

离散数学概论

习题课一 数理逻辑

课程QQ号： **689423416**

金耀 数字媒体技术系

fool1025@163.com

13857104418

一.命题符号化

P:天下雪。 Q:我将去镇上。 R:我有时间。

(1) 如果天不下雪且我有时间，那么我将去镇上。

$$(\neg P \wedge R) \rightarrow Q$$

(2) 我将去镇上，仅当我有时间。

$$Q \rightarrow R$$

(3) 天下雪，那么我不去镇上。

$$P \rightarrow \neg Q$$

一.命题符号化

(4) 或者你没有给我写信，或者它在途中丢失了。

显然这里的“或者”是“不可兼取的或”。

令 P:你给我写信。 Q:信在途中丢失了。

$$\neg P \vee Q \quad (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$$

(5) 我们不能既划船又跑步。

令 P:我们划船。 Q:我们跑步。

$$\neg(P \wedge Q)$$

(6)如果你来了，那么他唱不唱歌将看你是否为他伴奏而定。

令 P:你来了。 Q:你为他伴奏。 R:他唱歌。

$$P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \wedge (\neg Q \rightarrow \neg R))$$

$$\text{或: } P \rightarrow (Q \leftrightarrow R)$$

一.命题符号化

(7) 假如上午不下雨，我去看电影，否则就在家里读书或看报。

令 P:上午下雨。 Q:我去看电影。 R:我在家里读书。 S:我在家里看报。

$$(\neg P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow (R \vee S))$$

(8) 我今天进城，除非下雨。

令 P:我今天进城。 Q:今天下雨。

表达式为: $\neg Q \rightarrow P$

(9) 仅当你走我将留下。

令 P:你走。 Q:我留下。

表达式为: $Q \rightarrow P$ 或者 $\neg P \rightarrow \neg Q$

二. 重言式的证明方法

方法1：列真值表。

方法2：公式的等价变换，化简成“T”。

方法3：用公式的主析取范式。

(1) 证明 $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow (P \wedge Q))$ 是重言式。

方法1：

P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \rightarrow (P \wedge Q)$	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow (P \wedge Q))$
F	F	T	T	T
F	T	T	T	T
T	F	F	F	T
T	T	T	T	T

二. 重言式的证明方法

方法2:

$$(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow (P \wedge Q))$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg P \vee Q) \vee (\neg P \vee (P \wedge Q)) \quad (\text{蕴含等值式})$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee ((\neg P \vee P) \wedge (\neg P \vee Q)) \quad (\text{德摩根, 结合律})$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (T \wedge (\neg P \vee Q))$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \vee Q) \quad (\text{分配率})$$

$$\Leftrightarrow (P \vee (\neg P \vee Q)) \wedge (\neg Q \vee (\neg P \vee Q))$$

$$\Leftrightarrow ((P \vee \neg P) \vee Q) \wedge (\neg Q \vee (Q \vee \neg P))$$

$$\Leftrightarrow (T \vee Q) \wedge ((\neg Q \vee Q) \vee \neg P)$$

$$\Leftrightarrow T \wedge (T \vee \neg P)$$

$$\Leftrightarrow T \wedge T$$

$$\Leftrightarrow T$$

二. 重言式的证明方法

方法3 $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow (P \wedge Q))$

$\Leftrightarrow \neg(\neg P \vee Q) \vee (\neg P \vee (P \wedge Q))$ (蕴含等值式)

$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee \neg P \vee (P \wedge Q)$

$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge (Q \vee \neg Q)) \vee (P \wedge Q)$

$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q)$

$\Leftrightarrow m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3$

可见, 该公式的主析取范式含有全部(四个)小项, 这表明
 $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow (P \wedge Q))$ 是永真式

三.重言蕴涵式的证明方法

方法1.列真值表。(即列永真式的真值表)(略)

方法2.假设前件为真, 推出后件也为真。

方法3.假设后件为假, 推出前件也为假。

证明: $(\neg A \rightarrow (B \vee C)) \wedge (D \vee E) \wedge ((D \vee E) \rightarrow \neg A) \Rightarrow B \vee C$

方法2 证明:

设前件: $(\neg A \rightarrow (B \vee C)) \wedge (D \vee E) \wedge ((D \vee E) \rightarrow \neg A)$ 为真,

则: $\neg A \rightarrow (B \vee C)$, $D \vee E$, $(D \vee E) \rightarrow \neg A$ 均为真。

