杭州电子科技大学软件工程学院学生考试卷（B）卷

考试课程	离散数学	考试日期	年　月　日	成　绩	
课程号		教师号		任课教师姓名	
考生姓名		学号（8位）		年级		专业	

一、单项选择题（每题 2 分，共 30 分）

1. 从真值角度看，命题公式的全部类型是（ D ）
   A. 永真式　　B. 永假式
   C. 永真式，永假式　　D. 永真式，永假式，可满足式

2. 在下列含有命题 p，q，r 的公式中，是标准析取范式的是（ D ）
   A. $(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q \wedge r)$　　B. $(p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \wedge q)$
   C. $(p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r)$　　D. $(\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

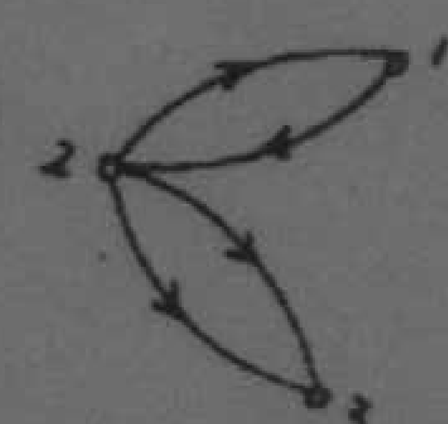
3. 谓词公式 $\forall x(P(x) \vee \exists y R(y)) \to Q(x)$ 中量词 $\forall x$ 的辖域是（ C ）
   A. $\forall x(P(x) \vee \exists y R(y))$　　B. $P(x)$
   C. $P(x) \vee \exists y R(y)$　　D. $P(x), Q(x)$

4. 设论域为整数集，下列谓词公式中真值为假的是(B)
   A. $\forall x \exists y(x \cdot y = 0)$　　B. $\forall x \exists y(x \cdot y = 1)$
   C. $\exists y \forall x(x \cdot y = x)$　　D. $\forall x \forall y \exists z(x - y = z)$

5. 下列选项中错误的是（ B ）
   A. $\phi \subseteq \phi$　　B. $\phi \in \phi$　　C. $\phi \subseteq \{\phi\}$　　D. $\phi \in \{\phi\}$

6. 下列式子正确的是（ A ）
   A. $(A-B)-C = A-(B \cup C)$　　B. $A-(B \cup C) = (A-B) \cup C$
   C. $(A-B)^c = (B-A)^c$　　D. $(A \cap B)^c \subseteq A$

7. 设 $A=\{a,b,c,d\}$，A 上的等价关系 $R=\{<a,b>,<b,a>,<c,d>,<d,c>\} \cup I_A$，则对应于 R 的 A 的划分是（ D ）
   A. $\{\{a\},\{b,c\},\{d\}\}$　　B. $\{\{a,b\},\{c\},\{d\}\}$
   C. $\{\{a\},\{b\},\{c\},\{d\}\}$　　D. $\{\{a,b\},\{c,d\}\}$

8. 设 $A=\{1,2,3\}$，A 上二元关系 R 的关系图如下：R 具有的性质是 D
   
   A. 自反性　　B. 对称性
   C. 传递性　　D. 反自反性

9. 设 R 为实数集，映射 $\sigma: R \to R, \sigma(x) = |2x| - 10$，则 σ 是（ D ）。
   A. 单射而非满射；　　B. 满射而非单射；
   C. 双射；　　D. 既不是单射也不是满射

10. 以下系统是代数系统的是（ B ）
    A. $<Z^+,->$，其中 Z^+ 是正整数集，$-$ 是数的减法运算
    B. $<A,*>$，其中 $A=\{a,b\}$，$*$ 运算定义为

*	a	b
a	a	a
b	a	b

    C. $<Z,\div>$，其中 Z 为整数集，$\div$ 是数的除法运算
    D. $<R,\div>$，其中 R 为实数集，$\div$ 是数的除法运算

11. 在实数集合 R 上，下列定义的运算中不可结合的是（ D ）
    A. $a*b=a+b+2ab$　　B. $a*b=a+b$
    C. $a*b=a+b+ab$　　D. $a*b=a-b$

12. 设实数集 R 上的二元运算 $\circ$ 为：$x \circ y = x + y - 2xy$，则 $\circ$ 不满足（ 无 ）
    A. 交换律　　B. 结合律
    C. 有等幂元　　D. 有零元

13. 在简单无向图 $G=<V,E>$ 中，如果 V 中的每个结点都与其余的所有结点邻接，则该图称为（ C ）
    A. 连通图　　B. 强连通图　　C. 完全图　　D. 平凡图。

14. 连通图 G 是一棵树，当且仅当 G 中（ B ）
    A. 有些边不是割边　　B. 每条边都是割边
    C. 无割边集　　D. 每条边都不是割边

15. 无向图 G 是欧拉图当且仅当 G 是连通的且（ C ）
    A. G 中各顶点的度数均相等
    B. G 中各顶点的度数之和为偶数
    C. G 中各顶点的度数均为偶数
    D. G 中各顶点的度数均为奇数

二、填空（每空 2 分，共 20 分）

16. 设 $M(x)$：x是猫，$P(x)$：x是动物，则命题“所有的猫都是动物”可符号化为
    $\forall x(M(x) \to P(x))$ 。

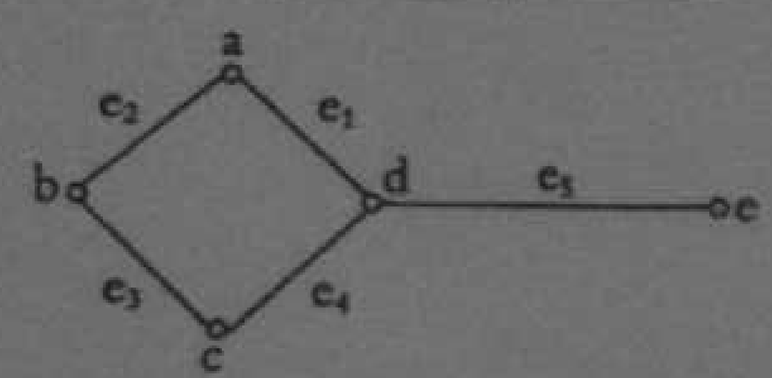
17. 设 $A=\{a,b,c\}$，R 是 A 上的二元关系，且给定 $R=\{<a,b>,<b,c>,<c,a>\}$，则 R 的
    自反闭包 $r(R)=$ $\{<a,b>,<b,c>,<c,a>,<a,a>,<b,b>,<c,c>\}$
    对称闭包 $s(R)=$ $\{<a,b>,<b,c>,<c,a>,<b,a>,<c,b>,<a,c>\}$

18. 设 $X=\{1,2,3\}$, $f:X\to X$, $g:X\to X$, $f=\{<1,2>, <2,3>, <3,1>\}$,
$g=\{<1,2>, <2,3>, <3,3>\}$,则 $g\circ f=$ $\{<1,3>,<2,1>,<3,1>\}$。

19. 设 $A=\{a,b,c,d\}$，A 上二元运算 * 定义如下：那么代数系统 $<A,*>$ 的单位元是 a，c 的逆元是 d，$d^{-1}=$ d。

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	b	a
d	d	c	a	b

20. 如下无向图割点是 d，割边是 e_5。



21. 一个结点为 n 的无向完全图，其边的数目为 $\frac{n(n-1)}{2}$。

三、计算与证明（共 50 分）

22. （8 分）证明等价式：$\exists x(A(x)\to B(x)) = \forall x A(x)\to \exists x B(x)$。

左边 $= \exists x(\neg A(x)\vee B(x))$

$= \exists x\neg A(x) \vee \exists x B(x)$

$= \neg\forall x A(x) \vee \exists x B(x)$

$= \forall x A(x) \to \exists x B(x) =$ 右边

23. （8 分）使用演绎推理的方法证明 $(A\wedge B)\to C$，$\neg D$，$\neg C\vee D \Rightarrow \neg A\vee\neg B$。

(1) $\neg D$　　P 规则

(2) $\neg C\vee D$　　P

(3) $\neg C$　　T：(1)(2)

(4) $(A\wedge B)\to C$　　P

(5) $\neg(A\wedge B)$　　T：(3)(4)

(6) $\neg A\vee\neg B$　　E：(5)

24. （10 分）设 R 是集合 X 上的二元关系，证明 R 是 X 上传递关系当且仅当 $R\circ R\subseteq R$

略：见教材 P81.

25. （8 分）设 $A=\{2,3,5,12,19\}$，等价关系 $R=\{<x,y>\mid x,y\in A\wedge x\equiv y(\mathrm{mod}\,3)\}$，写出各元素的等价类，并求 A/R。

$[2]=[5]=\{2,5\}$

$[3]=[12]=\{3,12\}$

$[19]=\{19\}$

$A/R=\{\{2,5\},\{3,12\},\{19\}\}$

26. （8 分）设 $<G,*>$ 是一个群，H 是 G 的子群，$a\in G$，定义：

$$aHa^{-1}=\{a*h*a^{-1}\mid h\in H\}.$$

证明 aHa^{-1} 是 G 的子群。

$\forall a*h_1*a^{-1}$, $a*h_2*a^{-1}\in aHa^{-1}$

$(a*h_1*a^{-1})*(a*h_2*a^{-1})^{-1}$

$=a*h_1*a^{-1}*a*h_2^{-1}*a^{-1}$

$=a*(h_1*h_2^{-1})*a^{-1}\in aHa^{-1}$

$\therefore$ ……

27. （8 分）试证：任一棵非平凡树 G 至少有两片树叶。

略．见教材 P_{202}.

