离散数学概论

第二章　一阶逻辑　—谓词逻辑推理

课程QQ号：　**689423416**
金耀　数字媒体技术系
fool1025@163.com
13857104418

一阶逻辑中推理的形式结构

推理的形式结构

形式1　$A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_k \to B$　　(*)

形式2　前提：$A_1, A_2, \ldots, A_k$

　　结论：B

其中 $A_1, A_2, \ldots, A_k, B$ 为一阶逻辑公式.

若(*)为永真式, 则称**推理正确**, 记作 $A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_k \Rightarrow B$

推理定律

❖ **推理定律：一阶逻辑中永真的蕴涵式**

重要推理定律

第一组 命题逻辑推理定律的代换实例

例如 $\forall xF(x)\land\exists yG(y) \Rightarrow \forall xF(x)$ **化简律的代换实例**

第二组 每个一阶逻辑基本等值式生成2个推理定律

例如 $\neg\forall xF(x) \Rightarrow \exists x(\neg F(x))$, $\exists x(\neg F(x)) \Rightarrow \neg\forall xF(x)$

第三组 $\forall xA(x)\lor\forall xB(x) \Rightarrow \forall x(A(x)\lor B(x))$

$\exists x(A(x)\land B(x)) \Rightarrow \exists xA(x)\land\exists xB(x)$

一阶逻辑的常用推理规则

- 前提引入、结论引入、置换规则
- 假言推理、附加、化简、拒取式、假言三段论、析取三段论、构造性两难、合取引入
- UI、UG、EI、EG

谓词逻辑特有的推理规则（一）

- 全称实例（Universal Instantiation, UI）

$$\forall x\, P(x) \Rightarrow P(c)$$

- 全称引入(Universal Generalization, UG)

$$P(c)\text{ , 任意}c \Rightarrow \forall x\, P(x)$$

量词消去与引入规则

全称量词消去规则(UI)

$$\frac{\forall x A(x)}{\therefore A(y)} \quad 或 \quad \frac{\forall x A(x)}{\therefore A(c)}$$

两式成立的条件是:

- □ 在第一式中，取代x的y应为任意的不在$A(x)$中约束出现的个体变项.
- □ 在第二式中，c为任意个体常项.
- □ 用y或c去取代$A(x)$中的自由出现的x时，一定要在x自由出现的一切地方进行取代.

y在$A(x)$中自由出现

❖定义：在谓词公式$A(x)$中，若x不自由出现在量词$(\forall y)$或$(\exists y)$的辖域内，则称y在$A(x)$中自由出现。

❖若y在$A(x)$中不是约束出现，则y一定在$A(x)$中自由出现。

❖考察目的：使y代入到$A(x)$中得到$A(y)$，不会改变原公式$A(x)$的约束关系。

y在$A(x)$中自由出现

例 $A(x)$是下列公式，考察y是否在$A(x)$中自由出现，并求$A(y)$

$$A(x) = (\forall y)P(y) \land Q(x)$$

y在$A(x)$自由出现。 $A(y)= (\forall y)P(y) \land Q(y)$

$$A(x) = (\forall y)P(y) \land Q(x, y)$$

y在$A(x)$自由出现。$A(y)= (\forall y)P(y) \land Q(y, y)$

例：全称量词消除规则

❖ 指出下列推导中的错误，并加以改正：

(1). $(\forall x)(P(x) \to Q(x))$ //前提

(2). $P(a) \to Q(b)$ //全称量词消除规则

解：在使用量词消除规则时，应使用个体替换量词所约束的变元在公式中的所有出现，正确的推理是：

(1). $(\forall x)(P(x) \to Q(x))$ //前提

(2). $P(a) \to Q(a)$ //全称量词消除规则。

例：全称量词消除规则

❖ 指出下列推导中的错误，并加以改正：

(1). $(\forall x)P(x) \rightarrow Q(x)$ //前提

(2). $P(a) \rightarrow Q(b)$ //全称量词消除规则

❖ 量词$\forall x$的辖域为$P(x)$，而非$P(x) \rightarrow Q(x)$，所以不能直接使用全称量词消除规则。

量词消去与引入规则

全称量词引入规则(UG)

$$\frac{A(y)}{\therefore \forall x A(x)}$$

两式成立的条件是:

- 无论$A(y)$中自由出现的个体变项y取何值, $A(y)$应该均为真.
- 取代自由出现的y的x, 也不能在$A(y)$中约束出现.