由 $D \vee E$, $(D \vee E) \rightarrow \neg A$ 均为真, 得 $\neg A$ 为真,

又由 $\neg A \rightarrow (B \vee C)$ 为真, 得 $B \vee C$ 为真。

所以: $(\neg A \rightarrow (B \vee C)) \wedge (D \vee E) \wedge ((D \vee E) \rightarrow \neg A) \Rightarrow B \vee C$

三.重言蕴涵式的证明方法

$$(\neg A \rightarrow (B \vee C)) \wedge (D \vee E) \wedge ((D \vee E) \rightarrow \neg A) \Rightarrow B \vee C$$

方法3 证明：设后件 $B \vee C$ 为 F，则 B与C均为 F，

1. 如果 $D \vee E$ 为 T，则

1). 若A为T，则 $\neg A$ 为F，则 $(D \vee E) \rightarrow \neg A$ 为F，于是前件
 $(\neg A \rightarrow (B \vee C)) \wedge (D \vee E) \wedge ((D \vee E) \rightarrow \neg A)$ 为F。

2). 若A为 F，则 $\neg A$ 为T，于是 $\neg A \rightarrow (B \vee C)$ 为F，

故前件 $(\neg A \rightarrow (B \vee C)) \wedge (D \vee E) \wedge ((D \vee E) \rightarrow \neg A)$ 为F。

2. 如果 $D \vee E$ 为 F，则 前件

$(\neg A \rightarrow (B \vee C)) \wedge (D \vee E) \wedge ((D \vee E) \rightarrow \neg A)$ 为F。

$$\therefore (\neg A \rightarrow (B \vee C)) \wedge (D \vee E) \wedge ((D \vee E) \rightarrow \neg A) \Rightarrow B \vee C$$

四. 等价公式的证明方法

方法1: 用列真值表。(不再举例)

方法2: 用公式的等价变换.(用等值演算)

(1) 证明 $((A \wedge B) \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow (D \vee C)) \Leftrightarrow (B \wedge (D \rightarrow A)) \rightarrow C$

左式 $\Leftrightarrow (\neg(A \wedge B) \vee C) \wedge (\neg B \vee (D \vee C))$ 蕴含等值式

$\Leftrightarrow ((\neg A \vee \neg B) \vee C) \wedge (\neg B \vee (D \vee C))$ 德摩根

$\Leftrightarrow ((\neg B \vee \neg A) \vee C) \wedge ((\neg B \vee D) \vee C)$ 分配率

$\Leftrightarrow ((\neg B \vee \neg A) \wedge (\neg B \vee D)) \vee C$ 分配率

$\Leftrightarrow (\neg B \vee (\neg A \wedge D)) \vee C$ 德摩根

$\Leftrightarrow \neg(B \wedge (A \vee \neg D)) \vee C$ 蕴含等值式

$\Leftrightarrow (B \wedge (D \rightarrow A)) \rightarrow C$

四. 等价公式的证明方法

(2)化简 $(A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C)$

$$(A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C)$$

$$\Leftrightarrow (A \vee \neg A) \wedge (B \wedge C)$$

$$\Leftrightarrow T \wedge (B \wedge C)$$

$$\Leftrightarrow B \wedge C$$

五.范式及应用

(1) 写出 $(P \rightarrow (Q \wedge R)) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$ 的主析取范式和主合取范式

方法1, 用真值表

$$\text{令 } A(P, Q, R) \Leftrightarrow (P \rightarrow (Q \wedge R)) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$$

$$A(P, Q, R) \Leftrightarrow m_0 \vee m_7$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \Leftrightarrow \Sigma(0, 7)$$

$$A(P, Q, R) \Leftrightarrow M_1 \wedge M_2 \wedge M_3 \wedge M_4 \wedge M_5 \wedge M_6$$

$$\Leftrightarrow (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge$$

$$(\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \Leftrightarrow \prod(1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

五.范式及应用

	P	Q	R	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	$\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R)$	$A(P, Q, R)$
0	F	F	F	T	T	T
1	F	F	T	T	F	F
2	F	T	F	T	F	F
3	F	T	T	T	F	F
4	T	F	F	F	T	F
5	T	F	T	F	T	F
6	T	T	F	F	T	F
7	T	T	T	T	T	T

