得

$$m v = h / (2\pi n a)$$

$$\lambda = h / (m v) = 2\pi n a$$

50、已知粒子在无限深势阱中运动，其波函数为

$$\psi(x) = \sqrt{2/a} \sin(\pi x / a) \quad (0 \leq x \leq a)$$

求发现粒子的概率为最大的位置。

解：先求粒子的位置概率密度

$$\begin{aligned} |\psi(x)|^2 &= (2/a) \sin^2(\pi x / a) \\ &= (2/2a) [1 - \cos(2\pi x / a)] \end{aligned}$$

当 $\cos(2\pi x / a) = -1$ 时， $|\psi(x)|^2$ 有最大值。在 $0 \leq x \leq a$ 范围内可得 $2\pi x / a = \pi$

\therefore

$$x = \frac{1}{2}a$$