苏格拉底三段论的正确性

"凡是人都要死的. 苏格拉底是人. 所以苏格拉底是要死的."

设$F(x)$：x是人，$G(x)$：x是要死的，a：苏格拉底.

$$\forall x(F(x)\rightarrow G(x))\wedge F(a)\rightarrow G(a)$$

设前件为真，即$\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$与$F(a)$都为真.

由于$\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$为真，故$F(a)\rightarrow G(a)$为真.

由$F(a)$ 与$F(a)\rightarrow G(a)$为真，根据假言推理得证$G(a)$为真.

全称量词消除规则

例 考察下面公式$(\forall x)A(x)$，能推导出怎样的$A(y)$来？

- $(\forall x)A(x) = (\forall x)((\exists y)P(y) \wedge Q(x, y))$

  由于x没有出现在$(\exists y)$的辖域内，所以$A(x)$对y是自由的

  $A(y) = (\exists y)P(y) \wedge Q(y, y)$

  即$(\forall x)((\exists y)P(y) \wedge Q(x, y)) \Rightarrow (\exists y)P(y) \wedge Q(y, y)$

$(\forall x)A(x) \Rightarrow A(y)$；消去了量词$(\forall x)$

全称量词消除规则

- $(\forall x)A(x) = (\forall x)((\exists y)P(x, y) \wedge Q(x, y))$

<u>由于**x**出现在**(∃y)**的辖域内，因此需要对约束变元**y**改名</u>

$(\forall x)A(x)$经过改名得到：$(\forall x)((\exists z)P(x, z) \wedge Q(x, y))$

<u>**$A(y) = (\exists z)P(y, z) \wedge Q(y, y)$**</u>

即**$(\forall x)((\exists y)P(y, z) \wedge Q(x, y)) \Rightarrow (\exists z)P(y,z) \wedge Q(y, y)$**

例：全称量词消除规则

- 已知有下面前提：同事之间总是有工作矛盾的，张平和李明没有工作矛盾。问：能得到什么结论？

解：令$P(x, y)$： x和y是同事，

$Q(x, y)$： x和y是有工作矛盾的；

a： 张平， b： 李明

- 前提： $(\forall x)(\forall y)(P(x, y) \rightarrow Q(x, y)), \neg Q(a, b)$

解答

❖ $P(x, y)$： x和y是同事， $Q(x, y)$： x和y是有工作矛盾的，a： 张平， b： 李明

❖ $(\forall x)\ (\forall y)\ (P(x, y) \rightarrow Q(x, y)), \neg\ Q(a, b)$

(1) $(\forall x)\ (\forall y)\ (P(x, y) \rightarrow Q(x, y))$ （前提）

(2) $(\forall y)\ (P(a, y) \rightarrow Q(a, y))$ UI (1)

(3) $P(a, b) \rightarrow Q(a, b)$ UI (2)

(4) $\neg Q(a, b)$ P （前提）

(5) $\neg P(a, b)$ T （假言易位）

结论是：张平和李明不是同事

谓词逻辑的推理规则（二）

- 存在实例（Existential Instantiation, EI）

  $\exists x\, P(x) \Rightarrow P(c)$, 对某个元素$c$

- 存在引入(Existential Generalization, EG)

  $P(c)$, 对某个元素$c \Rightarrow \exists x\, P(x)$

量词消去与引入规则

存在量词引入规则(EG)

$$\frac{A(c)}{\therefore \exists x A(x)}$$

两式成立的条件是:

- c是使A为真的特定个体常项.
- 取代c的x不能在$A(c)$中出现过.