五.范式及应用

方法2.等价变换

$$(P \rightarrow (Q \wedge R)) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge (P \vee (\neg Q \wedge \neg R)) \quad \text{蕴含等值式}$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge (P \vee (\neg Q \wedge \neg R))$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge P) \vee (P \wedge (Q \wedge R)) \vee (\neg P \wedge (\neg Q \wedge \neg R)) \vee ((Q \wedge R) \wedge (\neg Q \wedge \neg R))$$

$$\Leftrightarrow F \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee F$$

$$\Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$$

$$\Leftrightarrow m_0 \vee m_7$$

五.范式及应用

$$\begin{aligned} & (P \rightarrow (Q \wedge R)) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R)) \\ \Leftrightarrow & (\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge (P \vee (\neg Q \wedge \neg R)) \\ \Leftrightarrow & ((\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)) \wedge ((P \vee \neg Q) \wedge (P \vee \neg R)) \\ \Leftrightarrow & ((\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)) \wedge ((P \vee \neg Q) \wedge (P \vee \neg R)) \\ \Leftrightarrow & (\neg P \vee Q \vee (R \wedge \neg R)) \wedge (\neg P \vee (Q \wedge \neg Q) \vee R) \\ & \wedge (P \vee \neg Q \vee (R \wedge \neg R)) \wedge (P \vee (Q \wedge \neg Q) \vee \neg R) \\ \Leftrightarrow & (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge \\ & (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge \\ & (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \\ \Leftrightarrow & (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) \\ & \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \\ \Leftrightarrow & M_1 \wedge M_2 \wedge M_3 \wedge M_4 \wedge M_5 \wedge M_6 \end{aligned}$$

五.范式及应用

(2) A,B,C,D四个人中要派两个人出差，按下述三个条件有几种派法？

①若A去则C和D中要去一个人。

②B和C不能都去。

③C去则D要留下。

解.设A,B,C,D分别表示A去，B去，C去，D去。

$$\begin{aligned} \text{① } A \rightarrow ((C \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D)) \\ \Leftrightarrow \neg A \vee (C \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D) \end{aligned}$$

$$\text{② } \neg(B \wedge C) \Leftrightarrow \neg B \vee \neg C$$

$$\text{③ } C \rightarrow \neg D \Leftrightarrow \neg C \vee \neg D$$

总的条件为：

$$(\neg A \vee (C \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D)) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg C \vee \neg D) \text{ 令此式为真。}$$

五.范式及应用

将 $(\neg A \vee (C \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D)) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg C \vee \neg D)$ 化成析取范式。

$$\text{上式} \Leftrightarrow (\neg A \vee (C \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D)) \wedge (\neg C \vee (\neg B \wedge \neg D))$$

$$\Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg C) \vee (C \wedge \neg D \wedge \neg C) \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg C) \wedge \\ (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg D) \vee (C \wedge \neg D \wedge \neg B \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg B \wedge \neg D)$$

$$\Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg C) \vee F \vee (\neg C \wedge D) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg D) \vee (C \wedge \neg D \wedge \neg B) \vee F$$

可以取 $\neg A \wedge \neg C$ 为T，得B和D去。

取 $\neg C \wedge D$ 为T，得A和D去，或者 B和D去。

取 $C \wedge \neg D \wedge \neg B$ 为T，得A和C去。

最后得三种派法：A和C去、A和D去、B和D去。

五.范式及应用

箱\工具	改锥	扳 手	钳 子	锤 子
A	有	有		
B		有	有	有
C	有		有	
D		有		有

(3) 有工具箱A、B、C、D，各个箱内装的工具如下表所示。试问如何携带数量最少工具箱，而所包含的工具种类齐全。

解：设A、B、C、D分别表示带A、B、C、D箱。

则总的条件为：

$(A \vee C) \wedge (A \vee B \vee D) \wedge (B \vee C) \wedge (B \vee D)$ 为真。

改锥

扳手

钳子

锤子

五.范式及应用

将 $(A \vee C) \wedge (A \vee B \vee D) \wedge (B \vee C) \wedge (B \vee D)$ 写成析取范式,

$$\text{上式} \Leftrightarrow ((A \vee C) \wedge (B \vee C)) \wedge ((A \vee (B \vee D)) \wedge (B \vee D))$$

$$\Leftrightarrow ((A \wedge B) \vee C) \wedge (B \vee D)$$

$$\Leftrightarrow (A \wedge B \wedge B) \vee (C \wedge B) \vee (A \wedge B \wedge D) \vee (C \wedge D)$$

$$\Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (C \wedge B) \vee (A \wedge B \wedge D) \vee (C \wedge D)$$