杭州电子科技大学软件工程学院学生考试卷（A）卷

考试课程	离散数学	考试日期	年　月　日	成　绩	
课程号		教师号		任课教师姓名	
考生姓名		学号（8位）		年级		专业	

一、单项选择题（每题 2 分，共 40 分）

1. 令 p：今天下雪了，q：路滑，则命题“虽然今天下雪了，但是路不滑”可符号化为（ D ）
   A. $p \to \neg q$　　B. $p \vee \neg q$　　C. $p \wedge q$　　D. $p \wedge \neg q$

2. 设个体域为整数集，下列真值为真的公式是（ A ）
   A. $\forall x \exists y (x-y=0)$　　B. $\exists y \forall x (x-y=0)$
   C. $\forall x \forall y (x-y=0)$　　D. $\neg \exists x \exists y (x-y=0)$

3. 下列等价式不成立的是（ D ）
   A. $\neg \exists x A(x) = \forall x \neg A(x)$
   B. $\neg \forall x A(x) = \exists x \neg A(x)$
   C. $\forall x (A(x) \wedge B(x)) = \forall x A(x) \wedge \forall x B(x)$
   D. $\forall x (A(x) \vee B(x)) = \forall x A(x) \vee \forall x B(x)$

4. A 是含有 3 个命题变元的命题公式。若 A 的标准合取范式有 5 项，则 A 有（ B ）成真赋值。
   A. 0 种　　B. 3 种　　C. 5 种　　D. 8 种

5. 下列命题正确的是（ B ）
   A. $\{1, 2\} \subseteq \{\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, 1\}$
   B. $\{1, 2\} \subseteq \{1, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, 2\}$
   C. $\{1, 2\} \subseteq \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
   D. $\{1, 2\} \in \{1, 2, \{2\}, \{1, 2, 3\}\}$

6. 设 A, B 是两个集合，且 $B \neq \phi$，则（ C ）
   A. $A-B \subset A$　　B. $A \subset A-B$　　C. $A-B \subseteq A$　　D. $A \subseteq A-B$

7. 设 $A=\{a,b,c\}$，R 是 A 上的二元关系，$R=\{<a,a>,<a,b>,<a,c>,<c,a>\}$，那么 R 是（ D ）
   A. 反自反的　　B. 反对称的　　C. 可传递的　　D. 不可传递的

8. 集合 $A=\{1,2,3\}$ 上的下列关系矩阵中符合等价关系条件的是（ B ）
   A. $\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$　　B. $\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&1\end{bmatrix}$　　C. $\begin{bmatrix}1&1&0\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}$　　D. $\begin{bmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&1&1\end{bmatrix}$

9. 设 Z 是整数集，$E=\{\cdots, -4, -2, 0, 2, 4, \cdots\}$，$f: Z \to E, f(x)=2x$，则 f（ C ）
   A. 仅是满射　　B. 仅是单射　　C. 是双射　　D. 无逆函数

10. R 是 A 上的二元关系，以下说法中正确的是（ C ）
    A. R 要么是自反的，要么是反自反的
    B. R 要么是对称的，要么是反对称的
    C. 如果 R 是自反的，那么 R 不是反自反的
    D. 如果 R 是对称的，那么 R 不是反对称的

11. 设有代数系统 $G=<A,*>$，其中 A 是所有命题公式的集合，* 为命题公式的合取运算，则 G 的幺元是（ B ）
    A. 永假式　　B. 永真式　　C. 可满足式　　D. 公式 $p \wedge q$

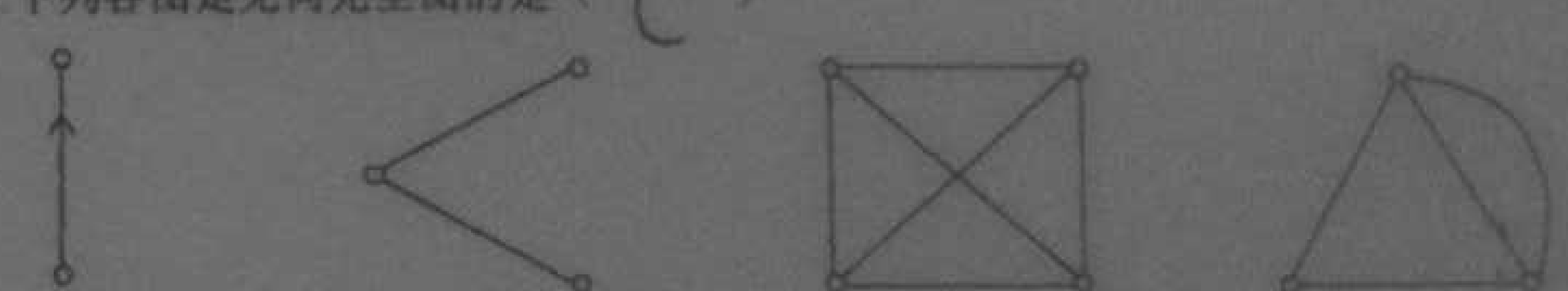
12. 下列运算中关于整数集不能构成半群的是（ D ）
    A. $a \circ b = \max\{a, b\}$　　B. $a \circ b = b$
    C. $a \circ b = 2ab$　　D. $a \circ b = |a-b|$

13. 设 $<G,*>$ 是有限循环群，则下列说法不正确的是（ A ）
    A. G 的生成元是唯一的
    B. 有限循环群中的运算 * 适合交换律
    C. G 中存在一元素 a，使 G 中任一元素都由 a 的幂组成
    D. 设 a 是 G 的生成元，则对任一正整数 i，存在正整数 j 使 $a^{-i}=a^{j}$

14. 设 R^{+} 为正实数集，* 是数的乘法运算，$<R^{+},*>$ 是一个群，则下列集合关于数的乘法运算构成该群的子群的是（ A ）
    A. $\{R^{+}$ 中的有理数$\}$　　B. $\{R^{+}$ 中的无理数$\}$
    C. $\{R^{+}$ 中的自然数$\}$　　D. $\{1, 2, 3\}$

15. 以下说法中正确的是（ D ）
    A. 阶数大于 1 的群中可能存在零元
    B. 交换群必是循环群
    C. 设群 $<G,*>$ 是 n 阶群，对于 n 的任意因子 m，必存在 m 阶子群
    D. 设群 $<G,*>$ 是 n 阶群，对于 G 的任意元素 a，必有 $a^{n}=e$（e 是单位元）

16. 下列各图是无向完全图的是（ C ）



A　　B　　C　　D

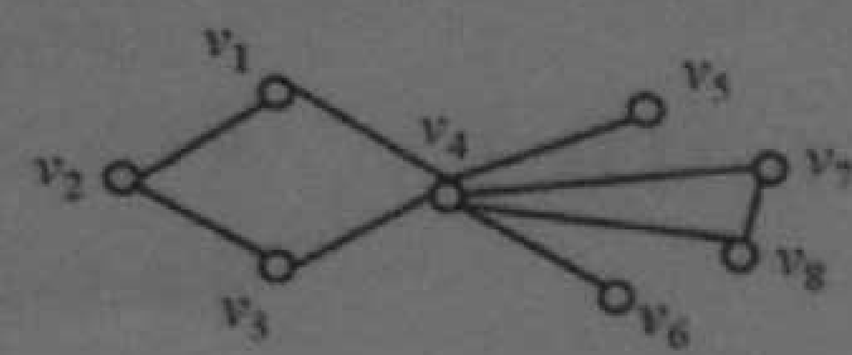
17. 无向图 G 如下图所示，下面哪个边集不是其边割集（ B ）

A. $\{<v_1,v_4>,<v_3,v_4>\}$

B. $\{<v_4,v_5>,<v_4,v_6>\}$

C. $\{<v_4,v_7>,<v_4,v_8>\}$

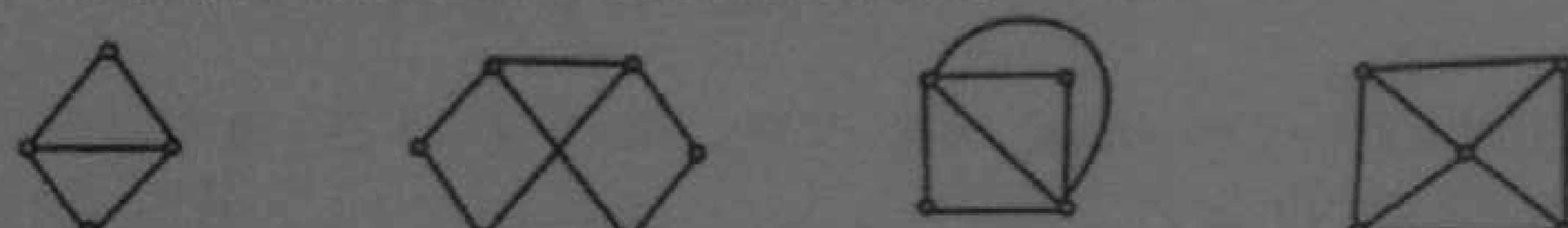
D. $\{<v_1,v_2>,<v_2,v_3>\}$



18. 给定 n 个结点的一棵树，下列说法中，（ D ）是不对的。
A. 无回路的连通图
B. 无回路但若增加一条新边就会变成回路
C. 连通且 $e=v-1$，其中 e 是边数，v 是结点数
D. 所有结点的度数大于或等于 2

