理工大学期末考试（附答案）

《理论力学》试卷（A卷）

注意事项：1. 考前请将密封线内填写清楚：
2. 所有答案请直接答在试卷上：
3. 考试形式：闭卷：
4. 本试卷共 六 大题，满分100分， 考试时间120分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六六六	总 分
得 分							
评卷人							

一、判断题（正确打“√”，错误打“×”，每小题 2 分，共 10 分）

1、平面任意力系，只要主矢 $\vec{F}_R' \neq\neq\neq 0$最后必可简化为一合力。 （ √√ ）

2、刚体在 3 个力的作用下平衡，这 3 个力不 一定在同一个平面内。（ × ）

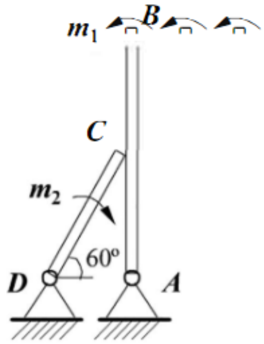
3、某刚体作平面运动时，若 A 和 B 是其平面图形上的任意两点，则速度投影定 理$[\vec{v}_A]_{AB}=[\vec{v}_B]_{AB}$恒成立。 （ √√ ）

√、作瞬时平移的刚体，该瞬时其惯性力系向质心简化，主矩为零。 （ × ）

5、当牵连运动为定轴转动时 一定有科氏加速度。 （ × ）

二、选择题（每一小题只有一个正确答案，多选不给分。请将正确答案的序号填入括号内。每题 3 分，共 1分)

1、已知杆 AB 和 CD 的自重不计，且在 C 处光滑接触。若作用在 AB 杆上的力偶矩为 m_1，欲使系统保持平衡，需在 CD 杆上施加力偶矩 m_2，其大小为(　A　)。



A、 $m_2 = m_1$；　　B、 $m_2 = \frac{4}{3}m_1$；

C、 $m_2 = 2m_1$；　　D、 $m_2 = \frac{1}{2}m_1$。

2、平面一般力系的二力矩式平衡方程为 $\sum F_y = 0, \sum M_A(F_i) = 0, \sum M_B(F_i) = 0$，其适用条件是（　D　）。

A、 A、B 两点均在 y 轴上；　　B、 y 轴垂直于 A、B 连线；

C、 x 轴垂直于 A 、B 连线；　　D、 y 轴不垂直于 A、B 连线。

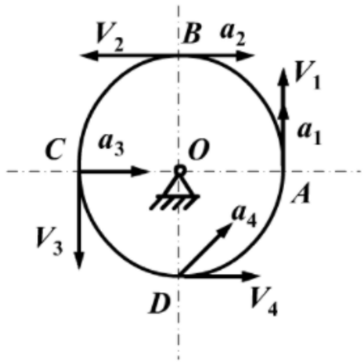
3、圆盘作定轴转动，若某瞬时其边缘上 A、B、C、D 四点的速度、加速度如图所示，则（ D）的运动是可能的。

（A）点 A、B；

（B）点 A、C；

（C）点 C、B；

（D）点 C、D。



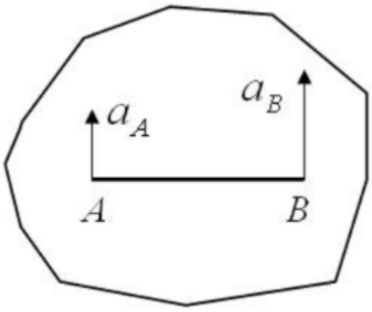
4、平面图形上任意两点 A、B 的加速度 $\boldsymbol{a}_A$、$\boldsymbol{a}_B$ 与 A、B 连线垂直，且 $\boldsymbol{a}_A \neq \boldsymbol{a}_B$，则该瞬时平面图形的角速度 ω 和角加速度 α 为（　C　）。

A、 $\omega \neq 0$, $\alpha \neq 0$；

B 、$\omega \neq 0$, $\alpha = 0$；

C、 $\omega = 0$, $\alpha \neq 0$；

D 、$\omega = 0$, $\alpha = 0$。



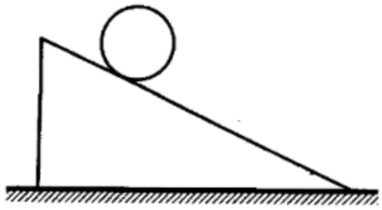
5、图示三棱柱重 P_1，放在光滑的水平面上，重 P_2 的均质圆柱体静止释放后沿斜面作纯滚动，则系统在运动过程中（ B ）。

