



概率论与数理统计 A

浙江理工大学期末试题汇编

(试卷册 下)

学校: _____

专业: _____

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

(此试卷为 2022 年第二版 第 1 次发行)

写在前面

亲爱的小伙伴们：

你们好！我是张创琦，这是我第二次写序言，现在是 2022 年上半年，我已经在读大二下学期了。我很欣慰的是，现在开学才四周，群里有很多人在找我要下册高数期中试卷了。我为什么要坚持写序言呢？因为我觉得或许试题是没有感情的，试题的快乐来源于最终对答案的正确与否，而在学习路上身边人的鼓励或许才是动力之源，你会发现，原来身边有这么多志同道合的小伙伴和我在走一样的道路。

学习之路注定是孤独的，或许你每天晚上在学校学习结束到宿舍后看到的是舍友在打游戏，而你还在苦逼地敲代码或写作业；或许你身边的小伙伴一周内有好几天都可以睡大觉，而你天天早八；或许你每天坐到空教室或者实验室里，面对实验室、教学楼、餐厅、宿舍四点一线的生活早已怀疑自己当初的选择是否正确，但是亲爱的朋友，“Stormy rainbow, sonorous rose.” 风雨彩虹，铿锵玫瑰。没有谁能随随便便成功。或许你不聪明，别人一天学习的内容要比你多很多，别人的反应速度比你要快很多，别人的做事效率要比你高很多，但是上天给予你最美好的东西就是你自己，这谁都无法替代。每次难受，我都会告诉自己，“张创琦，你现在一无所有，你拥有的就是你的专业知识和你手中的电脑。而你，要在这座城市拼出一条自己的道路，你不像他们一样拥有殷实的家底和丰富的童年，生命给予最美好的东西叫生活，还有一样东西叫未来。”

这个故事看起来或许是洗脑的，但我并不这样觉得，一个斗士的一生是充满能量和挑战的。谁都有怀疑自我的时候，谁也都有想从众的时候，谁都知道不学习享受生活是轻松的，但他们更知道，这个社会给予爱学习的人更多的机会——选择的机会，而这个前提是你要有充足的知识储备。B 站发布的《后浪三部曲》中的《后浪》和《入海》给我的感触很深。《后浪》的各种美好生活我确实没有享受过，我从小接受的教育就是“知识改变命运”，但这有错吗？每个人的出身不尽相同，刘媛媛曾说过，“命运给你一个低的起点，是想让你用你的一生，去奋斗出一个绝地反击的故事。”

身处计算机专业，他们给我的感觉不是聪明的人多，而是奋斗的人多。有多少人算法题目不知道刷了多少遍，有多少人为了开发项目不知道奋斗了多少，有多少人看了数不清的技术书籍，又有多少人为了一个小 bug 不知道翻阅了多少的文章。当然，其它专业的同学们又谈何容易，生化环材的同学们为了一个数据测量不知道要准备多少材料，实验结果错误不知道要排除多少因素……

未来生活美好吗？我有想过好多次未来。他们给程序员的定义是“秃头”、“加班”、“呆”，但，现实的生活只有自己经历才知道。B 站采访了几位即将毕业的毕业的大学生，他们的问题如下：“我的专业真的有前途吗？”“努力真的有收获吗？”“现在选的这条路走错了吗？”“没有老师再教我了，该怎样自学自立？”“大城市能留得住我的梦想吗？”“他们说毕业后就会分手，我们可以逃过这个定律吗？”“我还能保留住自己的初心吗？”“学历真的决定一切吗？”“怎样才算不虚度光阴？”“喜欢打游戏，就是玩物丧志吗？”“毕业之后，我还可以像学校这么快乐吗？”“我可以成为想要成为的那个人吗？”

“时间会回答成长，成长会回答梦想。梦想会回答生活，生活回答你我的模样。”我亲爱的朋友，时间无语，但回答了所有的梦想。

最终，感谢小伙伴们与我一起经历了这本资料的第二个版本的发行，共勉！

张创琦

2022 年 3 月 23 日

目录

10	2021—2022 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷	1
11	2020—2021 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷	5
12	2020—2021 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷	9
13	2019—2020 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷	12
14	2018—2019 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷	16
15	2017—2018 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷	20
16	2013—2014 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷	23

2022 年所有试卷版本见尾页。如需资料获取请添加下方的 QQ 群获取。

更多信息

试卷整理人：张创琦

微信公众号：创琦杂谈

试卷版次：2022 年 5 月 13 日 第二版 第 1 次发行

本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）群号：749060380

cq 数学物理学习群（QQ 群）群号：967276102

cq 计算机编程学习群（QQ 群）群号：653231806

创琦杂谈公众号优秀文章：

曾发布了《[四级备考前要注意什么？创琦请回答！（一）](#)》、《[走！一起去春季校园招聘会看看，感受人间真实](#)》、《[送给即将期末考试的你](#)》、《[那些你不曾在选课中注意到的事情](#)》、《[身为大学生，你的劳动价值是多少？](#)》（荐读）、《[如何找到自己的培养计划](#)》以及信息学院本科阶段五个专业的分流经验分享（来自 20 多位学长学姐的亲身经历与分享，文章过多，就不贴链接啦），公众号也可以帮忙大家发布相关社会实践的问卷。