19. 结点数为奇数且所有结点的度数也为奇数的连通图必定是（ D ）
A. 欧拉图　　B. 哈密尔顿图
C. 既是欧拉图又是哈密尔顿图　　D. 不存在的

20. 下列各图中既是欧拉图，又是哈密尔顿图的是（ C ）



A　　B　　C　　D

二、计算与证明（共 60 分）

21. （8 分）计算命题公式 $(p\to(q\wedge r))\to\neg p$ 的标准析取范式与标准合取范式。

p	q	r	$q\wedge r$	$p\to(q\wedge r)$	$(p\to(q\wedge r))\to\neg p$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	0

标准析取范式：$m_{000}\vee m_{001}\vee m_{010}\vee m_{011}\vee M_{100}\vee M_{101}\vee M_{110}$

——合取——：M_{111}

22. （10 分）设有推理：
(a) 没有不守信用的人是可信赖的；
(b) 有些可以信赖的人是受过教育的人；
(c) 因此，有些受过教育的人是守信用的。
试构造推理的证明，要求把推理的前提，结论符号化为谓词形式，并写出推理过程。（个体域：所有人的集合）

令：—

23. （8 分）设 $A=\{a,b,c\}$，A 上二元关系 $R=\{<a,a>,<a,c>,<b,a>\}$，求最小的自然数 $m,n,m<n$，使 $R^m=R^n$。

$M_R=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$　　$M_{R^2}=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$

$M_{R^3}=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&1\\1&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}=M_{R^2}$

$\therefore m=2,\ n=3$

24. （8 分）设 R 是 A 上的一个自反关系，证明：R 是一个等价关系，当且仅当"若 $<a,b>\in R, <a,c>\in R$，则 $<b,c>\in R$"。

证："⇒" 若 $\langle a,b\rangle\in R$，$\langle a,c\rangle \in R$ ∵ R 对称 ∴ $\langle b,a\rangle\in R$．

又∵ R 传递 ∴ $\langle b,c\rangle \in R$

"⇐" 若 $\langle a,b\rangle \in R$ ∵ R 自反 ∴ $\langle a,a\rangle \in R$

根据条件，由 $\langle a,b\rangle \in R$，$\langle a,a\rangle\in R$ 可得 $\langle b,a\rangle \in R$

∴ R 对称．

若 $\langle a,b\rangle \in R$，$\langle b,c\rangle\in R$，由 R 对称，知 $\langle b,a\rangle \in R$．

由 $\langle b,a\rangle\in R$，$\langle b,c\rangle \in R$ 知 $\langle a,c\rangle \in R$ ∴ R 传递

∴ R 是等价关系．

25. （8 分）设 $<G, *>$ 是一个群，$x\in G$，定义：$a\circ b=a*x*b, \forall a,b\in G$。证明：$<G, \circ>$ 也是一个群。

证：① $\forall a,b\in G$，$a\circ b = a*x*b \in G$ ∴ ∘ 是 G 上代数运算

② $\forall a,b,c\in G$，$(a\circ b)\circ c = (a*x*b)*x*c$

$= a*x*(b*x*c) = a\circ(b\circ c)$

③ $\forall a\in G$，$x^{-1}\circ a = x^{-1}*x*a = a$

$a\circ x^{-1} = a*x*x^{-1} = a$ ∴ x^{-1} 是 $\langle G,\circ\rangle$ 单位元

④ $\forall a\in G$，$(x^{-1}*a^{-1}*x^{-1})\circ a = x^{-1}*a^{-1}*x^{-1}*x*a = x^{-1}$

$a\circ(x^{-1}*a^{-1}*x^{-1}) = a*x*x^{-1}*a^{-1}*x^{-1} = x^{-1}$

∴ $x^{-1}*a^{-1}*x^{-1}$ 是 a 在 $\langle G,\circ\rangle$ 中逆元．

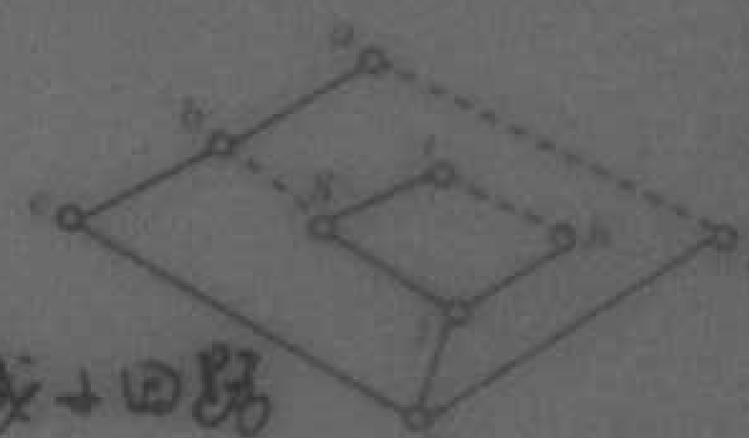
综上……

26. （10 分）如图所示一简单图 G（边包含实线边与虚线边）。

1）求此图的点连通度 $\kappa(G)$ 与边连通度 $\lambda(G)$；

2）判断此图是否为欧拉图和哈密尔顿图，并说明理由；

3）此图的生成树如图中实线部分所示，求枝 ej 的基本割集和弦 af 的基本回路。



(1) $\kappa(G) = \lambda(G) = 2$

(2) 不是欧拉图，b 是奇点

不是哈密尔顿图，如何经过的也形成一回路

(a, b, c, e, f, a)

(3) 基本割集：{ej, bg}

基本回路：(a, f, e, c, b, a)

27. （8 分）试证：在 p 阶简单图中（$p\geq 2$），必存在度数相同的顶点。

略．见教材 P186 例 6.4．

杭州电子科技大学信息工程学院学生考试卷（ A ）卷

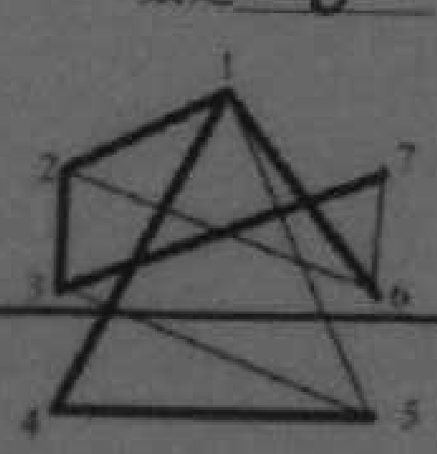
课程名称	离散数学	考试日期	年 月 日	成 绩	
考生姓名		任课教师姓名	吴钲		
学号（8位）		班级		专业	

一、填空题（每格2分，共40分）

1. 位串 01001011 与 10101101 逐位进行合取运算所得的结果是 00001001。
2. 设命题 p：小王是班长；q：小李是班长，则自然语言“小王或小李是班长（不可并列）”可符号为 $(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)$
3. 设对于某个包含 3 个命题变元 p,q,r 的命题公式，解释 $p=0,q=1,r=1$ 为其成真解释，则在该命题公式的标准析取范式中必定包含最小项 m_{011}。
4. 设个体域 $D=\{-2,4,5\}$，一阶谓词 $p(x): x>2$，$q(x): x\le -2$，则谓词公式 $\forall x(p(x)\vee q(x))$ 的真值是 1。
5. 设集合 $A=\{a,b\}, B=\{a,c\}$，则 $\rho(A)\cap\rho(B)=$ $\{\phi,\{a\}\}$
6. 设集合 A 是包含 3 个元素的集合，则在 A 上可以定义 $2^9=512$ 种二元关系，其中有 $2^6=64$ 种二元关系满足对称性。
7. 设 $A=\{a,b,c,d\}$，$\pi=\{\{a\},\{b,c\},\{d\}\}$ 是集合 A 上的一个划分。记 R 表示 A 上划分 π 所对应的等价关系，则等价类 $[a]_R=$ $\{a\}$。

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	b	a
d	d	c	a	b

8. 在整数加法群 $G=(Z,+)$ 中，$3^3=$ 9，$(-4)^{-2}=$ 8，$2^0=$ 0。
9. 在左侧运算表所给的循环群中，单位元为 a，c 的次数等于 4，$d^4=$ a。
10. 若简单连通平面图 G 的阶为 6，且有 1 个 5 度点，1 个 3 度点，其余均为 2 度点，则该图的边数是 8。