分别可以取 $(A \wedge B)$ 、 $(C \wedge B)$ 、 $(C \wedge D)$ 为真。

于是可以得到三种携带方法：

带A和B箱， 带B和C箱， 带C和D箱。

六. 逻辑推理 熟练掌握三种推理方法

(1) $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D), (D \vee E) \rightarrow P \Rightarrow A \rightarrow P$

1. 直接推理

(1) $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)$

$\Leftrightarrow \neg(A \vee B) \vee (C \wedge D)$

$\Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B) \vee (C \wedge D)$

$\Leftrightarrow (\neg A \vee C) \wedge (\neg A \vee D) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg B \vee D)$

前提: $A \rightarrow C, A \rightarrow D, B \rightarrow C, B \rightarrow D$

(2) $(D \vee E) \rightarrow P$

$\Leftrightarrow \neg(D \vee E) \vee P$

$\Leftrightarrow (\neg D \wedge \neg E) \vee P$

$\Leftrightarrow (\neg D \vee P) \wedge (\neg E \vee P)$

(1) $D \rightarrow P, E \rightarrow P$

得到: $A \rightarrow P$

假言三段论

六. 逻辑推理 熟练掌握三种推理方法

2.附加前提 $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D), (D \vee E) \rightarrow P \Rightarrow A \rightarrow P$

- | | | |
|-----|---------------------------------------|-------------------|
| (1) | A | 附加前提 |
| (2) | $A \vee B$ | 附加 |
| (3) | $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)$ | 前提 |
| (4) | $C \wedge D$ | 化简 |
| (5) | D | $A \rightarrow D$ |
| (6) | $D \vee E$ | 附加 |
| (7) | $(D \vee E) \rightarrow P$ | 前提 |
| (8) | P | $D \rightarrow P$ |
| (9) | $A \rightarrow P$ | 假言三段论 |

六. 逻辑推理 熟练掌握三种推理方法

3.反证法 $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D), (D \vee E) \rightarrow P \Rightarrow A \rightarrow P$

(1) $\neg(A \rightarrow P)$ 假设前提

(2) $\neg(\neg A \vee P)$

(3) $A \wedge \neg P$

(4) A 化简

(5) $A \vee B$ 附加

(6) $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)$ 前提

(7) $C \wedge D$ 化简

(8) D $A \rightarrow D$

(9) $D \vee E$ 附加

(10) $(D \vee E) \rightarrow P$ 前提

(11) P $D \rightarrow P$

(13) $P \wedge \neg P$ 不相容

六. 逻辑推理 熟练掌握三种推理方法

3. 反证法 $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D), (D \vee E) \rightarrow P \Rightarrow A \rightarrow P$

(1) $\neg(A \rightarrow P)$ 假设前提

(2) $\neg(\neg A \vee P)$

(3) $A \wedge \neg P$

(4) A 化简

(5) $A \vee B$ 附加

(6) $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)$ 前提

(7) $C \wedge D$ 化简

(8) D $A \rightarrow D$

(9) $D \vee E$ 附加

(10) $(D \vee E) \rightarrow P$ 前提

(11) P $D \rightarrow P$

(13) $P \wedge \neg P$ 不相容

七.谓词符号化

将下列命题用谓词符号化：

- ❖ (1) 小王学过英语和法语。
- ❖ (2) 2大于3仅当2大于4。
- ❖ (3) 3不是偶数。
- ❖ (4) 2或3是质数。
- ❖ (5) 除非李键是东北人，否则他一定怕冷。

七. 谓词符号化

- ❖ (1) 令 $P(x)$: x 学过英语, $Q(x)$: x 学过法语, c : 小王, 命题符号化为: $P(c) \vee Q(c)$;
- ❖ (2) 令 $P(x, y)$: x 大于 y , 命题符号化为: $P(2, 4) \rightarrow P(2, 3)$;
- ❖ (3) 令 $P(x)$: x 是偶数, 命题符号化为: $\neg P(3)$;
- ❖ (4) 令 $P(x)$: x 是质数, 命题符号化为: $P(2) \vee P(3)$;
- ❖ (5) 令 $P(x)$: x 是北方人; $Q(x)$: x 怕冷; c : 李键;
命题符号化为: $Q(c) \rightarrow \neg P(c)$;