我最近在写关于 github 使用技巧的文章，并且在开发网站，争取给大家提供更优质的学习讨论平台。

QQ 群：

“创琦杂谈学习交流群”主要为大家更新各种科目的资料，群里可以讨论问题、也可以发布社会实践的调查问卷互相帮助，目前群成员不到千人，相信您的问题会有人解答的。

“cq 数学物理学习群”更适合讨论数学物理相关的题目等，数学科目包括但不限于：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等，物理包括但不限于：普通物理、普通物理实验。

“cq 计算机编程学习群”适用于讨论编程语言相关内容，包括但不限于：C 语言、C++ 语言、Java 语言、matlab 语言、python 语言等，也可以讨论计算机相关课程，包括但不限于：数据结构、算法、计算机网络、操作系统、计算机组成原理等。

版权声明：试卷整理人：张创琦，试卷首发于 QQ 群“创琦杂谈学习交流群”和“cq 数学物理学习群”，并同时转发到各个辅导员的手里。转发前需经过本人同意，侵权后果自负。本资料只用于学习交流使用，禁止进行售卖、二次转售等违法行为，一旦发现，本人将追究法律责任。解释权归本人所有。

考试承诺：本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

最终感谢我的高数老师，我的朋友，还要感谢各位朋友们对我的大力支持。

本人尽全力为大家寻找、整理考试资料，但因时间仓促以及本人水平有限，本练习册中必有许多不足之处，还望各位不吝赐教。

浙理羊同学 YOUNG

大家好，这里是浙理羊同学 YOUNG，一个致力于打造成为浙理校内最全最大的信息发布平台。如果你有爆料吐槽、闲置交易、失物招领、表白脱单、树洞聊天、互推捞人等需求，就来找羊羊聊天吧~（下面是浙理羊同学 YOUNG 的微信号，有需求可以加哈）



10 2021—2022 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

(此试卷是我拍摄下来的,是一位同学做过的,在此表示抱歉哈)

答题区: 填空: 1 () 2 () 3 () 4 () 5 ()

选择: 1 () 2 () 3 () 4 () 5 ()

一、填空题 (满分 20 分)

1. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$, $-\infty < x < +\infty$, 则 X 的分布函数为 $F(x) = \frac{1}{2}(1 + e^{-|x|})$.

2. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $P\{X=0\} = \frac{1}{3}$, 则 $\lambda = \ln 3$.

3. 假设 $X \sim B(5, 0.5)$ (二项分布), $Y \sim N(2, 36)$, 则 $E(X+Y) = 7.5$.

4. 设总体 $X \sim N(\mu, 1)$, (x_1, x_2, x_3) 为其样本, 若估计量 $\hat{\mu} = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + kx_3$ 为 μ 的无偏估计量, 则 $k = \frac{1}{6}$.

5. 一种动物的体重 X 是一随机变量, 设 $E(X)=33$, $D(X)=4$, 10 个这种动物的平均体重记作 \bar{Y} , 则 $D(\bar{Y}) = 0.4$.

二、选择题 (满分 20 分)

1. 设 A, B 为两个随机事件, 且 $P(AB) > 0$, 则 $P(A|AB) = (D)$
 A. $P(A)$ B. $P(AB)$ C. $P(A|B)$ D. 1

2. 设随机变量 ξ 的概率密度为 $f(x)$, 且 $f(-x) = f(x)$, 则对任意实数 a , ξ 的分布函数 $F(x)$ 满足 (A)
 A. $F(-a) = 1 - \int_0^a f(x)dx$ B. $F(-a) = 0.5 - \int_0^a f(x)dx$
 C. $F(-a) = F(a)$ D. $F(-a) = 2F(a) - 1$

3. 已知随机变量 X, Y 相互独立, $X \sim N(2, 4), Y \sim N(-2, 1)$, 则 (B)
 (A) $X+Y \sim P(4)$ (B) $X+Y \sim U(2, 4)$ (C) $X+Y \sim N(0, 5)$ (D) $X+Y \sim N(0, 3)$

4. 设 $X_i = \begin{cases} 0, & \text{事件 } A \text{ 不发生} \\ 1, & \text{事件 } A \text{ 发生} \end{cases} (i=1, 2, \dots, 10000)$, 且 $P(A)=0.8$, $X_1, X_2, \dots, X_{10000}$ 相互独立, 令 $Y = \sum_{i=1}^{10000} X_i$, 则由中心极限定理知 Y 近似服从的分布是 (D)
 A. $N(0, 1)$ B. $N(8000, 40)$ C. $N(1600, 8000)$ D. $N(8000, 1600)$

5. 设 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 已知, σ^2 未知, X_1, X_2, X_3 为其样本, 下列各项 不是 统计量的是 (C)
- (A) $\frac{1}{\sigma^2}(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)$ (B) $X_1 + 3\mu$
- (C) $\max(X_1, X_2, X_3)$ (D) $\frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3) \checkmark$

三、计算题 (满分 60 分)

1. 已知一批产品中 90% 是合格品, 检查时, 一个合格品被误认为是次品的概率为 0.05, 一个次品被误认为是合格品的概率为 0.02, 求 (1) 一个产品经检查后被认为是合格品的概率; (2) 一个经检查后被认为是合格品的产品确是合格品的概率.