11. 在下图所示的连通图 G，粗线表示 G 的一棵生成树 T，则枝(1,4)对应的基本割集是 ______，弦 (6,7) 对应的基本回路是 (6,7,3,2,1,6)，点连通度是 2，该图 不是（填“是”或“不是”）欧拉图。

{(1,4),(3,5),(1,5)}

12. 一个树 T 有 5 个 1 度顶点，3 个 2 度顶点，其余的顶点都是 3 度顶点，T 共有 14 个顶点。

二、选择题（每题 2 分，共 16 分）

1. 与命题公式 $(p\to q)\vee\neg r$ 不等价的是 …… （C）

   A. $(p\wedge r)\to q$；B. $r\to(p\to q)$；C. $q\vee\neg(p\vee r)$；D. $p\to(r\to q)$；
2. 在以下各式中不成立的是 …… （A）

   A. $\forall x(A(x)\vee B(x))\Rightarrow\forall xA(x)\vee\forall xB(x)$；B. $\exists x(A(x)\vee B(x))\Rightarrow\exists xA(x)\vee\exists xB(x)$；

   C. $\forall xA(x)\vee\forall xB(x)\Rightarrow\forall x(A(x)\vee B(x))$；D. $\exists xA(x)\vee\exists xB(x)\Rightarrow\exists x(A(x)\vee B(x))$
3. 设 $R=\{<x,y>|x,y\in R\wedge|x-y|=1\}$ 是实数集合 R 上的二元关系，则其满足 …… （B）

   A. 自反性；B. 对称性；C. 反对称性；D. 传递性；
4. 设 R 是集合 A 上的等价关系，$[x]_R$ 表示元素 x 所在的等价类，则在以下判断中错误的是 …… （B、C）

   A. 若 $[a]_R=[b]_R$，则 aRb；B. 若 aRb，则 $[a]_R,[b]_R$ 必定等势；

   C. R 的对称闭包 $s(R)$ 也是 A 上的等价关系；D. R^c 必定不是 A 上的等价关系；
5. 若简单图 G 对应的度序列为 4，4，3，3，2，则以下说法中错误的是 …… （C）

   A. G 必定是连通图；B. G 必定不是欧拉图；

   C. G 必定不是哈密尔顿图；D. G 的任意一棵生成树有 4 条枝；
6. 设 G=<g>是 12 阶循环群，H 是其子群，则以下说法错误的是 …… （A）

   A. g^9 也是 G 的生成元；(b) H 也是循环群；(c) $\forall a\in G, aH=Ha$；(d) |H|必定是 12 的因子
7. 记 R,R^* 分别表示实数集合以及非零实数集合，则在 $(R,+),(R,\times),(R^*,+),(R^*,\times)$ 中，群的个数是 …… （B）

   A. 1 个；B. 2 个；C. 3 个；D. 4 个；
8. 以下非负整数列可以简单图化的是 …… （B）

   A. (5,5,4,4,2,1)；B. (5,3,2,2,2,2)；C. (4,3,3,3)；D. (3,3,3,1)

$M_{000} \wedge M_{001} \wedge M_{010} \wedge M_{100} \wedge M_{110}$

三．计算命题公式$(\neg p \rightarrow q) \wedge r$的标准合取范式（8 分）

解：

p	q	r	$\neg p \rightarrow q$	$(\neg p \rightarrow q) \wedge r$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

四．证明 $p \rightarrow (q \vee r), \neg s \rightarrow \neg q, p \wedge \neg s \Rightarrow r$（6 分）

证明：
(1) $p \wedge \neg s$　P规则
(2) p　T:(1)
(3) $\neg s$　T:(1)
(4) $p \rightarrow (q \vee r)$　P
(5) $q \vee r$　T:(2)(4)
(6) $\neg s \rightarrow \neg q$　P
(7) $\neg q$　T:(3)(6)
(8) r　T:(5)(7)

五．设集合 $A=\{a,b,c\}$，A 上的二元关系 R,S 分别为

$R=\{<a,a>,<a,c>,<b,c>,<c,c>\}$，$S=\{<a,b>,<b,b>,<c,a>,<c,c>\}$

求(1) $R \circ S$ 所对应的关系矩阵 $M_{R \circ S}$；(2) $R-S$ 的关系矩阵 M_{R-S}；

(3) R 的自反闭包的关系矩阵 $M_{r(R)}$；(4) R 的对称闭包的关系矩阵 $M_{s(R)}$；

(5) R 的传递闭包的关系矩阵 $M_{t(R)}$；(6) R^{-1}的关系矩阵 $M_{R^{-1}}$。（每个 2 分，共 12 分）

解：(1) $M_{R \circ S} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　(2) $M_{R-S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(3) $M_{r(R)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　(4) $M_{s(R)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(5) $M_{t(R)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　(6) $M_{R^{-1}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

六．设 G=<g>是一个 15 阶循环群，

(1) 求 g^6 的次数；(2) 求 g^6 生成的子群 G_1；(3) 求 G_1 在 G 中的指数$[G:G_1]$；

(4) 求子群 G_1 的所有生成元；

(5) 在区间[-9,5]中求满足 $g^x=g^{25}$ 的整数 x。（每个 2 分，共 10 分）

(1) $|g^6| = \frac{15}{(15,6)} = 5$

(2) $G_1 = \{g^0, g^6, g^{12}, g^{18}, g^{24}\} = \{g^0, g^3, g^6, g^9, g$

(3) $[G:G_1] = 15/5 = 3$

(4) 所有生成元为 $g^6, (g^6)^2, (g^6)^3, (g^6)^4$ (即 $g^3, g^6, g^9,$

(5) $x = -5$

七．证明在 p 阶简单图中，如果 $p \geq 2$，则必存在度数相同的点。（8 分）

略．见教材 P186 例6.4．

杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷

考试课程	离散数学		考试日期	2008 年 1 月 19 日		成 绩	
课程号		教师号		任课教师姓名		余日泰、吴铤、周丽	
考生姓名		学号(8 位)		年级		专业	

注意：所有题目（包括填空题和判断题）都需全部做在后面答题纸上，否则成绩无效。

一、填空题(每格 2 分，共 42 分)

1. 若个体域为全体整数，谓词 $E(x)$：x 是偶数，$P(x)$：x 是素数，$L(x,2): x>2$，则"没有大于 2 的偶素数"可以符号化为 $\neg\exists x(E(x)\wedge P(x)\wedge L(x,2))$

2. 若 A 是包含三个命题变元 p,q,r 的命题公式，且 $p=0,q=1,r=1$ 为 A 的成真解释，则在 A 的标准析取范式中必定包含最小项 m_{011} 。

3 命题公式 $(p\to q)\leftrightarrow r$ 的标准合取范式为 $M_{000}\wedge M_{010}\wedge M_{101}\wedge M_{110}$

4. 若集合 $A=\{1,4\}, B=\{1,2,5\}$，全集 $E=\{1,2,3,4,5,6\}$，则 $p(B^c)-p(A)=$ $\{\{3\},\{6\},\{3,4\},\{3,6\},\{4,6\},\{3,4,6\}\}$

5. 设集合 $X=\{a,b,c,d\}$，R和S是 X 上的两个二元关系，且

$$M_R=\begin{bmatrix}0110\\1100\\0101\\1001\end{bmatrix}\qquad M_S=\begin{bmatrix}1001\\0110\\0010\\1000\end{bmatrix}，则$$

(i) $\begin{pmatrix}0&1&0&1\\1&1&1&0\\1&0&0&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}$ (ii) $\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&0&1\\0&1&0&1\\0&1&1&0\end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix}1&1&1&0\\1&1&0&0\\0&1&1&1\\1&0&0&1\end{pmatrix}$ (iv) $\begin{pmatrix}0&1&1&1\\1&1&1&0\\1&1&0&1\\1&0&1&1\end{pmatrix}$

(v) $\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}$

i. 逆关系 R^{-1} 的关系矩阵为________

ii. 复合关系 $S\circ R$ 的关系矩阵为________

iii. R 的自反闭包 $r(R)$ 的关系矩阵为________。

iv. R 的对称闭包 $s(R)$ 的关系矩阵为________。

v. R 的传递闭包 $t(R)$ 的关系矩阵为________。

vi. 关系 S 最少要添加序偶 $\langle c,b\rangle,\langle d,a\rangle$ 能成为等价关系，记该等价关系为 S'。

vii. 对于等价关系 S'，元素 d 所在的等价类 $[d]_{S'}=$ $\{a,d\}$，商集 $X/S'=$ $\{\{a,d\},\{c,b\}\}$

6.以下的运算表所给的循环群中，其所有的生成元为 c, d ，$b^{-1}=$ a ，$c^{-1}=$ b ，群元素 d 的次数是 4 。

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	b	a
d	d	c	a	b

7. 群 $G=\langle Z_{12},+_{12}\rangle$ 中的非平凡子群 $H=\{0,4,8\}$ 的所有左陪集分别为 $\{0,4,8\},\{1,5,9\},\{2,6,10\},\{3,7,11\}$