例：存在量词引入规则

❖ **指出下列推导中的错误，并加以改正：**

(1). $P(a) \to Q(b)$ //前提

(2). $(\exists x)(P(x) \to Q(x))$ //存在量词引入规则

前提中的个体a和b不同，不能一次同时使用存在量词引入规则，正确的推理可以为：

(1). $P(a) \to Q(b)$ **//前提**

(2). $\exists x(P(x) \to Q(b))$ **//存在量词引入规则**

(3). $\exists y \exists x(P(x) \to Q(y))$ **//存在量词引入规则**

例：存在量词引入规则

❖ 指出下列推导中的错误，并加以改正：

$(1).\ P(x) \to Q(c)$ //前提

$(2).\ (\exists x)(P(x) \to Q(x))$ //存在量词引入规则

在使用存在量词引入规则时，替换个体c的变元应选择在公式中没有出现的变元符号，正确的推理是：

$(1).\ P(x) \to Q(c)$ //前提

$(2).\ \exists y(P(x) \to Q(y))$ //存在量词引入规则

量词消去与引入规则

存在量词消去规则(EI)

$$\frac{\exists x A(x)}{\therefore A(c)}$$

两式成立的条件是:

- □ c是使A为真的特定的个体常项.
- □ c不在$A(x)$中出现.
- □ x在$A(x)$中自由出现, 除x之外没有其他自由出现的个体变项.

例：存在量词消除规则

❖ 指出下列推导中的错误，并加以改正：

(1). $\exists x\, P(x)$ //前提

(2). $P(c)$ //存在量词消除规则

(3). $\exists x\, Q(x)$ //前提

(4). $Q(c)$ // 存在量词消除规则

解：第二次使用存在量词消除规则时，所指定的特定个体应该在证明序列以前的公式中不出现，正确的推理是：

(1). $\exists x\, P(x)$ //前提

(2). $P(c)$ //存在量词消除规则

(3). $\exists x\, Q(x)$ //前提

(4). $Q(d)$ //存在量词消除规则

例

❖ 指出下列推导中的错误，并加以改正：

(1). $\forall x\, \exists y(x>y)$ //前提

(2). $\exists y(z>y)$ // 全称量词消除规则

(3). $(z>c)$ // 存在量词消除规则

(4). $\forall x(x>c)$ // 全称量词引入规则

(5). $c>c$ // 全称量词消除规则

由(2) 得到 (3) 不能使用存在量词消除规则，因为 (2) 中含有除 y以外的自由变元 z。

推理规则的正确使用(1)

例 在实数集中，语句“不存在最大的实数”可符号化为：$\forall x\exists y G(x,y)$，其中$G(x,y)$表示$x<y$。试判断下面的推导是否正确，如果错误，请改正。

推导1：

$\forall x G(x) \Rightarrow G(y)$

错

（1）$\forall x\exists y G(x, y)$　　P

（2）$\exists y G(y, y)$　　UI,(1)

要求： $\forall x G(x) \Rightarrow G(y)$，其中$G(x)$对y是自由的

（1）$(\forall x)(\exists y)G(x, y)$　　P

（2）$(\exists y)G(z, y)$　　UI,(1)

推理规则的正确使用（2）

推导2：

$\exists xG(x) \Rightarrow G(c)$

（1）$\forall x\exists yG(x, y)$ P

（2）$\exists yG(z, y)$ UI,(1)

（3）$G(z, c)$ EI,(2)

错

正确的推导如下：

（1）$\forall x\exists yG(x, y)$ P

（2）$\exists yG(z, y)$ UI,(1)

（3）$G(z, f(z))$ EI,(2)

要求：使用EI规则来消去量词时，若还有其它自由变元时，则必须用关于自由变元的函数符号来取代常量符号。

推理规则的正确使用（3）

推导3：

错

$G(x) \Rightarrow \forall y G(y)$，其中$G(x)$对于y是自由的

（1）$\exists y G(z, y)$　　P

（2）$\forall y \exists y G(y, y)$　　UG,(1)

分析：推导3是错误的。正确的推导如下：

（1）$\exists y G(z, y)$　　P

（2）$\forall z \exists y G(z, y)$　　UG,(1)

要求：　$G(x) \Rightarrow \forall y G(y)$，其中$G(x)$对y是自由的

推理规则的正确使用（4）

错

推导4：

（1）$G(x, c)$ P

（2）$\exists x G(x, x)$ EG,(2)

$G(c) \Rightarrow \exists x G(x)$，其中c为特定个体常量，或者

$G(x) \Rightarrow \exists y G(y)$，其中$G(x)$对于y是自由的。

分析：推导4是错误的。正确的推导如下：

（1）$G(x, c)$ P

（2）$\exists y G(x, y)$ EG,(2)

注意：$G(c) \Rightarrow \exists x G(x)$，取代c的y在原公式中不曾出现过。

小结

解题小贴士—UI，EI，UG和EG的正确使用方法

（1）对$\forall xG(x)$，利用UI去掉$\forall x$后，取代x的变元在新公式中是自由出现的；

（2）对$\exists xG(x)$，利用EI去掉$\exists x$时，若$G(x)$中还有除x以外的自由变元，则需要用这些变元的函数符号来取代x；

（3）对$G(x)$，利用UG规则添加$\forall y$时，$G(x)$对y是自由的，才可以用y取代x；

（4）对$G(c)$，利用EG规则添加$\exists y$时，取代c的y在原公式中不曾出现过。

一阶逻辑推理

例 在自然推理系统中，构造下面推理的证明任何自然数都是整数；存在着自然数。所以存在着整数。个体域为实数集合R。

解：先将原子命题符号化。

设 $F(x)$:x为自然数，$G(x)$:x为整数。

前提：$\forall x(F(x)\rightarrow G(x)), \exists xF(x)$

结论：$\exists xG(x)$

一阶逻辑推理

例在自然推理系统中，构造下面推理的证明任何自然数都是整数；存在着自然数。所以存在着整数。个体域为实数集合R。

证明：

① $\exists xF(x)$	前提引入
② $F(c)$	①EI规则
③ $\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$	前提引入
④ $F(c)\rightarrow G(c)$	③UI规则
⑤ $G(c)$	②④假言推理
⑥ $\exists xG(x)$	⑤EG规则

说明

- 以上证明的每一步都是严格按推理规则及应满足的条件进行的。因此，前提的合取为真时，结论必为真。
- 但如果改变命题序列的顺序会产生由真前提推出假结论的错误。如果证明如下进行：

① $\forall x\,(F(x)\rightarrow G(x))$　　前提引入

② $F(c)\rightarrow G(c)$　　①UI规则

③ $\exists xF(x)$　　前提引入

④ $F(c)$　　③EI规则

例题

学术会的每个成员都是工人并且是专家,有些成员是青年人,所以有的成员是青年专家.

- $F(x)$:x是学术成员;$G(x)$:x是专家;$H(x)$:x是工人; $R(x)$:x是青年人.
- 前提$\forall x(F(x)\rightarrow G(x)\wedge H(x))$, $\exists x(F(x)\wedge R(x))$

  结论 $\exists x(F(x)\wedge R(x)\wedge G(x))$

前提$\forall x(F(x)\rightarrow G(x)\wedge H(x))$, $\exists x(F(x)\wedge R(x))$

结论 $\exists x(F(x)\wedge R(x)\wedge G(x))$

（1）$\exists x(F(x)\wedge R(x))$

（2）$F(c)\wedge R(c)$ EI

（3）$\forall x(F(x)\rightarrow G(x)\wedge H(x))$

（4）$F(c)\rightarrow G(c)\wedge H(c)$ UI

（5）$F(c)$ （2）化简

（6）$G(c)\wedge H(c)$ （4）（5）假言推理

（7）$R(c)$ （2）化简

（8）$G(c)$ （6）化简

（9）$F(c)\wedge R(c)\wedge G(c)$ (5)(7)(8)合取引入

（10）$\exists x(F(x)\wedge R(x)\wedge G(x))$ EG

谓词逻辑的推理总结

- **UI和EI主要用于推导过程中删除量词**
- **UG和EG主要用于使结论呈量词化形式**
- **注意：使用EI而产生的自由变元不能保留在结论中，因为它只是暂时的假设，在推导结束之前，必须使用EG规则使之成为约束变元。**

例1

在自然推理系统中，构造下面推理的证明：

任何自然数都是整数；存在着自然数。所以存在着整数。个体域为实数集合R。

先将原子命题符号化。

设F(x):x为自然数， G(x):x为整数。

前提： ∀x(F(x)→G(x)), ∃x F(x)　　　　结论： ∃x G(x)

- ① ∃x F(x)　　　　前提引入
- ② F(c)　　　　①EI规则
- ③ ∀x(F(x)→G(x))　　　　前提引入
- ④ F(c)→G(c)　　　　③UI规则
- ⑤ G(c)　　　　②④假言推理
- ⑥ ∃xG(x)　　　　⑤EG规则