(10 分)

2. 设随机变量 (X, Y) 的密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} e^{-x}, & 0 < y < x, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ (1) 求 $P\{X < 1\}$; (2) 求 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$, 并判断 X, Y 的独立性 (14 分)
- $f(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$ (2) $f(x, y) =$

3. 随机变量 X 和 Y 数学期望都是 2, 方差分别为 1 和 4, 而相关系数为 0.5, 根据契比雪夫不等式估计概率 $P(|X-Y| \geq 6)$. (8 分)

$E(X) = E(Y) = 2$
 $D(X-Y) = D(X) + D(Y) - 2\rho_{XY}\sqrt{D(X)D(Y)}$

4. 假设随机变量 U 在区间 $[-2, 2]$ 上服从均匀分布. 随机变量

$X = \begin{cases} -1 & -2 < U \leq -1 \\ 1 & -1 < U \leq 1 \\ -1 & 1 < U \leq 2 \end{cases}, Y = \begin{cases} -1 & -2 < U \leq -1 \\ 1 & -1 < U \leq 1 \\ -1 & 1 < U \leq 2 \end{cases}$, 试求: (1) X 和 Y 的联合概率分布; (2)

方差 $D(X+Y)$ (3) 相关系数 ρ_{XY} . (12 分)

$P\{X=-1, Y=-1\} = P\{-2 < U \leq -1\}$

5. 设总体 $N(72, 100)$ 有容量为 n 的样本, 为使样本均值大于 70 的概率不小于 90%, 则 n 至少应取多大? (8 分) (备用数据: $\Phi(1.28) = 0.9$) $P\{\bar{X} > 70\} \geq 90\%$

6. 设某随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} (\lambda + 1)x^\lambda & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ 求 λ 的极大似然估计. (8 分)

11 2020—2021 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一 单项选择题 (共 20 分, 每题 4 分)

1. 假设新生儿男女比例为 1:1, 如果已知一对夫妇有两个小孩, 且其中有一个男孩, 则另一个小孩也是男孩的概率为 ()

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$

2. 设离散型随机变量 X 的概率分布律为 $P\{X=k\} = a^n C_n^k 2^{n-k}, (k=0,1,\dots,n)$, n 为正整数, 则 $a =$ ()

- (A). 2; (B). $\frac{1}{2}$; (C). 3; (D). $\frac{1}{3}$

3. 若随机变量 X 与 Y 满足: $D(X+Y) = D(X-Y)$, 则有 ()

- (A) X 与 Y 不相关 (B) X 与 Y 相关
(C) X 与 Y 不独立 (D) X 与 Y 独立

4. 设 $X_i = \begin{cases} 0, & \text{事件 } A \text{ 不发生} \\ 1, & \text{事件 } A \text{ 发生} \end{cases} (i=1,2,\dots,10000)$, 且 $P(A)=0.8$, $X_1, X_2, \dots, X_{10000}$ 相互独立,

令 $Y = \sum_{i=1}^{10000} X_i$, 则由中心极限定理知 Y 近似服从的分布是 ()

- (A) $N(0,1)$ (B) $N(2000,1600)$ (C) $N(8000,1600)$ (D) $N(2000,8000)$

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, X_3 是总体的一个样本, 下面四个 μ 的估计量中, 哪个最有效 ()

- (A). $\hat{\mu}_1 = \frac{2}{5}X_1 + \frac{1}{5}X_2 + \frac{2}{5}X_3$ (B). $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$
(C). $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{2}X_3$ (D). $\hat{\mu}_4 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{6}X_3$

二 填空题 (共 24 分, 每空 2 分)

1. 袋内有 4 个白球与 5 个黑球, 每次从袋内任取一球, 取出的球不再放回去, 直到把袋内的球全部取出为止。则第一次取到的球是白球的概率为_____, 最后一次取到的球是白球的概率为_____。

2. 设 A, B 为随机事件, 若 $P(A)=0.7, P(B)=0.5, P(A-B)=0.3$, 则
 $P(A \cup B) =$ _____, $P(B|A) =$ _____。

3. 设随机变量 $X \sim \pi(\lambda)$, 且 $E[(X-1)(X-2)] = 1$, 则 $\lambda =$ _____。

4. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其概率密度函数是 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2 - 2x - 1}$, 则

$E(X) =$ _____, $D(X) =$ _____。

5. 设离散型随机变量 X 的分布律为:

X	0	1	2
$P(X = x_i)$	0.5	θ	0.2

则 $\theta =$ _____, X 的分布函数 $F(x) =$ _____。

6. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是取自该总体 X 的样本, 且 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \text{ 则 } \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \text{_____}, \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim \text{_____}。$$