8. 若树 T 是完全图 G 的生成树，在树 T 中有 8 个 1 度顶点，2 个 3 度顶点，其余的都是 4 度顶点，则 T 有 2 个 4 度顶点，树 T 共有 55 条弦。

9. 对于完全二部图 $K_{m,n}$，当 $m=n\geq 2$ 时，$K_{m,n}$ 必定是哈密尔顿图。

10.在下面演绎中，错误的是第 3 步。

（1） $\forall x\exists y(x>y)$ P 规则

（2） $\exists y(z>y)$ US 规则：（1）

（3） $z>a$ ES 规则：（2）

（4） $\forall x(x>a)$ UG 规则：（3）

（5） $a>a$ US 规则：（4）

二、判断题(每题 2 分，共 16 分)

1.数列（1,3,3,4,5,6,6）是一个无向简单图的度数列。（×）

2.A 是可满足式当且仅当 A 的标准合取范式至少有一个最大项。（×）

3.一个不是永真式的命题公式，其代换实例也一定不是永真式。（×）

4. $\exists xA(x)\wedge\exists xB(x)\Rightarrow\exists x(A(x)\wedge B(x))$ （×）

5.设函数 $f:X\to Y, A\subseteq X, B\subseteq X$，则 $f(A\cap B)=f(A)\cap f(B)$ （×）

6. 若 G 是 12 阶有限群，e 为单位，则 $\forall a\in G, a^{12}=e$。（✓）

7. R 是集合 A 上的二元关系，如果 R 是反对称的，则 R^c 也是反对称的。（×）

8.简单图 G 中有从点 u 到点 v 的二条不同的通道，则 G 中一定有回路。（×）

三、用演绎推理法证明下列推理过程：（8 分）

$p \to (q \to r), s \to p, q \Rightarrow s \to r$

(1) s 附加前提

(2) $s \to p$ P

(3) p T: (1)(2)

(4) $p \to (q \to r)$ P

(5) $q \to r$ T: (3)(4)

(6) q P

(7) r T: (5)(6)

四、设 H 是群 $<G,*>$ 的子群，证明 H 的所有不同右陪集中有且仅有一个在*下构成 $<G,*>$ 的子群。（8 分）

证明：① $He = H$ 是 G 子群

② $\forall a \in G$，$Ha \neq H$，有 $Ha \cap H = \emptyset$ ∴ $e \notin Ha$ ∴ Ha 不是子群

五、设 G 是 (p,q) 图，证明：G 连通，且任何边都是桥当且仅当 G 中无回路，且 $q = p-1$（8 分）

略（见教材 P201）

六、设 $<G,*>$ 是群，H 为 G 的子群，在集合 G 上定义二元关系：（10 分）

$R = \{<a,b> | a \in G \wedge b \in G \wedge a * b^{-1} \in H\}$，证明：

略（见教材 P135）

（1）R 是集合 G 上的等价关系；

（2）其等价类与相应的右陪集相等，即 $[a]_R = Ha$，且若 $<a,b> \in R$ 时有 $Ha = Hb$

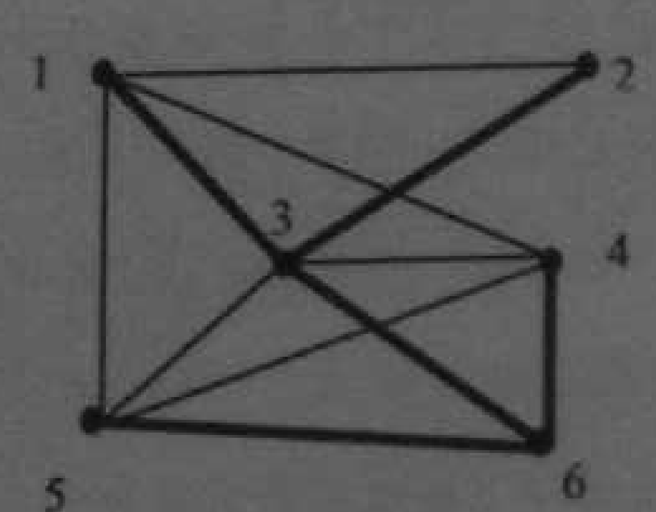
七、设图 G 如下所示，回答以下问题：（8 分）

（1） G 是否是欧拉图，若是给出欧拉闭迹；若不是，则说明理由；

（2） G 是否是哈密尔顿图，若是给出哈密尔顿回路；若不是，则说明理由；

（3） 记粗线给出的生成树为 T，则弦(1,4)构成的基本回路是什么？枝(3,6)构成的基本割集是什么？

(4) $\kappa(G), \lambda(G)$ 各是多少？



(1) 不是，3、6 是奇点

(2) 是，(1, 2, 3, 4, 6, 5, 1)

(3) 基本回路：(1, 4, 6, 3, 1)

基本割集：{(1, 5), (1, 4), (3, 5), (3, 4), (3, 6)}

(4) $\kappa(G) = 2$，$\lambda(G) = 2$

杭州电子科技大学软件职业技术学院学生考试卷（ A 卷）

考试课程	离散数学		考试日期	年　月　日	成绩		
课 程 号		教 师 号		任课教师姓名	吴铤		
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	座位号

所有答案均填写在答题纸上。

一、填空题（20 分）

1. 位串 0110110110 和 1101010101 进行按位析取运算，所得的结果为 1111110111
2. 设 A 是包含三个命题变元 p,q,r 的命题公式，且 $p=1,q=0,r=1$ 为 A 的成假解释，则在 A 的标准合取范式中必定包含最大项 M_{101}。
3. 给定解释 I 为：个体域 D 是实数集合，二元谓词 $P(x,y):x=y;Q(x,y):x<y;R(x,y):x>y$，则在解释 I 下，命题 $\forall x\forall y(\neg P(x,y)\to(Q(x,y)\vee R(x,y)))$ 的真值为 1。
4. 若 $A=\{a,b,c\}$，$B=\{a,b,d\}$，则 $A\oplus B=$ $\{c,d\}$
5. 设 R 是复数集合 C 上的等价关系，$R=\{(x,y)\mid x\in C\wedge y\in C\wedge x-y\text{是整数}\}$，则 $\frac{1}{3}$ 所在的等价类为 $\{\frac{1}{3}+k \mid k\in Z\}$
6. 设 $\langle G,\times_{11}\rangle$ 是一个群，其中 $G=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，$i\times_{11}j=(i\times j)\bmod 11$。则 5 的逆元是 9。
7. 设 $G=\langle g\rangle$ 是一个 12 阶循环群，g 是生成元，则 G 所有的生成元是 g, g^5, g^7, g^{11}
8. 设一个树有 2 个 2 度点，3 个 3 度点，4 个 4 度点，其余均是 1 度点，则该树有 13 个 1 度点。
9. 若 T 是 (p,q) 图 G 的生成树，则 T 有 $q-p+1$ 条弦。
10. 对于完全二部图 $K_{m,n}$，当 m、n 均为偶数 时，$K_{m,n}$ 必定是欧拉图。

二、选择题（16 分）

1. 使 $p=1,q=1,r=0$ 为成假解释的命题公式是（ B ）

   a) $r\to(p\wedge q)$　b) $p\to(q\to r)$　c) $(p\vee q)\leftrightarrow\neg r$　d) $(\neg p\to r)\leftrightarrow q$

2. 以下推理正确的是(A)

   a) $\forall xA(x)\vee\forall xB(x)\Rightarrow\forall x(A(x)\vee B(x))$

   b) $\exists xA(x)\wedge\exists xB(x)\Rightarrow\exists x(A(x)\wedge B(x))$

   c) $\forall x\exists yA(x,y)\Rightarrow\exists y\forall xA(x,y)$

   d) $\exists xA(x)\Rightarrow\forall xA(x)$

3. 设 R 都是集合 $A=\{1,2,3\}$ 上的二元关系，其关系矩阵为 $M_R=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}$，则其满足（多选）（ AD、

   a)自反性；b)反自反性；c)对称性；d)反对称性；e)传递性；f)均不满足；

4. 设 A,B,C 是任意集合，则以下说法正确的是（ C ）

   a) $A\cup C\subseteq B\cup C\Rightarrow A\subseteq B$
   b) $A\cap C\subseteq B\cap C\Rightarrow A\subseteq B$

   c) $A\subseteq B,C\subseteq D\Rightarrow A\cup C\subseteq B\cup D$

   d) $A\subset B,C\subset D\Rightarrow A\cup C\subset B\cup D$

5. 设 R,S 都是集合 A 上的二元关系，且均满足自反性，则以下说法错误的是（ C

   a) $R\cap S$ 是自反的；b) $R\cup S$ 是自反的；c) $R-S$ 是自反的；d) $R\circ S$ 是自反的；

6. 在整数加法群 $(Z,+)$ 中，单位元是（ A ），5 的逆元是（ D ）

   a)0；　b) 1；　c) 1/5；　d)-5；

7. 设 $\langle G,*\rangle$ 是一个交换群，$a,b\in G$ 的次数分别为 3 和 4，则 $a*b$ 的次数为 D

   a)3；　b)4；　c)6；　d)12；

8. 以下说法中正确的是 C

四. (1) $\neg p \vee q$ P规则
(2) $p \to q$ E:(1)
(3) $\neg q \vee r$ P
(4) $q \to r$ E:(3)
(5) $p \to r$ T:(2)(4)
(6) $r \to s$ P
(7) $p \to s$ T:(5)(6)