A、动量守恒，机械能守恒；

B、沿水平方向动量守恒，机械能守恒；

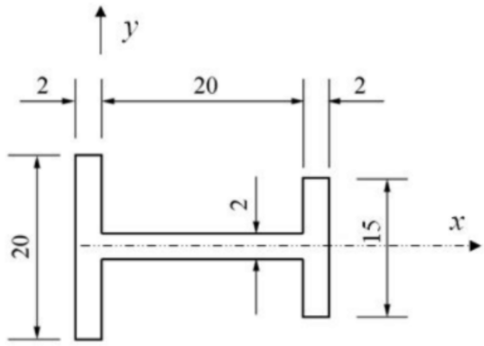
C、沿水平方向动量守恒，机械能不守恒；

D、动量、机械能均不守恒。



三、简算题（1～4 每题 5 分，5 题 10 分，共 30 分）

1、求工字型截面图形的形心，单位：cm。

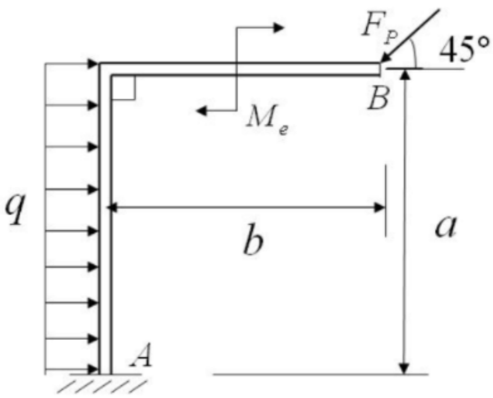


$$y_C = 0$$

$$x_C = \frac{(2\times 20)(-10)+(20\times 2)\times 10+(2\times 15)\times 21}{2\times 20+20\times 2+2\times 15}$$

$$= 9\text{cm}$$

2、如图示结构，不计自重，求固定端 A 处的约束力。



$$\sum F_x = 0$$

$$F_{Ax} = F_P \times \frac{\sqrt{2}}{2} - qa \quad \rightarrow$$

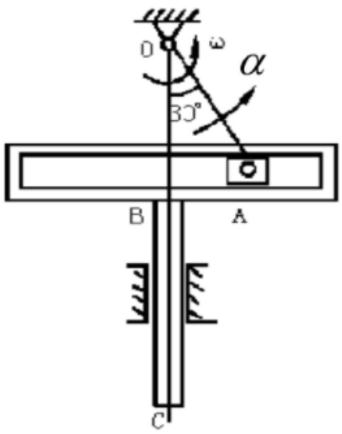
$$\sum F_y = 0$$

$$F_{Ay} = F_P \times \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \uparrow$$

$$\sum M_A = 0$$

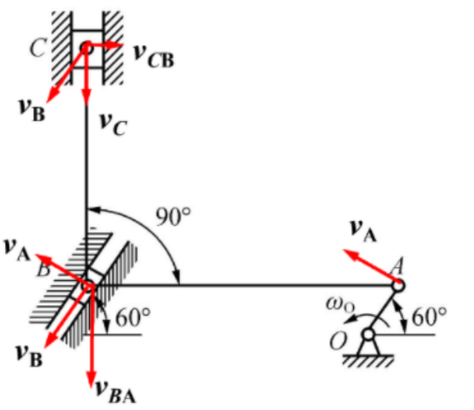
$$M_A = F_P \times \frac{\sqrt{2}}{2} b - F_P \times \frac{\sqrt{2}}{2} a + M_e + \frac{1}{2} qa^2$$

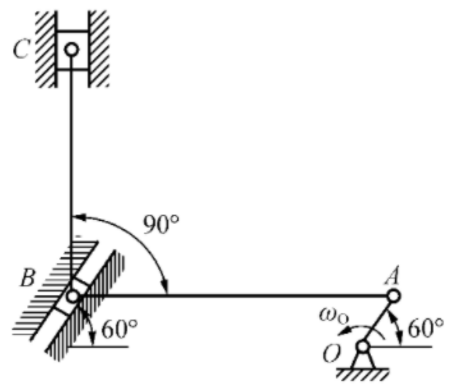
3、图示曲柄滑道机构中，曲柄长 $OA = 100\text{mm}$，并绕 O 轴转动。在某瞬时，其角速度 $\omega = 1\text{rad/s}$，角加速度 $\alpha = 1\text{rad/s}^2$，$\angle AOB = 30°$。求导杆上 C 点的加速度。



$$a_a = 746.4 m/s^2 \ \angle(a, y) = -0°4'$$

4、图示机构中，曲柄 OA 长为 r，绕 O 轴以等角速度 ω_0 转动，$AB=6r$，$BC=3\sqrt{3}r$，求图示位置时滑块 C 的速度。



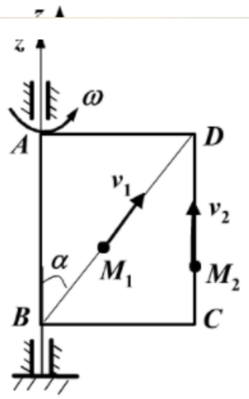


$$\vec{v}_B=\vec{v}_A+\vec{v}_{BA}$$
$$\vec{v}_C=\vec{v}_B+\vec{v}_{CB}$$

$$v_{BA}=\frac{v_A}{\sin 30^\circ}=2\omega_0 r \qquad v_B=v_{BA}\cos 30^\circ=\sqrt{3}\omega_0 r$$

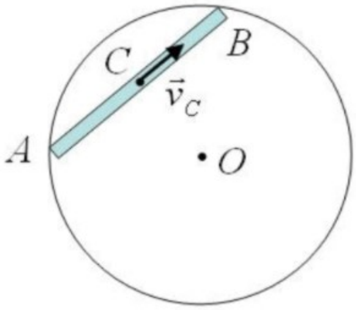
$$v_C=v_B\cos 30^\circ=\sqrt{3}\omega_0 r\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}\omega_0 r$$

或：图示矩形板 $ABCD$ 以匀角速度 ω 绕轴 z 转动，动点 M_1 沿对角线 BD 以速度 $\mathbf{v}_1$ 相对于板运动，动点 M_2 沿 CD 边以速度 $\mathbf{v}_2$ 相对于板运动，若取动系与矩形板固连，试求动点 M_1 和动点 M_2 的科氏加速度大小。



$$a_{C1}=2\omega v_1\sin\alpha \quad , \quad a_{C2}=0$$

5、图示匀质细杆的端点 **A**、**B** 在固定圆环中沿壁运动。已知：杆长为 **L**、质量为 **m**，质心 **C** 的速度大小 $\boldsymbol{v_C}$ 为常数，圆环半径为 **r**。试求惯性力系向圆心 **O** 简化的结果。

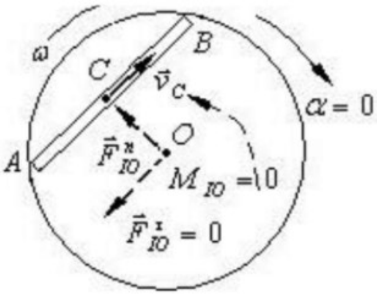


匀质细杆 AB 作定轴转动，

其转动角加速度 $\alpha=0$，其质心加速度

$$a_C^{\tau}=OC\cdot\alpha=0,\qquad a_C^{n}=\frac{v_C^2}{OC}=\frac{v_C^2}{\sqrt{r^2-L^2/4}},$$

其惯性力系向圆心 O 简化结果（大小）：



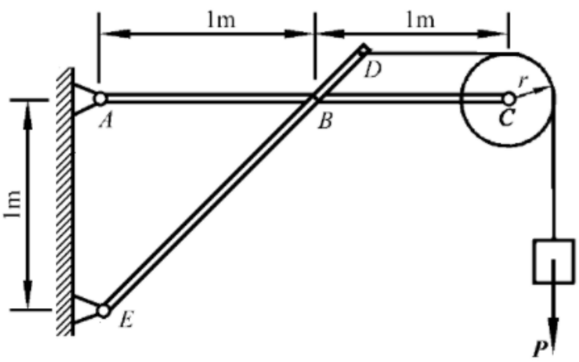
$$M_{IO}=J_O\cdot\alpha=0;$$

$$F_{IO}^{\tau}=Ma_C^{\tau}=0,$$

$$F_{IO}^{n}=Ma_C^{n}=\frac{P}{g}\frac{v_C^2}{\sqrt{r^2-L^2/4}}。$$

方向如图所示。

四、图示支架由 **AC**、**ED** 和滑轮组成，各处均由铰链连接。滑轮半径 $\boldsymbol{r=30\text{cm}}$，上面吊着重 $\boldsymbol{P=1000\text{N}}$ 的物体。试求 **A**、**E** 处的约束反力。（每取一次研究对象要画受力图再列平衡方程） (15 分)



1.整体受力图

$\boldsymbol{\sum M_A=0}$

$\boldsymbol{F_{Ex}=2.3\text{kN}}\ \rightarrow$

$\boldsymbol{\sum F_x=0}$

$\boldsymbol{F_{Ax}=2.3\text{kN}}\ \leftarrow$

2.ABC 杆连轮 C

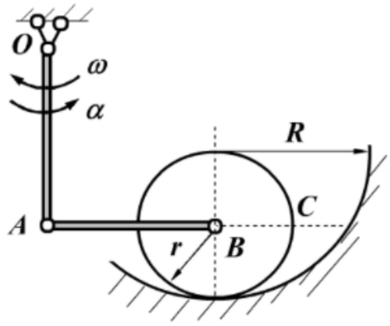
$\boldsymbol{\sum M_B=0}$

$\boldsymbol{F_{Ay}=1\text{kN}}\ \downarrow$

回到整体 $\boldsymbol{\sum F_y=0}$

$\boldsymbol{F_{Ey}=2\text{kN}}\ \uparrow$

五、平面机构如图所示，杆 AB 水平，杆 OA 垂直，杆 OA 的角速度为 $\omega = 2\,\mathrm{rad/s}$，角加速度为 $\alpha = 2\,\mathrm{rad/s^2}$，$OA = AB = R = 2r = 1\,\mathrm{m}$，轮子在圆弧槽中作无滑动滚动。试求该瞬时轮心 B 和轮边缘 C 点的速度以及 B 点的加速度大小。（15 分）



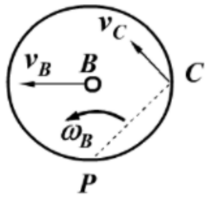
1．求 B、C 点速度（8 分）

AB 杆瞬时平动，$v_B = v_A = 2r\omega = 2\,\mathrm{m/s}$，

所以 $\omega_{AB} = 0$

对轮子：$\omega_B = \dfrac{v_B}{r} = 4\,\mathrm{rad/s}$

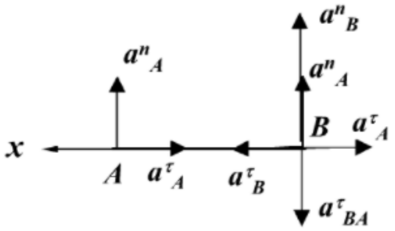
$v_C = CP \cdot \omega_B = \sqrt{2}r\omega_B = 2\sqrt{2}\,\mathrm{m/s}$



2．求 B 点加速度（7 分）

$a_A^n = 2r\omega^2$　，$a_A^\tau = 2r\alpha$　，$a_{AB}^{\mathrm{n}} = 0$

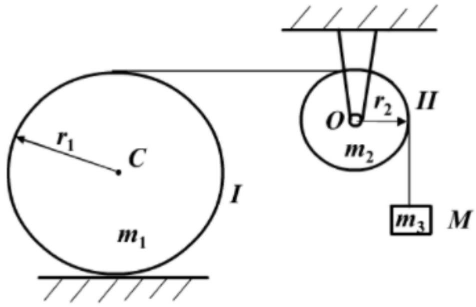
A 为基点，$a_B^\tau + a_B^n = a_A^\tau + a_A^n + a_{BA}^\tau + a_{BA}^n$



向 x 轴投影　$a_B^\tau = -a_A^\tau = -2r\alpha$　　$\alpha_B = \dfrac{|a_B^\tau|}{r} = 2\alpha$

$a_B = \sqrt{(a_B^\tau)^2 + (a_B^n)^2} = \sqrt{(2r\alpha)^2 + (r\omega_B^2)^2} = 2\sqrt{17}\,\mathrm{m/s^2}$

六、半径为 r_1、质量为 m_1 的圆盘 I 沿水平面作纯滚动，在此轮上绕一不可伸长的绳，绳的一端绕过半径为 r_2、质量为 m_2 的定滑轮 II（视作圆盘）后悬挂一质量为 m_3 的物体 M。系统开始处于静止，求重物下降 h 高度时圆盘 I 质心的加速度，并求 m_3 处绳子拉力。（15 分）



解：动能定理（4 分）

$$\frac{1}{2}J_C\varpi_C^2+\frac{1}{2}m_1v_C^2+\frac{1}{2}J_O\varpi_O^2+\frac{1}{2}m_3v^2=m_3gh$$

速度关系（3 分）

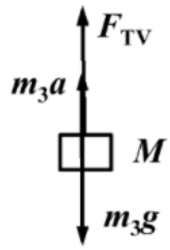
$$v=2v_C\ ,\varpi_O=\frac{v}{r_2}=\frac{2v_C}{r_2}\ ,\varpi_C=\frac{v_C}{r_1}$$

代入动能定理，得

$$v_C=\sqrt{\frac{4m_3gh}{3m_1+4m_2+8m_3}}$$ （1 分）

加速度：

$$a_C=2v_C\frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}h}=\frac{4m_3g}{3m_1+4m_2+8m_3}$$ （3 分）



绳子拉力（4 分）

$$F_{TV}=m_3g-m_3a=m_3(g-2a_C)=\frac{(3m_1+4m_2)m_3g}{3m_1+4m_2+8m_3}$$