7. 设总体 X 的概率分布律为:

X	1	2	3
$P(X = x_i)$	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 θ 为未知参数 ($0 < \theta < 1$)。现抽得一个样本 $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 1,$

$x_5 = 2$ 。则 θ 的矩估计值为_____。

三 计算题

1 一批同样规格的零件由甲, 乙, 丙三个工厂共同生产, 产品数量分别占总产量的 20%, 40% 和 40%, 次品率分别为 5%, 4% 和 3%。今任取一零件, 求: (1) 该零件是次品的概率; (2) 若已知任取的这件零件是次品, 问它是由甲厂生产的概率为多少? (8分)

2 设随机变量 X 的概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} Ax(x+1), & 0 < x < 1 \\ 0 & , \text{其他} \end{cases}$$

求: (1) 常数 A ; (2) 概率 $P(|X| < \frac{1}{2})$; (3) 方差 $D(X)$ 。(10分)

3 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律为:

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	a	0.1	0
0	0	b	0.2
1	0.2	0.1	c

且 $P(XY \neq 0) = 0.4$; $P(Y \leq 0 | X \leq 0) = 2/3$ 。试求: (1) a, b, c 的值; (2) X, Y 的边缘分布律; (3) $X + Y$ 的概率分布律。(10 分)

4. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为:
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 X、Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$, 并说明 X 与 Y 是否独立, 是否相关? (10 分)

5. 已知某班级的学生身高(cm) $X \sim N(\mu, 6^2)$, 现抽取 9 名学生, 测得平均身高 $\bar{x} = 165$ (cm),

求 μ 的置信度为 0.95 的(双侧)置信区间. ($u_{0.05} = 1.65$, $u_{0.025} = 1.96$) (8 分)

6. 设总体 X 的概率密度函数为:

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 为取自总体 X 的样本, 样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 。求

(1) θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$; (2) 判断 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计, 说明理由; (3) 方差 $D(\hat{\theta})$ 。

(10 分)

12 2020—2021 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一 填空题（每小题 4 分，满分 20 分）

1 一批产品，其中 10 件正品，2 件次品，任意抽取 2 次，每次抽 1 件，抽出后不再放回，则第 2 次抽出的是次品的概率为_____。

2. 设 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 $P\{2 < X < 4\} = 0.2$, 则 $P\{X < 0\} =$ _____

3. 设 $X \sim \pi(3)$, $Y \sim U(0,6)$ 且相互独立, 则 $E(X-Y)^2 =$ _____

4. 随机变量 X 满足 $E(X) = \mu$, $D(X) = \sigma^2$, 则由切比雪夫不等式有 $P\{|x - \mu| \geq 4\sigma\}$ _____

5. 已知随机变量 X 服从自由度为 n 的 t 分布, 则随机变量 X^2 服从的分布是_____

二、选择题（每小题 4 分满分 20 分）

1. 设 A, B 为两个随机事件, 且 $P(AB) > 0$, 则 $P(A|AB) =$ ()

A. $P(A)$ B. $P(AB)$ C. $P(A|B)$ D. 1

2. 有 γ 个球, 随机地放在 n 个盒子中 ($\gamma \leq n$), 则某指定的 γ 个盒子中各有一球的概率为_____。

(A) $\frac{\gamma!}{n^\gamma}$ (B) $C_n^\gamma \frac{\gamma!}{n^\gamma}$ (C) $\frac{n!}{\gamma^n}$ (D) $C_\gamma^n \frac{n!}{\gamma^n}$

3. 已知 $X \sim B(10, 0.4)$, 则 $E(X^2 + 2X + 4) =$ ()

A. 30.4 B. 18.4 C. 30 D. 18

4 设 $f(x) = \begin{cases} a+bx, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 且 $P(x \leq \frac{1}{2}) = \frac{3}{8}$, 则 ()

A. $a=1, b=2$ B. $a=1, b=0$ C. $a=1/2, b=1$
D. $a=1/2, b=1/2$

5 设总体 $X \sim N(0,1)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本, 则下列统计量中不正确的是()

A. $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n)$ B. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \sim N(0,1)$ C. $\frac{\sqrt{n-1}X_1}{\sqrt{\sum_{i=2}^n X_i^2}} \sim t(n-1)$ D. $\frac{X_1^2}{X_2^2} \sim F(1,1)$

三、解答题（满分 60 分）

1. (共 8 分) 两台车床加工同样的零件, 第一台出现废品的概率是 0.03, 第二台出现废品的概率是 0.02, 加工出来的零件放在一起, 并且已知第一台加工的零件比第二台加工的零件多一倍, 求: (1) 任意取出的零件是合格的概率; (2) 如果任意取出的零件是废品, 求它是第二台车床加工的概率。

2、(10 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} ax, & 0 < x < 1, \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求(1)常数 a ; (2) $F(x)$; (3) $P(1/2 \leq x \leq 3)$.