七. 谓词符号化

令谓词 $P(x)$ 表示“说德语”， $Q(x)$ 表示“了解计算机语言C++”，个体域为某校全体学生的集合。用 $P(x)$ 、 $Q(x)$ 、量词和逻辑联接词符号化下列语句。

- ❖ (1) 某校有个学生既会说德语又了解C++。
- ❖ (2) 某校有个学生会说德语，但不了解C++。
- ❖ (3) 某校所有学生或会说德语，或了解C++。
- ❖ (4) 某校没有学生会说德语或了解C++。

七. 谓词符号化

假设个体域为全总个体域，谓词 $M(x)$ 表示“ x 是某校学生”。用 $P(x)$ 、 $Q(x)$ 、 $M(x)$ 、量词和逻辑联接词再次符号化上面的4条语句：

$$(1) \quad \exists x(M(x) \wedge P(x) \wedge Q(x))$$

$$(2) \quad \exists x(M(x) \wedge P(x) \wedge \neg Q(x))$$

$$(3) \quad \forall x(M(x) \rightarrow (P(x) \vee Q(x)))$$

$$(4) \quad \forall x(M(x) \rightarrow \neg(P(x) \vee Q(x)))$$

八. 消去量词

设个体域 $D = \{a, b, c\}$ ，消去下列各式的量词：

❖ (1) $\forall x \exists y (P(x) \wedge Q(y))$

❖ (2) $\forall x \forall y (P(x) \vee Q(y))$

❖ (3) $\forall x P(x) \rightarrow \forall y Q(y)$

❖ (4) $\forall x (P(x, y) \rightarrow \exists y Q(y))$

八. 消去量词

设谓词 $P(x, y)$ 表示“ x 等于 y ”，个体变元 x 和 y 的个体域都是 $D = \{1, 2, 3\}$ 。
求下列各式的真值：

❖ (1) $\exists x P(x, 3)$

❖ (2) $\forall y P(1, y)$

❖ (3) $\forall x \forall y P(x, y)$

❖ (4) $\exists x \exists y P(x, y)$

❖ (5) $\exists x \forall y P(x, y)$

❖ (6) $\forall y \exists x P(x, y)$

九. 前束范式

下列谓词公式的前束析取范式和前束合取范式：

❖ (1) $\forall x P(x) \rightarrow \exists y Q(x, y)$

❖ (2) $\forall x (P(x, y) \rightarrow \exists y Q(x, y, z))$

❖ (3) $\exists x \neg \exists y P(x, y) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow R(x))$

❖ (4) $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x, y) \rightarrow (\exists y (R(y) \rightarrow \exists z S(y, z)))$

十. 谓词推理

指出下面演绎推理中的错误，并给出正确的推导过程。

(1) ① $\forall x P(x) \rightarrow Q(x)$

P 规则

② $P(y) \rightarrow Q(y)$

UI 规则: ①

(2) ① $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

P 规则

② $P(a) \rightarrow Q(b)$

UI 规则: ①

(3) ① $P(x) \rightarrow \exists x Q(x)$

P 规则

② $P(a) \rightarrow Q(a)$

EI 规则: ①

(4) ① $P(a) \rightarrow G(a)$

P 规则

② $\forall x (P(x) \rightarrow G(x))$

UG 规则: ①

(5) ① $P(a) \wedge G(b)$

P 规则

② $\exists x (P(x) \wedge G(x))$

EG 规则: ①

(6) ① $P(y) \rightarrow Q(y)$

P 规则

② $\exists x (P(c) \rightarrow Q(x))$

EG 规则: ①

十.谓词推理

将下列命题符号化，并用演绎推理法证明其结论是有效的：

- ❖ (1) 有理数、无理数都是实数；虚数不是实数。因此，虚数既不是有理数，也不是无理数。（个体域取全总个体域）
- ❖ (2) 所有的舞蹈者都很有风度；万英是个学生并且是个舞蹈者。因此，有些学生很有风度。（个体域取人类全体组成的集合）
- ❖ (3) 每个喜欢步行的人都不喜欢骑自行车；每个人或者喜欢骑自行车或者喜欢乘汽车；有的人不喜欢乘汽车。所以有的人不喜欢步行。（个体域取人类全体组成的集合）
- ❖ (4) 每个旅客或者坐头等舱或者坐经济舱；每个旅客当且仅当他富裕时坐头等舱；有些旅客富裕但并非所有的旅客都富裕。因此有些旅客坐经济舱。（个体域取全体旅客组成的集合）