(1) $\begin{pmatrix}0&1&1&1\\1&0&1&1\\1&1&1&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&1&1&0\\1&0&1&0\\1&1&0&1\end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&1&0&1\end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&1&0&1\end{pmatrix}$

a) 哈密尔顿图一定是欧拉图。b) 完全图 Kn (n>=3) 都是欧拉图。
c) 度数为奇数的结点个数为 0 个或 2 个的连通图 G 可一笔画出。
d)若 G 是 (p,q) 简单图，则当 $q \ge p-1$ 时，G 必是连通图。

三. 判断题（16 分）

1. 若 G 是 (p,q) 简单连通图，则当 $q=p-1$ 时，G 一定是树。（✓）
2. 设 p,q 为命题变元，则 $(p\to q)\to(\neg p\vee q)$ 是永真式。（✓）
3. 若 $(G,\circ)$ 是 n 阶有限群，$a\in G$ 且 a 为 2 次元，则 n 必定是偶数。（✓）
4. 设 A 是含有 n 个命题变元的命题公式，如果 A 的标准析取范式不含最小项，则 A 必定是永假式（✓）
5. 若 R 是集合 A 上的二元关系，则如果 R 是自反的，则 R 必不是反自反的；同样地，如果 R 是对称的，则 R 就不是反对称的。（✗）
6. 若 R 是集合 A 上的关系，且 R 是对称的，则 R^{-1} 也是对称的。（✓）
7. 若 G 是 12 阶有限群，e 为单位，则 $\forall a\in G, a^{12}=e$。（✓）
8. 若简单图 G 的度序列为（3，3，3，3，4），则其必定是连通图。（✓）

四. 用演绎法证明 $\neg p\vee q, \neg q\vee r, r\to s \Rightarrow p\to s$。（8 分）

五. 设 $\langle Z_{12}^{*}, \times_{12}\rangle$ 是一个群，其中 $Z_{12}^{*}=\{1,5,7,11\}, i\times_{12} j=(i\times j)\bmod 12$，求（10 分）

（1）元素 5 的次数；（2）元素 5 的逆元；
2　5

（3）元素 5 生成的子群 H；（4）H 在 G 中的指数 $[G:H]$。
{1,5}　2

(5) H 在 G 中的所有左陪集。{1,5}，{7,11}

六. 设 R,S 都是集合 $A=\{a,b,c,d\}$ 上的二元关系，其对应的关系矩阵分别是（14 分）

$$M_R=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\1&1&0&1\end{pmatrix}, M_S=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&1&0\\0&1&0&1\end{pmatrix}，求$$

（1）R 的补关系对应的关系矩阵 M_{R^c}；
（2）$R\cap S$ 对应的关系矩阵 $M_{R\cap S}$；
（3）$R\cup S$ 对应的关系矩阵 $M_{R\cup S}$；
（4）R 的自反闭包对应的关系矩阵 $M_{r(R)}$；
（5）R 的对称闭包对应的关系矩阵 $M_{s(R)}$；
（6）R 的传递闭包对应的关系矩阵 $M_{t(R)}$；
（7）$R\circ S$ 对应的关系矩阵 $M_{R\circ S}$；

(5) $\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&1&0&1\\0&0&0&0\\1&1&0&1\end{pmatrix}$ (7) $\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&0\\0&1&1&1\end{pmatrix}$

(6) $\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\1&1&0&1\end{pmatrix}$

七. 证明在 $p\ge 2$ 阶简单图 G 中，必存在度数相等的两个顶点。（8 分）

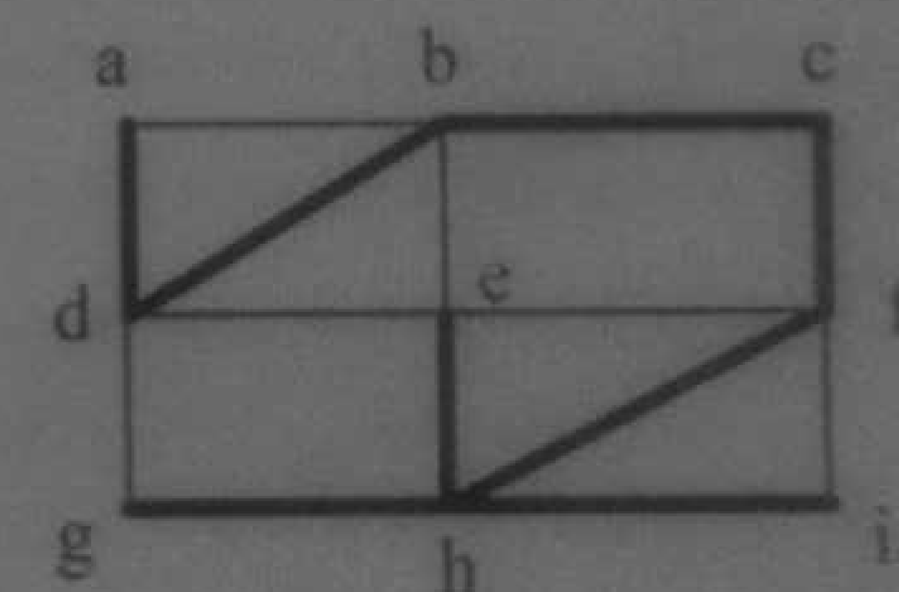
略．见教材 P186 例6-4

八. 设图 G 如下所示，回答以下问题：（8 分）

（1）G 是否是欧拉图，若是给出欧拉闭迹；若不是，则说明理由。
（2）G 是否是哈密尔顿图，若是给出哈密尔顿回路；若不是，则说明理由。
（3）记粗线给出的生成树为 T，则弦(b，e)构成的基本回路是什么？枝(b，c)构成的基本割集是什么？
（4）$\kappa(G),\lambda(G)$ 各是多少？

2，2

(1) 是．(a,d,b,e,d,g,h,e,f,h,i,f,c,b,a)
(2) 不是．存在……回路 (a,d,g,h,i,f,c,…
(3) 基本回路：(b,e,h,f,c,b)，
基本割集：{(b,c),(b,e),(d,e),(d,g)}



杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷

考试课程	离散数学	考试日期	2009 年 1 月 13 日	成 绩	
课程号		教师号		任课教师姓名	周 丽，吴 铤
考生姓名		学号(8 位)		年级	专业

注意：答案必须写在答题纸上

一、填空题（每格 2 分，共 28 分）

(1)设简单命题 p：你英语通过四级，q：你可以毕业，则复合命题“你只有英语通过四级考试，你才能毕业”可以符号化为 $q \to p$。

(2)设个体域 $D=\{1,2\}$，谓词 $P(x): x=1, Q(x): x=2$，则 $\forall x(P(x)\to Q(x))$ 的真值是 0。

(3)若某个命题公式包含 4 个命题变元，且其标准析取范式中恰有 5 个最小项，则其具有 4 个成假解释。

(4)设 $A=\{1,2\}, B=\{2,3\}$，则 $\rho(A)\oplus\rho(B)=$ $\{\{1\},\{1,2\},\{3\},\{2,3\}\}$。

(5)设 X 是具有 4 个元素的集合，则 X 上的自反关系有 2^{12} 个。

(6)若树有 5 个 1 度点，2 个 2 度点，其余均为 3 度点，则该树的边数为 9。

(7)设 $A=\{a,b,c,d\}$，$\pi=\{\{a\},\{b,c\},\{d\}\}$ 是集合 A 上的一个划分，记 R 表示 A 上划分 π 所对应的等价关系，则等价类 $[a]_R=$ $\{a\}$。

4!=24

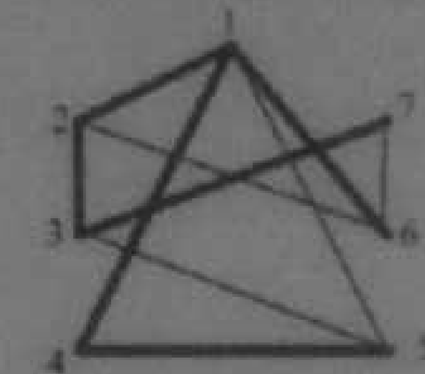
(8)设 A 是由 4 个元素构成的集合，则 $A\to A$ 上可以定义_____个双射。

(9)设 $G=<g>$ 是一个 20 阶循环群，则 $|<g^6>|=$ 10。

(10)在整数加法群 $(Z,+)$ 中，$5^{-3}=$ -15。

(11)设 Q 为有理数集，笛卡尔积 $S=Q\times Q$，$*$ 是 S 上的二元运算：$\forall(a,b),(x,y)\in S$，有 $(a,b)*(x,y)=(ax,y+b)$，则 $*$ 运算的单位元为 $(1,0)$。

(12)设 $\alpha=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\2&5&1&4&3\end{pmatrix}, \beta=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\5&3&1&2&4\end{pmatrix}$ 是集合 $\{1,2,3,4,5\}$ 上的置换，则 $\alpha^{-1}\beta=$ [illegible]。



$\{(1,4),(3,5),(1,5)\}$

(13)在左图所示的连通图 G，粗线表示 G 的一棵生成树 T，则枝(1,4)对应的基本割集是_____，弦(6,7)所对应的基本回路是 $(6,7,3,2,1,6)$。

二、选择题（每题 2 分，共 16 分）

(1)整数之间的整除关系满足(可多选)…………（A . E）

(a)自反性; (b)反自反; (c)对称性; (d)反对称性; (e)传递性。

(2)若 $p\to(q\vee r), r\to\neg p, p\vee q$ 的真值均为 T，则以下命题公式必成立的是…………（ B ）

(a) $(p\wedge q)\vee r$; (b) $\neg p\vee\neg q\vee\neg r$; (c) $p\wedge r$; (d) $\neg q\wedge r$;

(3)设 A,B 是谓词公式，则以下推理错误的是…………（ C ）

(a) $\forall x(A(x)\wedge B(x))\Rightarrow\forall xA(x)\wedge\forall xB(x)$; (b) $\exists x(A(x)\wedge B(x))\Rightarrow\exists xA(x)\wedge\exists xB(x)$

(c) $\forall x(A(x)\vee B(x))\Rightarrow\forall xA(x)\vee\forall xB(x)$; (d) $\exists x(A(x)\vee B(x))\Rightarrow\exists xA(x)\vee\exists xB(x)$

(4)与集合 $A-(B\cap C)$ 相等的集合是…………（ D ）

(a) $(A-B)-C$;(b) $(A-B)\cap(A-C)$;(c) $A-(B-C)$;(d) $(A-B)\cup(A-C)$

(5)设 R 为非空集合 X 上的等价关系，则以下说法错误的是…………（ B ）

(a)若 $a\in[b]_R\cap[c]_R$，则 bRc；　(b) $\forall a,b\in X$，必有 $|[a]_R|=|[b]_R|$。

(c) $t(R)$ 必定也是 X 上的等价关系；　(d) $\forall a\in X$，$[a]_R$ 一定不是空集。

(6)设 R,R^* 分别表示实数集合和非零实数集合，$+,\times$ 分别表示实数之间的加法与乘法运算，则在 $(R,+),(R^*,+),(R,\times),(R^*,\times)$ 中群的个数为…………（ C ）

(a)0 个；(b)1 个；(c)2 个；(d)3 个；(e)4 个；

(7)设 $G=<g>$ 是 15 阶循环群，H 是其子群，则以下说法错误的是…………（ A ）

(a) g^6 也是 G 的生成元；(b) H 也是循环群；

(c) $Ha=aH, \forall a\in G$；(d) $|H|$ 必定是 15 的因数

(8)设简单图 G 的度序列为(4,4,3,3,2)。对图 G 有以下一些判断：

(i)图 G 必定是连通图；(ii)图 G 必定不是欧拉图；(iii)图 G 一定是汉密尔顿图；

(iv)图 G 一定不是树；(v)图 G 有 4 条枝

则在以上这些判断中，正确的有几个 ………………………………… (F)

(a)0 个；(b)1 个；(c)2 个；(d)3 个；(e)4 个；(f)5 个；

三、判断题（每题 2 分，共 16 分）

(1)集合 $G=\{0,1\}$ 在逻辑运算“与非”下构成半群 ………………………… ( )

(2)设 R 是非空集合 X 上的二元关系，如果 R 满足传递性和自反性，则 $R^2=R$。(✓)

(3)包含 n 个命题变元的永假式必定彼此等价 ………………………………… (✓)

(4)设 $f:X\to Y, g:Y\to Z$，如果 g 是满射，则 $f\circ g$ 也是满射 ……………… (✓)

(5)如果图 G 有 n 个顶点，$n+1$ 条边，则至少有一个点的度数大于等于 3。……… (✓)

(6)如果 G 是一个有限群，则群中的每个元素的次数也是有限的 ………………… (✓)

(7)设连通图 G 是 4 度正则图，且 G 的阶等于 8，则 G 必定是欧拉图，也是哈密尔顿图

……………………………………………………………………………… (✓)

(8)整数加法群 $(Z,+)$ 的子群必定是正规子群 ………………………………… ( )

四、求命题公式 $(\neg P\vee Q)\to R$ 的标准析取范式。(8 分)

$m_{001}\vee m_{011}\vee m_{100}\vee m_{101}\vee m_{111}$

五、设集合 $X=\{1,2,3,4\}$，X 上的二元关系 R_1,R_2 分别为

$$R_1=\{<x,y>|x,y\in X\wedge x-y=1\},R_2=\{<x,y>|x,y\in X\wedge y\text{是}x\text{的倍数}\}$$

求(a)分别写出 R_1,R_2 中所有的序偶(4 分)；

(b)求出以下关系所对应的关系矩阵：$R_1\circ R_2^{-1}$，$s(R_1^c)$，$t(R_1\cup R_2)$。(6 分)

六、设 R 是非空集合 X 上的二元关系，若对于任意的 $a,b,c\in X$，如果 aRb,bRc，则必有 cRa，

则称 R 是循环的，证明 R 是自反的和循环的，当且仅当 R 是一个等价关系。(6 分)

七、设 $G=<g>$ 是 n 阶循环群，$m|n$，求方程 $x^m=e$ 在 G 中所有的解。(8 分)

八、设有 2n 个围成一圈跳舞的孩子，每个孩子都至少与其中的 n 个孩子是朋友，证明总可以安排使得每个孩子的两边都是他的朋友。(8 分)

五、$R_1=\{<2,1>,<3,2>,<4,3>\}$

$R_2=\{<1,1>,<1,2>,<1,3>,<1,4>,<2,2>,<2,4>,<3,3>,<4,4>\}$

$$M_{R_1\circ R_2^{-1}}=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\1&0&0&0\\1&1&0&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}\qquad M_{s(R_1^c)}=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}$$

$$M_{t(R_1\cup R_2)}=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}$$

六、证明："⇐" 若 R 是等价关系，则 R 自反显然

又 ∵ R 传递，∴ $\forall a,b,c\in X$，aRb，bRc，有 aRc。

又 ∵ R 对称 ∴ cRa ∴ R 循环

"⇒" $\forall a,b\in X$，aRb，∵ R 自反 ∴ bRb

根据循环性质的定义，aRb，bRb 可得 bRa ∴ R 对称

$\forall a,b,c\in X$，aRb，bRc，由 R 循环知 cRa，∵ R 对称

∴ aRc ∴ R 传递 ∴ R 是等价关系。

七、设 $n=km$，$k\in Z$。

在循环群 G 中，任意元素可表示为 g^i，$i\in Z$，代入方程 $x^m=e$ 得

$g^{im}=e\Leftrightarrow n|im\Rightarrow k|i$

∴ 所有解为 $g^k,g^{2k},\cdots,g^{mk}=e$

八、略。证明与题意相应的图为哈密尔顿图。

杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷

考试课程	高散数学		考试日期	年 月 日		成绩	
课 程 号		教 师 号		任课教师姓名			
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	座位号

注意：所有题目（包括填空题和判断题）都需全部做在后面答题纸上，否则成绩无效。

一、填空题（每格 2 分，共 20 分）

1. 位串 10101110 和 01001101 进行按位析取运算，所得的结果为 11101111 。

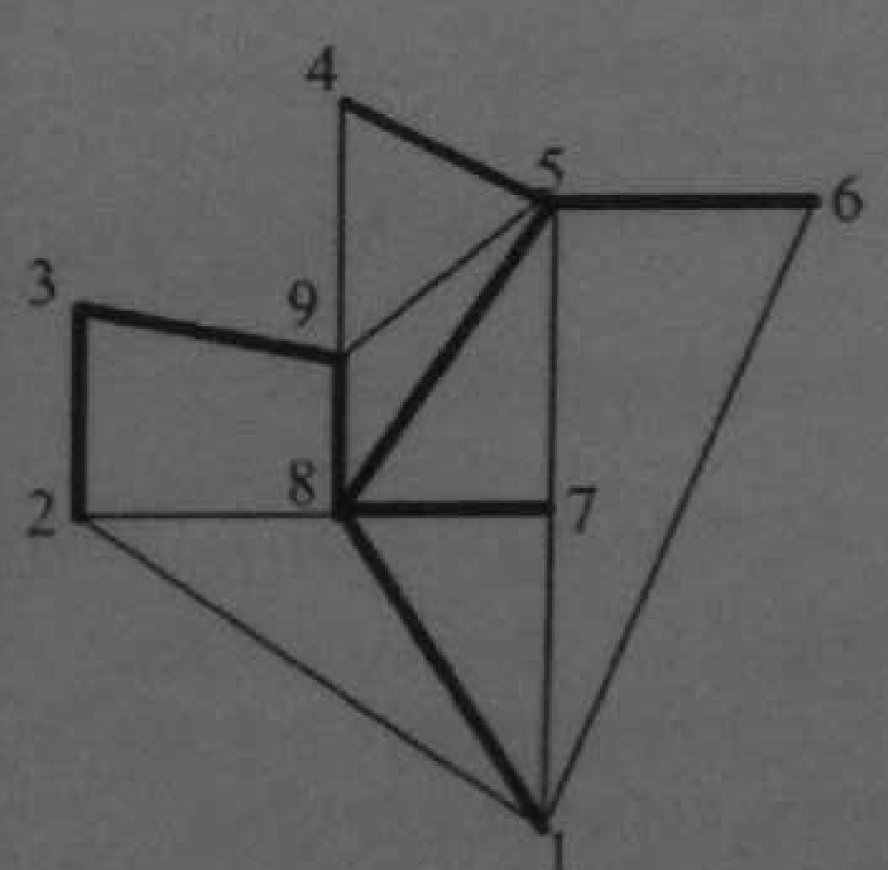
2. 设 $P(x,y)$ 是谓词公式，D 是个体域，则 $\forall x\exists yP(x,y)\to\exists x\exists yP(x,y)$ 是 永真 式（填永真式、永假式或可满足式）；

3. 设集合 $A=\{1,2\},B=\{a,b\}$，则 $\rho(A)-\rho(B)=$ {{1},{2},{1,2}}

4. 设集合 A 是由 3 个元素构成的集合，则在 A 上既对称又反对称的关系有 8 个；

5. 在整数集合 Z 上定义运算“$*$”如下：$x*y=x+y-2,\forall x,y\in Z$，则其单位元是 2 ，

$3^{-2}=$ 0 。



6. 设 $G=<g>$ 是 8 阶循环群，则 $|g^5|=$ 8 。

7. 在左图所示的连通图 G，粗线表示 G 的一棵生成树 T，则弦（1，2）所对应的基本回路是 (1,2,3,9,8,1) 。

$\kappa(G)=$ 2 。

8. 设 G 是连通平面图的一个平面嵌入，且其度序列为（3，3，3，4，1），则其面数等于______。

二、选择题（每题 2 分，共 20 分）

1. 与命题公式 $(p\to q)\vee\neg r$ 不等价的命题公式是（ D ）

(a) $(p\wedge r)\to q$；(b) $q\vee(p\uparrow r)$；(c) $r\to(p\to q)$；(d) $(r\to q)\wedge\neg p$；

2. 以下推理不正确的是 ………………（ D ）

a) $p\wedge q\Rightarrow p$；b) $p\Rightarrow p\vee q$；c) $(p\vee q)\wedge\neg p\Rightarrow q$；d) $\neg p\to(p\wedge q)\Rightarrow q$

3. 在包含 3 个命题变元的所有命题公式中，彼此互不等价的命题公式的个数是 ………（ D ）

(a) 3 个；(b) 6 个；(c) 8 个；(d) 256 个；

4. 与集合 $A-(B\cap C)$ 相等的集合是 ………………（ D ）

(a) $(A-B)-C$；(b) $(A-B)\cap(A-C)$；(c) $A-(B-C)$；(d) $(A-B)\cup(A-C)$

5. 设 R 是整数集合上的小于关系，即 $R=\{<a,b>|a,b\in Z\wedge a<b\}$，则 R 满足（可多选）（ B、D、E

(a) 自反性；(b) 反自反性；(c) 对称性；(d) 反对称性；(e) 传递性；

6. 设 R 是集合 A 上的等价关系，则以下结论错误的是 ………………（ D ）

(a) $s(R)$ 也是 A 上的等价关系；(b) R^c 一定不是 A 上的等价关系；

(c) $\forall a,b\in A$，如果 $[a]_R\cap[b]_R\neq\varnothing$，则 aRb；

(d) $\forall a,b\in A$，如果 $[a]_R\cap[b]_R=\varnothing$，则 $[a]_R,[b]_R$ 等势；

7. 设 $(G,*)$ 是 12 阶群，$a\in G$ 的次数等于 4，则 $[G:<a>]=$ ………………（ A ）

(a) 3；(b) 4；(c) 6；(d) 12；

8. 在下列选项中，不是群的是 ………………（ A ）

a) （Q，*），Q 为有理数集，*为乘法运算。

b) （R'，*），R'为非零实数集，*为乘法运算。

c) （Q，+），Q 为有理数集，+为加法运算。

d) 全体实对称矩阵集合，对于矩阵的加法运算。

9. 设图 G 的度序列为 $(3,5,2,1,4,3)$，则 G 的边有 ………………（ D ）

(a) 6 条；(b) 7 条；(c) 8 条；(d) 9 条；

10. 对于完全二部图 $K_{5,4}$，则以下判断正确的是 ………………（ D ）

(a) 其必定是汉密尔顿图；(b) 其必定是欧拉图；

(c) 其生成树上有 9 条枝；(d) 其生成树一定是平面图；

三、判断题（每题 2 分，共 16 分）

1. 设个体域是全体整数，一元谓词 $P(x):x<4$，$Q(x):x<3$，则 $\exists x(P(x)\to Q(x))$ 的真值等于 1 ………………（ ✓ ）

2. 全体最大项的合取必定是永假式 ………………（ ✓ ）

3. 设 A,B,C 是任意集合，如果 $A\times B\subseteq A\times C$，则必有 $B\subseteq C$ ………………………… (✗)

4. 设 R 是集合 A 上的二元关系，运算"$\circ$"是关系之间的复合，则 $R\circ R^{-1}$ 就是 A 上的恒等关系 ………………………… (✗)

5. 若 $(G,*)$ 是一个 5 阶群，则其只有平凡子群 ………………………… (✓)

6. 设 $(G,*)$ 是 6 阶群，$a\in G$，则 $a^{-2}=a^{10}$ ………………………… (✓)

7. 设 G 是 p 阶简单图，且其边数等于 $p(p-1)/2$，则 G 必定是完全图 ………………………… (✓)

8. 简单图 G 中有从点 u 到点 v 的二条不同的路，则 G 中一定有回路 ………………………… (✓)

四. 证明推理公式 $p\to(q\vee r),\neg s\to\neg q,p\wedge\neg s\Rightarrow r$。（6 分）

五. 求命题公式 $(p\leftrightarrow q)\wedge\neg r$ 的标准析取范式。（6 分）

六. 设 $(G,*)$ 是一个群，H 是其子群，记 e_G,e_H 分别表示 G,H 中的单位元，请判断等式 $e_G=e_H$ 是否成立（2 分），并给予证明或给出反例（4 分）

七. 设集合 $A=\{1,2,3,4\}$，A 上的二元关系 R_1,R_2 如下所示：

$R_1=\{<a,b>|a,b\in A\wedge a-b=1\}$，$R_2=\{<a,b>|a,b\in A\wedge a=2\times b\}$

（1）写出 R_1,R_2 中所有的序偶；（4 分）

（2）写出以下关系所对应的关系矩阵：$R_1\circ R_2^{-1}$，$r(R_1-R_2)$，$t(R_1^c)$；（6 分）

八. 设 $\langle Z_7^*,\times_7\rangle$ 是一个群，其中 $Z_7^*=\{1,2,3,4,5,6\}$，$i\times_7 j=(i\times j)\bmod 7$，求（6 分）

（1）元素 2 的次数；（2）元素 2 生成的子群 H；（3）H 在 G 中的所有左陪集。

九. 设简单图 G 的度序列为(4,4,3,3,2)，判断以下结论是否成立，并给出说明或反例（10 分）

(i)图 G 必定是连通图；(ii)图 G 必定不是欧拉图；(iii)图 G 一定是汉密尔顿图；(iv)图 G 一定不是树；(v)图 G 有 4 条枝

四. (1) $p\wedge\neg s$ P规则
(2) p T:(1)
(3) $\neg s$ T:(1)
(4) $p\to(q\vee r)$ P
(5) $q\vee r$ T:(2)(4)
(6) $\neg s\to\neg q$ P
(7) $\neg q$ T:(3)(6)
(8) r T:(5)(7)

五.

p	q	r	$p\leftrightarrow q$	$(p\leftrightarrow q)\wedge\neg r$
0	0	0	1	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	1	0

∴ 标准析取范式为 $m_{000}\vee m_{110}$

六. $e_H * e_H = e_H \Rightarrow e_H$ 是等幂元 $\Rightarrow e_H = e_G$

七. $R_1=\{<2,1>,<3,2>,<4,3>\}$

$R_2=\{<2,1>,<4,2>\}$

$M_{R_1\circ R_2^{-1}}=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$ $M_{r(R_1-R_2)}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&1&1&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}$

$M_{t(R_1^c)}=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}$

八. (1) $|2|=3$ (2) $\langle 2\rangle=\{1,2,4\}$ (3) $\{1,2,4\},\{3,5,6\}$

九. (i) 成立. $d_1=4\Rightarrow$ 所有点与 v_1 连通

(ii) 成立. 有奇点

(iii) 成立. $\forall i\ne j$ $d_i+d_j\geq 5$

(iv) 成立. $q=\frac{4+4+3+3+2}{2}=8>4$.

(v) 成立. 树枝数 = 顶点数 − 1