3. (共 20 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为:

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x, & 0 \leq y \leq 1 - x, 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases},$$

求: (1) (X, Y) 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$, 并说明 X 与 Y 是否独立;

(2) $E(X), E(Y), E(XY)$, 并说明 X 与 Y 是否相关。

4. (共 12 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布列为:

$X \backslash Y$	0	1	2
1	0.1	a	0
2	0.3	0.2	b

已知 $P(X=1)=0.25$ 。求: (1) a, b 的值; (2) X, Y 的边缘分布列; (3) $D(X), D(Y)$

5. (共 10 分) 设总体 X 的分布函数为: $F(x, \beta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^\beta}, & x > 1, \\ 0, & x \leq 1 \end{cases}$, X_1, \dots, X_n 是来自于 X

的简单随机样本, 如果取得样本观测值为 x_1, x_2, \dots, x_n , 求 β 的矩估计值和极大似然估计值。

13 2019—2020 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一 单项选择题（共 20 分，每题 4 分）

1 设 A, B 为任意两个随机事件，下列选项中正确的是（ ）

- (A) $P(AB) = 1 - P(\overline{A}\overline{B})$ (B) $P(AB) = P(A)P(B)$
 (C) $P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB)$ (D) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

2 设 (X, Y) 服从区域 $D = \{(x, y) | 0 < x < 2, 0 < y < 3\}$ 上的二维均匀分布，则 X 的边缘密度函数 $f_X(x) =$ （ ）

- (A) $\begin{cases} 3, & 0 < x < 3 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 2, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$ (C) $\begin{cases} \frac{1}{3}, & 0 < x < 3 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$ (D) $\begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$

3. 若随机变量 X 与 Y 满足： $E(XY) = E(X)E(Y)$ ，则有（ ）

- (A) $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$ (B) $D(XY) = D(X)D(Y)$
 (C) X 与 Y 相互独立 (D) X 与 Y 不独立

4 设 $X_i = \begin{cases} 0, & \text{事件 } A \text{ 不发生} \\ 1, & \text{事件 } A \text{ 发生} \end{cases} (i = 1, 2, \dots, 10000)$, 且 $P(A) = 0.2$, $X_1, X_2, \dots, X_{10000}$ 相互独立, 令

$Y = \sum_{i=1}^{10000} X_i$, 则由中心极限定理知 Y 近似服从的分布是（ ）

- (A) $N(0, 1)$ (B) $N(2000, 1600)$ (C) $N(8000, 1600)$ (D) $N(2000, 8000)$

5. 设 X_i 是总体 $N(0, 1)$ 的样本 ($i = 1, 2, 3, 4, 5$), 若 $\frac{k(X_1 + X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}}$ 服从 $t(n)$ 分布, 则下面结

论正确的是()

- (A) $k = \frac{\sqrt{6}}{2}, n = 2$ (B) $k = \frac{\sqrt{6}}{2}, n = 3$ (C) $k = \frac{1}{3}, n = 3$ (D) $k = \sqrt{2}, n = 4$

二 填空题（共 24 分，每题 4 分，每空 2 分）

1. 已知 $P(B) = 0.2, P(A \cup B) = 0.8$, 且 A 与 B 相互独立, 则 $P(A) =$ _____, $P(AB) =$ _____。

2. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $P\{X = 0\} = \frac{1}{3}$, 则 $E(X) =$ _____, $D(X) =$ _____。

3. 设 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 $P\{2 < X < 4\} = 0.2$, 则 $P\{X > 2\} =$ _____,

$P\{X < 0\} = \underline{\hspace{2cm}}。$

4. 设随机变量 X 和 Y 的联合分布律为：

X \ Y	-1	1
-1	0.3	0.3
1	0.3	0.1

则 $P(X = -1) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $P(X = Y) = \underline{\hspace{2cm}}。$

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， (X_1, X_2, \dots, X_n) 是取自该总体 X 的样本，则 $\bar{X} \sim \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \underline{\hspace{2cm}}。$

6. 已知 $X \sim N(0, 1)$ ， $Y \sim \chi^2(n)$ ， $Z \sim \chi^2(m)$ ，且 X, Y, Z 相互独立，则 $\frac{X}{\sqrt{Y/n}}$ 服从分布是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ， $\frac{X/n}{Y/m}$ 服从分布是 $\underline{\hspace{2cm}}。$

三 计算题

1. 设某人从外地赶来参加紧急会议。他乘火车、轮船、汽车或飞机来的概率分别为 $\frac{3}{10}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{10}$ 和 $\frac{2}{5}$ 。如果他乘飞机来，则不会迟到；而乘火车、轮船或汽车来迟到的概率分别为 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{12}$ 。试问：
- (1) 他迟到的概率；
- (2) 此人若迟到，试推断他是通过怎样的交通工具来参会的可能性最大？（10 分）

2. 随机变量 X 的概率密度函数为：

$$f(x) = \begin{cases} a+x, & -1 \leq x < 0 \\ b-x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

若已知 $E(X) = 0$ 。求：1. 常数 a, b ； 2. 概率 $P(|X| \leq \frac{1}{3})$ ， 3. 方差 $D(X)$ 。（10 分）