例2

在自然推理系统F中，构造下面推理的证明：

不存在能表示成分数的无理数，有理数都能表示成分数。因此，有理数都不是无理数。

个体域为实数集合。设$F(x)$:x为无理数，$G(x)$: x为有理数，$H(x)$: x能表示成分数。

前提：$\neg\exists x(F(x)\wedge H(x))$，$\forall x(G(x)\rightarrow H(x))$

结论：$\forall x(G(x)\rightarrow \neg F(x))$

证明

- **前提**: $\neg\exists x(F(x)\wedge H(x)), \forall x(G(x)\rightarrow H(x))$
- **结论**: $\forall x(G(x)\rightarrow \neg F(x))$

(1) $\neg\exists x(F(x)\wedge H(x))$	
(2) $\forall x(\neg F(x)\vee\neg \mathrm{H}(x))$	置换
(3) $\forall x(H(x)\rightarrow\neg F(x))$	置换
(4) $H(y)\rightarrow\neg F(y)$	UI
(5) $\forall x(G(x)\rightarrow H(x))$	
(6) $G(y)\rightarrow H(y)$	UI
(7) $G(y)\rightarrow\neg F(y)$	(4)(6)假言三段论
(8) $\forall x(G(x)\rightarrow\neg F(x))$	UG

例3

- 每一个大学生不是文科生就是理科生；有的大学生是优等生；小张不是文科生但他是优等生。因此，如果小张是大学生，他就是理科生。

个体域取全总域，要引入的谓词包括：

$P(x)$:x是一个大学生；$Q(x)$:x是文科生；$S(x)$:x是理科生；$T(x)$:x是优等生。

要引入的个体常项是：c:小张。

前提：$\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \vee S(x)))$、$\exists x(P(x) \wedge T(x))$、

$\neg Q(c) \wedge T(c)$

结论：$P(c) \rightarrow S(c)$

例3（续）

前提： $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \vee S(x)))$、$\exists x(P(x) \wedge T(x))$、$\neg Q(c) \wedge T(c)$

结论： $P(c) \rightarrow S(c)$

证明:
(1). $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \vee S(x)))$ 前提引入
(2). $P(c) \rightarrow (Q(c) \vee S(c))$ UI规则
(3). $P(c)$ 前提引入
(4). $Q(c) \vee S(c)$ (2)(3)假言推理
(5). $\neg Q(c) \wedge T(c)$ 前提引入
(6). $\neg Q(c)$ (5)化简
(7). $S(c)$ (4)和(6) 析取三段论

例4

❖ 每个旅客或者坐头等舱或者坐二等舱；每个旅客当且仅当他富裕时坐头等舱；有些旅客富裕但并非所有的旅客都富裕。因此，有些旅客坐二等舱。

解：$P(x)$:x是旅客；$Q(x)$:x坐头等舱；$R(x)$:x坐二等舱；$S(x)$:x是富裕的。

前提：$\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \vee R(x)))$、$\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$、

$\exists x(P(x) \wedge S(x))$、$\neg(\forall x(P(x) \rightarrow S(x)))$

结论：$\exists x(P(x) \wedge R(x))$

推理过程

(1). $\neg(\forall x(P(x) \rightarrow S(x)))$	前提引入
(2). $\forall x(P(x) \wedge \neg S(x))$	(1)置换
(3). $P(c) \wedge \neg S(c)$	UI规则
(4). $P(c)$	(3)化简
(5). $\neg S(c)$	(3)化简
(6). $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \vee R(x)))$	前提引入
(7). $P(c) \rightarrow (Q(c) \vee R(c))$	(6)UI规则，使用(3)中个体c
(8). $Q(c) \vee R(c)$	(4)(7)假言推理
(9). $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \leftrightarrow S(x)))$	前提引入
(10). $P(c) \rightarrow (Q(c) \leftrightarrow S(c))$	UI规则，使用(3)中个体c
(11). $Q(c) \leftrightarrow S(c)$	(4)(10)假言推理
(12). $Q(c) \rightarrow S(c)$	(11)化简
(13). $\neg Q(c)$	(12)(5)拒取式
(14). $R(c)$	(13)(8)析取三段论
(15). $P(c) \wedge R(c)$	(4)和(14)的合取
(16). $\exists x\ (P(x) \wedge R(x))$	(15)EG规则

例题

- 证明：在这个离散数学班上每个人都学过一门计算机课程，小明是这个班上的一名学生，则小明学过一门计算机课程。

例题

- 证明：前提“这个班上有个学生没读过这本书”和“这个班上每个人都通过了第一次考试”蕴含结论“通过第一次考试的某个人没有读过这本书”。

例题

- 证明：所有有理数是实数，所有无理数也是实数，虚数不是实数，因此虚数既不是有理数也不是无理数。

例题

- 证明：如果一个人怕困难，那么他就不会获得成功；每个人或者获得成功，或者失败过；有些人未曾失败过；所以：有些人不怕困难。

逻辑应用：几何定理机器证明

❖ 定理的描述

表 2.1: 几何命题中 6 种常见的谓词

几何谓词	含义
$(collinear\ A\ B\ C)$	A，B，C 三点共线
$(parallel\ A\ B\ C\ D)$	$AB \parallel CD$
$(perpendicular\ A\ B\ C\ D)$	$AB \perp CD$
$(cong\ A\ B\ C\ D)$	$AB = CD$
$(cyclic\ A\ B\ C\ D)$	A，B，C 和 D 四点共园
$(acong\ [A\ B\ C\ D]\ [A_1\ B_1\ C_1\ D_1])$	$\angle[ABCD] = \angle[A_1B_1C_1D_1]$

例 2.2: （西门松定理）令点 D 是 $\triangle ABC$ 的外接圆 (O) 上的任意一点。从 D 点作三条垂线到到三角形三条边 BC，AC 和 AB，分别交于 E，F 和 G 三个点；证明 E，F 和 G 三点共线（图 2.2）。

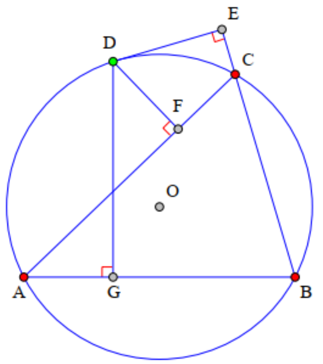


图 2.2: 西门松定理

$$Pts = \{A, B, C, O, D, E, F, G\}$$

$$
\begin{aligned}
PS = \{\ & \\
& perpendicular\ A\ B\ D\ G \\
& perpendicular\ A\ C\ D\ F \\
& perpendicular\ B\ C\ D\ E \\
& collinear\ A\ B\ G \\
& collinear\ A\ C\ F \\
& collinear\ B\ C\ E \\
& congruent\ O\ A\ O\ B \\
& congruent\ O\ A\ O\ C \\
& congruent\ O\ A\ O\ D\ \}
\end{aligned}
$$

$$G = collinear\ E\ F\ G$$

逻辑应用：公务员试题

- （2008河南）某仓库失窃，四个保管员因涉嫌被传讯。四人的口供如下：

甲：我们四个人都没有作案

乙：我们中有人作案

丙：乙和丁至少有一个人没有作案

丁：我没有作案

如果四个人中有两人说的是真话，有两个人说的是假话，则以下（ ）判断成立。

A．说真话的是甲和丙　B．说真话的是甲和丁

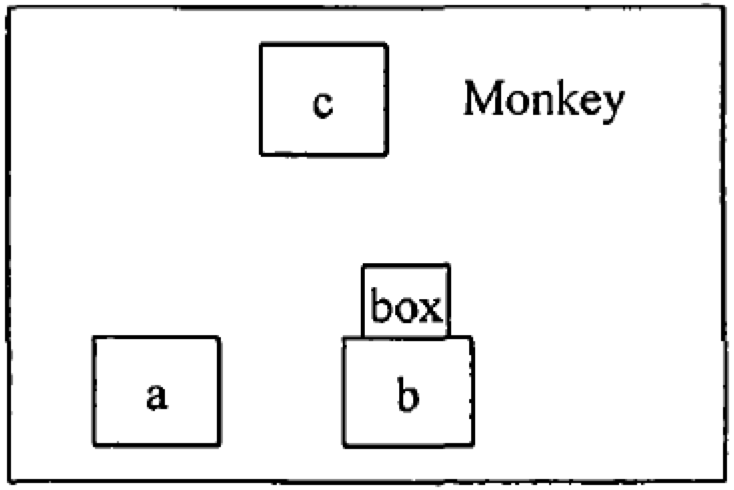
C．说真话的是乙和丁　D．说真话的是乙和丙

逻辑应用：日常生活

- 例：一个探险者被几个食人者抓住了，有两种吃人者：总是说谎的和总是说真话的，除非探险者能判断出一位指定的吃人者是说谎者还是说真话者，否则就会被食人者烤了吃，探险者只被允许问这位吃人者一个问题，请找一个问题，使探险者可以用来判断该吃人者是说谎的还是说真话的。

谓词逻辑的应用——知识表示

猴子从C处出发把盒子从b处拿到a处，再回到c处。



Goto(u,v)：从 u 处走到 v 处；

Pickup(x):在 x 处拿起盒子；

Setdown(x)：在 x 处放下盒子；

初始状态：	目标状态：
At(Monkey, c)	At(Monkey, c)
Empty(Monkey)	Empty(Monkey)
On(box, b)	On(box,a)
Table(a)	Table(a)
Table(b)	Table(b)

Table(x):x 是桌子；Empty(y)；y 手中是空的。

At(y,z)：y 在 Z 附近；Hold(y,w)：y 拿着 w

On(w,x):W 在 x 的上面。

其中 x 的个体域是（a,b）,y 的个体域是（Monkey），Z 的个体域是 {a,b,c}，w 的个体域是 {box}。

谓词逻辑的应用——知识表示（续）

1.Goto(u, v)

条件：**At(Monkey, u)**

$$\text{动作：}\begin{cases}\text{删除：} & At(Monkey, u)\\ \text{增加：} & At(Monkey, v)\end{cases}$$

2.Pickup（x）

条件：**On (box,x)∧Table(x)∧At (Monkey, x)∧Empty(Monkey)**

$$\text{动作：}\begin{cases}\text{删除：} & Empty(Monkey) \wedge On\ (box, x)\\ \text{增加：} & Hold(Monkey, box)\end{cases}$$

3.Setdown(x)

条件：**At(Monkey, x)∧Table(x)∧Holds(Monkey,box)**

$$\text{动作：}\begin{cases}\text{删除：} & Holds(Monkey, box)\\ \text{增加：} & Empty(Monkey) \wedge On(box, x)\end{cases}$$

谓词逻辑的应用——知识表示（续）

At(Monkey, c)
Empty(Monkey)
On(box, b)
Table(a)
Table(b)
⇓ Goto(u, v)

At(Monkey, b)
Hold(Monkey, box)
Table(a)
Table(b)
⇓ Goto(u, v)

At(Monkey, a)
Empty(Monkey)
On(box, a)
Table(a)
Table(b)
⇓ Goto(u, v)

At(Monkey, b)
Empty(Monkey)
On(box, b)
Table(a)
Table(b)
⇓ Pickup(x)

At(Monkey, a)
Hold(Monkey, box)
Table(a)
Table(b)
⇓ Setdown(x)

At(Monkey, c)
Empty(Monkey)
On(box, a)
Table(a)
Table(b)

课后作业(第二章)

- 15, 17(1,3,5,7), 19
- 答题派

一、简答题

1. 2.12 设个体域$D=\{a,b,c\}$，消去下列各公式中的量词。 (25)
   (1) $\forall x F(x) \rightarrow \exists y G(y)$.
   (2) $\forall x(F(x) \wedge \exists y G(y))$.
   (3) $\exists x \forall y H(x,y)$.

2. 2.11 在一阶逻辑中将下面命题符号化，并且要求只使用全称量词。 (25)
   (1) 没有人长着绿色头发。
   (2) 有的北京人没去过香山。

3. 构造下面推理的证明：每个科研工作者都是刻苦钻研的，每个刻苦专研而又聪明的人在他是事业中都将获得成功。王大海是科研工作者，并且是聪明的。所以，王大海在他的事业中将获得成功。（个体域为人类集合） (25)

4. 构造下列推理的证明： (25)
   (1) 前提：$\forall x(F(x) \vee G(x)), \neg\exists x G(x)$，结论：$\exists x F(x)$。
   (2) 前提：$\forall x(F(x) \vee G(x)), \forall x(F(x) \rightarrow H(x))$，结论：$\forall x(\neg H(x) \rightarrow G(x))$。