3. 设二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布列(如下图所示). 求:

(1) X 的边缘分布列; (2) $E(XY)$; (3) $P(2X + Y = 5)$; (4) 判断 X, Y 是否独立. (10 分)

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0.2	0.2	0.2
2	0.1	0.1	0.2

4. 某供电站供应地区 1000 户居民的用电, 各户用电相对独立, 已知每户日用电量(单位: 度)服从 $[6, 12]$ 上的均匀分布, 求这 1000 户居民日用电量超过 9100 度的概率。(已知 $\sqrt{30} = 5.4772, \Phi(1.83) = 0.9664$) (8 分)

5. 已知某班级的学生身高(cm) $X \sim N(\mu, 6^2)$, 现抽取 9 名学生, 测得平均身高 $\bar{x} = 165$ (cm),

求 μ 的置信度为 0.95 的(双侧)置信区间. ($u_{0.05} = 1.65$, $u_{0.025} = 1.96$) (8 分)

6. 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6x}{\theta^3}(\theta - x), & 0 < x < \theta \\ 0, & \text{其他} \end{cases}.$$

X_1, X_2, \dots, X_n 为取自总体 X 的简单随机样本, 样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则

- (1) 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$;
- (2) 判断矩估计量 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计, 并说明理由;
- (3) 求 $D(\hat{\theta})$. (10分)

14 2018—2019 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一 填空题 (共 20 分, 每空 4 分)

1. 已知 $P(B) = 0.7$, $P(B - A) = 0.3$, 且 A 与 B 相互独立, 则 $P(A) =$ _____;
2. 设随机变量 X 的概率密度函数为: $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$, 以 Y 表示对 X 的三次独立重复观察中事件 $(X \leq \frac{1}{2})$ 出现的次数, 则 $P(Y = 2) =$ _____;
3. 已知 $X \sim N(-3, 1)$, $Y \sim N(2, 1)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $X - 2Y \sim$ _____。
4. 设随机变量 $X \sim e(\lambda)$, $Y = -2X + 1$, 则 X 与 Y 的相关系数 $\rho(X, Y) =$ _____。
5. 设总体 $X \sim N(\mu, 1)$, (X_1, X_2, X_3) 为其样本, 若估计量 $\hat{\mu} = \frac{1}{6}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + kX_3$ 为 μ 的无偏估计量, 则 $k =$ _____。

二 选择题 (共 20 分, 每题 4 分)

1. 设 A, B 为任意两个随机事件, 下列选项中错误的是 ()
(A) $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ (B) $P(AB) = P(A)P(B)$
(C) $P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB)$ (D) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
2. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, X 的分布函数为 $\Phi(x)$, 则 $P(|X| > 2)$ 的值为 ()
(A) $2[1 - \Phi(2)]$. (B) $2\Phi(2) - 1$.
(C) $2 - \Phi(2)$. (D) $1 - 2\Phi(2)$.
3. 若随机变量 X 与 Y 不相关, 则下列结论不一定成立的是 ()
(A) $E(XY) = E(X)E(Y)$ (B) $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$
(C) X 与 Y 不相关 (D) X 与 Y 独立
4. 设 (X, Y) 服从区域 $D = \{(x, y) | 0 < x < 2, 0 < y < 3\}$ 上的二维均匀分布, 则 X 的边缘密度函数 $f_X(x) =$ ()
(A) $\begin{cases} 3, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 2, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ (C) $\begin{cases} \frac{1}{3}, & 0 < x < 3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ (D) $\begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
5. 设 X_i 是总体 $N(0, 1)$ 的样本 ($i = 1, 2, 3, 4, 5$), 若 $\frac{k(X_1 + X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}}$ 服从 $t(n)$ 分布, 则下面结论正确的是 ()

$$(A) k = \frac{\sqrt{6}}{2}, n = 2; (B) k = \frac{\sqrt{6}}{2}, n = 3; (C) k = \frac{1}{3}, n = 3; (D) k = \sqrt{2}, n = 4$$

三.(10 分) 玻璃杯成箱出售，每箱 20 只。假设各箱含 0, 1, 2 只残次品的概率相应为 0.8, 0.1 和 0.1。一顾客欲购一箱玻璃杯，在购买时售货员随意取一箱，而顾客随机地察看 4 只，若无残次品，则买下该箱玻璃杯，否则退回。试求：

1. 顾客买下该箱的概率；
2. 在顾客买下的一箱中，确实没有残次品的概率。

四. (12 分) 已知随机变量 X 的概率密度函数为：

$$f(x) = \begin{cases} Ax(x+1), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

求: 1. 常数 A ; 2. 随机变量 X 的分布函数 $F(x)$; 3. $P(|X| < \frac{1}{2})$ 。

五. (12 分) 设 (X, Y) 的联合分布律表为:

$X \backslash Y$	0	1	2
1	0.1	0.1	a
2	0.1	b	0.2

已知: $E(X) = E(Y)$ 。 1. 求 a, b 的值; 2. 求分别关于 X 与 Y 的边缘分布律; 3. 求协方差 $Cov(X, Y)$ 。

六. (8 分) 某学校有 10000 名住校生, 每人以 80% 的概率去本校食堂就餐, 每个学生是否去就餐相互独立, 问: 食堂应至少设多少个座位, 才能以 95% 的概率保证去就餐的同学都有座位? (已知 $\Phi(1.28) = 0.9$, $\Phi(1.65) = 0.95$, $\Phi(1.96) = 0.975$)

七. (8 分) 已知某班级的学生身高(cm) $X \sim N(\mu, 6^2)$, 现抽取 9 名学生, 测得平均身高 $\bar{x} = 165$ (cm), 求 μ 的置信度为 0.95 的双侧置信区间。

八. (10 分) 设总体 X 的概率密度函数为:

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自该总体的一个样本, 求未知参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量。

15 2017—2018 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一、填空题（共 24 分，每空 3 分）

1. 设 A, B 为随机事件, $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$, $P(A|B) = 0.8$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.
2. 设随机变量 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 4, D(X) = 2.4$, 则 $n =$ _____, $p =$ _____.
3. 设 $D(X) = 9, D(Y) = 4, \rho_{XY} = -0.5$, 则 $COV(X, 2X - 3Y) =$ _____.
4. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} c, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x; \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$
则 $P(X + Y > 1) =$ _____.
5. 设总体 X 服从参数为 $\lambda = 1/2$ 的指数, X_1, X_2, X_3 为 X 的一个样本, 则
 $Cov(X_1 - X_2, X_2) =$ _____ ; $E(X_1 X_2 - 2X_3^2) =$ _____.
6. 随机变量 X 和 Y 数学期望都是 3, 方差分别为 1 和 9, 而相关系数为 -0.6 , 则根据契比雪夫不等式 $P(|X - Y| \geq 6) \leq$ _____.

二、选择题（共 20 分，每题 4 分）

1. 设离散型随机变量 X 的分布律为

X	0	1	2	3
p	0.1	0.3	0.4	0.2

$F(x)$ 为其分布函数, 则 $F(1) =$ ()

- A. 1 B. 0.4 C. 0.8 D. 0.2
2. 设随机变量 $X \sim N(1, 2^2), Y \sim N(1, 2)$, 已知 X 与 Y 相互独立, 则 $2X - 4Y$ 的方差为 ()
A. 82 B. 10 C. 22 D. 48
 3. 设随机变量 $X \sim B\left(4, \frac{2}{3}\right)$, 则 $P(X \geq 1) =$ ()
A. $\frac{1}{81}$ B. $\frac{8}{81}$ C. $\frac{80}{81}$ D. $\frac{27}{81}$
 4. 设离散型随机变量 (X, Y) 的联合概率分布律为

X \ Y	Y		
	-1	1	2
0	1/12	1/3	1/4
1	1/12	1/6	1/12

记 (X, Y) 的联合分布函数为 $F(x, y)$, 则 $F(1, 1) =$ ()

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 未知, X_1, X_2, X_3, X_4 为来自总体 X 的一个样本, 下列

关于 μ 的三个无偏估计: $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$, $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{5}X_1 + \frac{1}{5}X_2 + \frac{1}{5}X_3 + \frac{2}{5}X_4$,

$\hat{\mu}_3 = \frac{1}{6}X_1 + \frac{2}{6}X_2 + \frac{2}{6}X_3 + \frac{1}{6}X_4$ 中, 哪一个是最有效的? ()

- A. $\hat{\mu}_1$ B. $\hat{\mu}_2$ C. $\hat{\mu}_3$ D. 无法比较

三 (10 分) 一个企业有甲乙丙三个分厂, 各厂产品占总产品的比重为 80%, 12%, 8%。三个分厂的产品次品率依次为 0.1, 0.2, 0.3。今从所有产品中任取一件, 求:

(1) 该产品是合格品的概率;

(2) 若取得一件产品是合格品, 那么该产品来自于甲厂的概率。

四. (16 分) 设 (X, Y) 的联合概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} C, & 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq x \leq y \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,

求: (1) 常数 C ; (2) 关于 X 及 Y 的边缘密度; (3) X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} .

五. (14 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为 (左下表)

求: (1) (X, Y) 分别关于 X, Y 的边缘分布律; (2) $E(X), E(Y), D(X), D(Y), \text{Cov}(X, Y)$.

$\begin{smallmatrix} Y \\ X \end{smallmatrix}$	-3	0	3
-3	0	0.2	0
0	0.2	0.2	0.2
3	0	0.2	0

六. (10 分) 设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_{50} 相互独立, 且都服从参数为 $1/4$ 的指数分布, 利用中

心极限定理求概率 $P(180 < \sum_{i=1}^{50} X_i < 220)$ 的值 (结果用 $\Phi(\cdot)$ 表示)。

七. (6 分) 已知总体 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x > \theta, \\ 0, & x \leq \theta \end{cases}$, θ 为未知常数,

X_1, X_2, \dots, X_n 为从总体 X 抽取的一个简单随机样本, 样本均值为 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$. 求参数

θ 的矩估计 $\hat{\theta}$;

16 2013—2014 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一、填空题(满分 20 分)

1. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$, $-\infty < x < +\infty$, 则 X 的分布函数为

$F(x) =$ _____。

2. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $P\{X=0\} = \frac{1}{3}$, 则 $\lambda =$ _____。

3. 设 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 $P\{2 < X < 4\} = 0.2$, 则 $P\{X < 0\} =$ _____。

4. 已知 $D(X)=2$, $D(Y)=1$, 且 X 和 Y 相互独立, 则 $D(X-2Y)=$ _____。

5. 已知随机变量 X 服从自由度为 n 的 t 分布, 则随机变量 X^2 服从的分布是_____。

二、选择题(满分 20 分)

1. 设 A, B 为两个随机事件, 且 $P(AB) > 0$, 则 $P(A|AB) =$ ()

A. $P(A)$ B. $P(AB)$ C. $P(A|B)$ D. 1

2. 有 γ 个球, 随机地放在 n 个盒子中 ($\gamma \leq n$), 则某指定的 γ 个盒子中各有一球的概率为_____。

(A) $\frac{\gamma!}{n^\gamma}$ (B) $C_n^r \frac{\gamma!}{n^\gamma}$ (C) $\frac{n!}{\gamma^n}$ (D) $C_\gamma^n \frac{n!}{\gamma^n}$

3. 已知 $D(X)=1$, $D(Y)=25$, $\rho_{XY}=0.4$, 则 $D(X-Y) =$ ()

A. 6 B. 30 C. 22 D. 46

4. 设 $X_i = \begin{cases} 0, & \text{事件 } A \text{ 不发生} \\ 1, & \text{事件 } A \text{ 发生} \end{cases} (i=1, 2, \dots, 10000)$, 且 $P(A)=0.8$, $X_1, X_2, \dots, X_{10000}$ 相互独立, 令

$Y = \sum_{i=1}^{10000} X_i$, 则由中心极限定理知 Y 近似服从的分布是 ()

A. $N(0,1)$ B. $N(8000,40)$ C. $N(1600,8000)$ D. $N(8000,1600)$

5. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则随 σ 的增大, 概率 $P(|X - \mu| < \sigma)$ ()

A. 单调增大 B. 保持不变 C. 单调减少 D. 增减不定

三、计算题(满分 60 分)

1. 某商店拥有某产品共计 12 件, 其中 4 件次品, 已经售出 2 件, 现从剩下的 10 件产品中任取一件, 求这件产品是正品的概率。(7 分)

2、二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为: $f(x, y) = \begin{cases} Axy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$,

试求: (1) 常数 A; (2) (X, Y) 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 、 $f_Y(y)$;
(3) $P(X+Y \geq 1)$ 。(12 分)

3. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布列为:

X \ Y	0	1	2
1	0.1	a	0
2	0.3	0.2	b

已知 $P(X=1) = 0.25$ 。求: (1) a, b 的值; (2) X, Y 的边缘分布列; (3) $D(X), D(Y)$ (12 分)

4. 随机变量 X 和 Y 数学期望都是 2, 方差分别为 1 和 4, 而相关系数为 0.5, 根据契比雪夫不等式估计概率 $P(|X - Y| \geq 6)$ 。(7 分)

5. 设总体 $X \sim N(40, 5^2)$

(1). 抽取容量为 36 的样本, 求样本均值 \bar{X} 在 38 和 43 之间的概率.

(2). 抽取容量为 64 的样本, 求 $|\bar{X} - 40| < 1$ 的概率. (10 分)

($\Phi(0.2)=0.5793, \Phi(0.4)=0.6554, \Phi(1)=0.8413, \Phi(1.6)=0.9452, \Phi(2)=0.9772, \Phi(2.4)=0.991$

$8, \Phi(3)=0.9987, \Phi(3.6)=0.9998, \Phi$ 为标准正态分布函数)

6. 设总体 X 的分布函数为: $F(x, \beta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^\beta}, & x > 1 \\ 0, & x \leq 1 \end{cases}$, X_1, \dots, X_n 是来自于 X 的简单随机

样本, 如果取得样本观测值为 x_1, x_2, \dots, x_n , 求 β 的矩估计值和极大似然估计值. (12 分)

数学通识必修课系列试卷汇总

(试题册和答案册配套, 为两个小册子, 这里为了节省空间, 就将两本册子写在了一块儿)
(版本号与年份有关; 发行次数会根据当年发行情况进行修改)

高等数学 A2 期末系列: (具体内容请见高等数学 A2 试题册尾页)

高等数学 A2 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 B2 期末系列: (具体内容请见高等数学 B2 试题册尾页)

高等数学 B2 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 B2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 A 期末系列:

线性代数 A 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末系列:

线性代数 B 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末系列:

概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 B 期末系列:

概率论与数理统计 B 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计期末练习系列:

概率论与数理统计练习试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf