

# 离散数学

## 概论

课程QQ号：**819392514**

金耀 数字媒体技术系

fool1025@163.com

13857104418

# 关于学习

## ❖ 学会答案

- 学会一个解

## ❖ 学会方法

- 学会一个方法

## ❖ 学会学习

- 学会找到方法的方法

## ❖ 学会做事

- 学会超越“纸上谈兵”，与实际“融会贯通”

# 珍惜大学最黄金的好时光!

- ❖ 在学校学的东西大部分对我后来的工作没有直接帮助
- ❖ 我在工作中碰的大部分问题在学校没有学到
- ❖ 如果我能再回到学生时代 ...

## ❖ 学习能力与自学能力

## ❖ 做新时代的“三好”IT学生

- 态度好
- 数学好
- 编程好

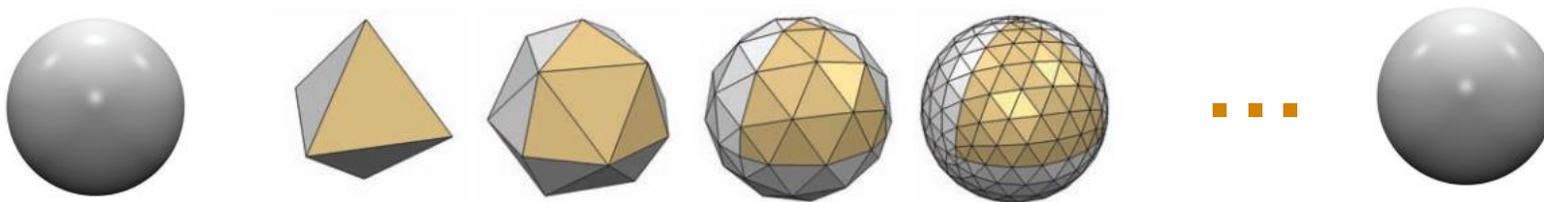
# “离散”数学

❖ 离散：分离的，不连续的

❖ 关于“离散结构”的数学

❖ 连续（无限可分）

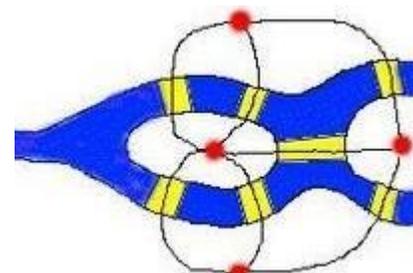
“一尺之棰，日取其半，万世不竭”



# 为什么要学离散数学

## ❖ 内容很有用（鱼）

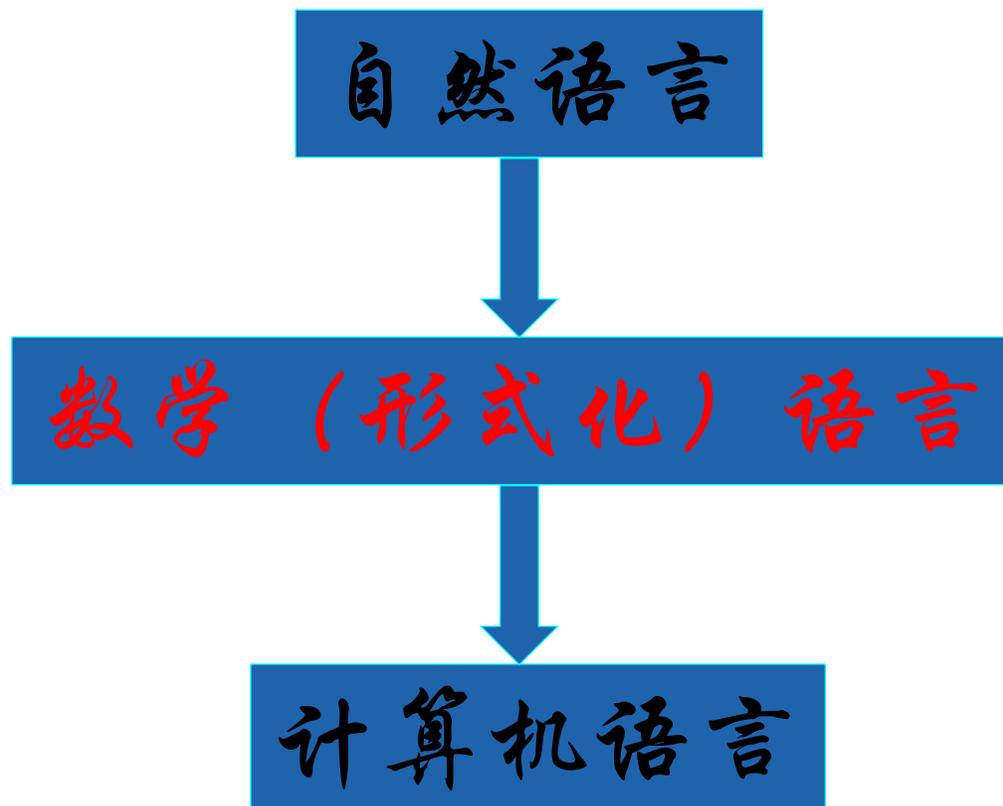
- 很多事物对象本身是一种离散结构
- 很多事物对象需要借助离散结构进行描述
- 计算机只能处理离散对象



## ❖ 方法论很有用（渔）

“程序设计者需要一定的数学修养，不仅仅是编程本身的需求，还是培养逻辑思维和严谨的编程习惯的需要。离散数学可以磨练我们的思维能力，可以帮助我们更高的学习哲学，可以帮助我们解决现实中的实际问题。”

# 自然语言与计算机语言的桥梁

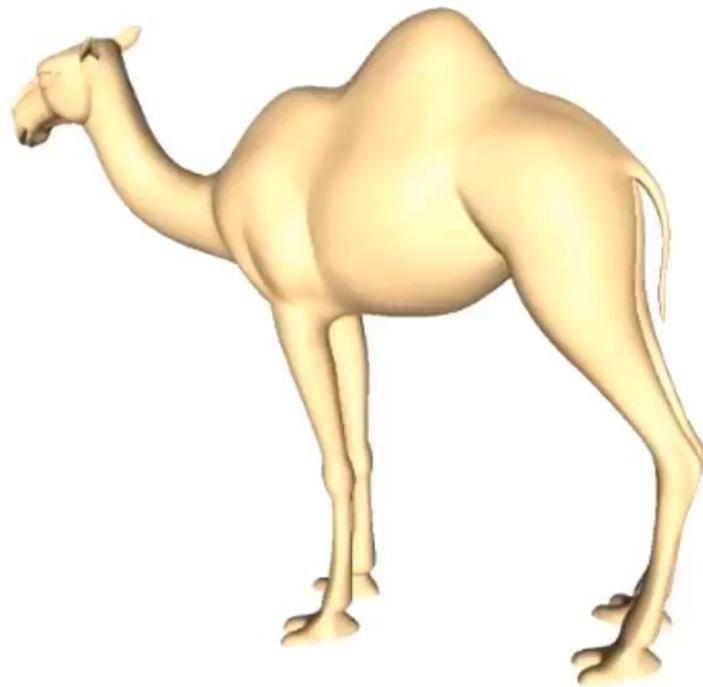
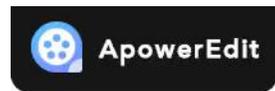


## 例1: 背包问题的数学描述

❖ 有  $n$  个物品, 其重量为  $w_i$ , 价值为  $v_i$ , 若给定一个载重量为  $m$  的背包, 要求把物品装入背包, 并使包内物品价值最大

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^n x_i v_i \\ \text{s.t.} & \sum_i x_i w_i \leq m, x_i \in \{0,1\} \end{aligned}$$

## 例2：计算机动画



# 在变化中寻找不变的规律

## ❖ 几何是研究图形在某种变换下保持不变的量或性质

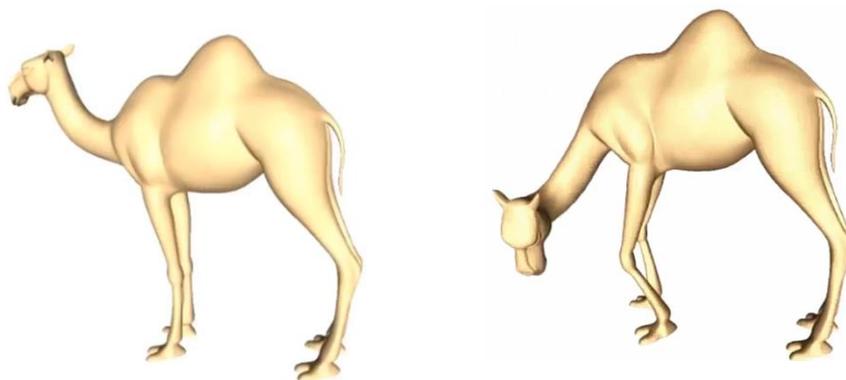
- 以不变应万变；万变不离其宗



菲利克斯·克莱因  
(1849~1925) 德国数学家

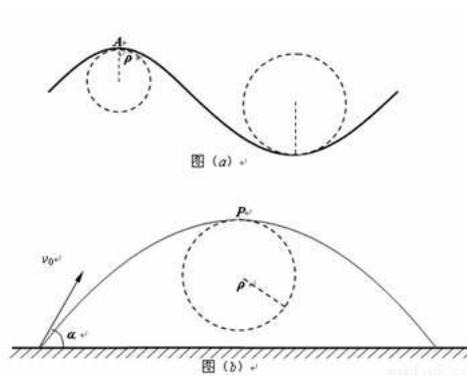
# 计算机如何实现动画

- ❖ 模型如何表示？
- ❖ 动画如何表示？
- ❖ 什么量不发生变化？
- ❖ 不变的对象怎么表示？

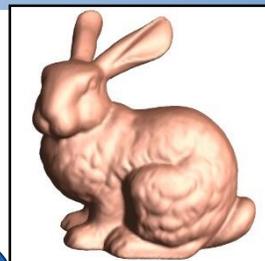


$$H(f) = H(f')$$

$$\min \iint \| H(f) - H(f') \| d\Omega$$



# 涉及的数学/计算机问题



模型表示与构建  
(建模)

模型的显示  
(渲染)

图形学

模型的变形  
(动画)

模型接收用户意图  
(人机交互)



# 离散数学的内容

- ❖ **数理逻辑 (命题逻辑与谓词逻辑)**
- ❖ **集合与关系**
- ❖ **图论**
- ❖ **代数系统**
- ❖ **形式语言、数论、组合计数...**

# 数理逻辑简介

- **数理逻辑使用数学方法研究逻辑的学科，它即是逻辑学的一个分支，也是数学的一个分支，因此数理逻辑又称符号逻辑。**
- **广义上，数理逻辑包括证明论、模型论、递归函数论、公理化集合论等。**

**“命题逻辑” + “谓词逻辑” (基本且重要)**

# 数理逻辑简介

## ■ 生活中常见的逻辑问题：

例：如果今天下雨，我就不去图书馆。

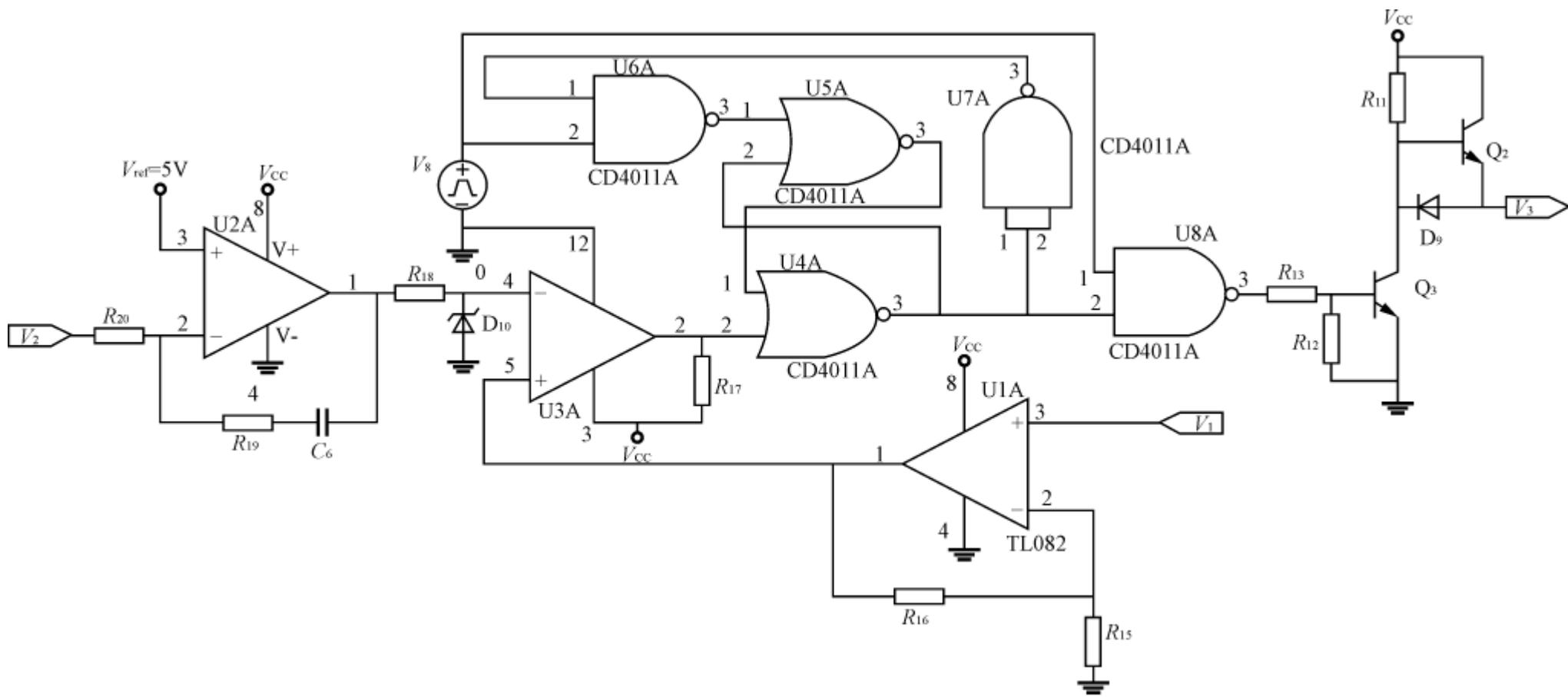
通常等同：如果今天不下雨，我就去图书馆。（逻辑错误）

## ■ 痞子蔡在《第一次亲密接触》中的一段曾经风靡一时：

如果我有一千万，我就能买一栋房子。我没有一千万，所以我仍然没有房子。

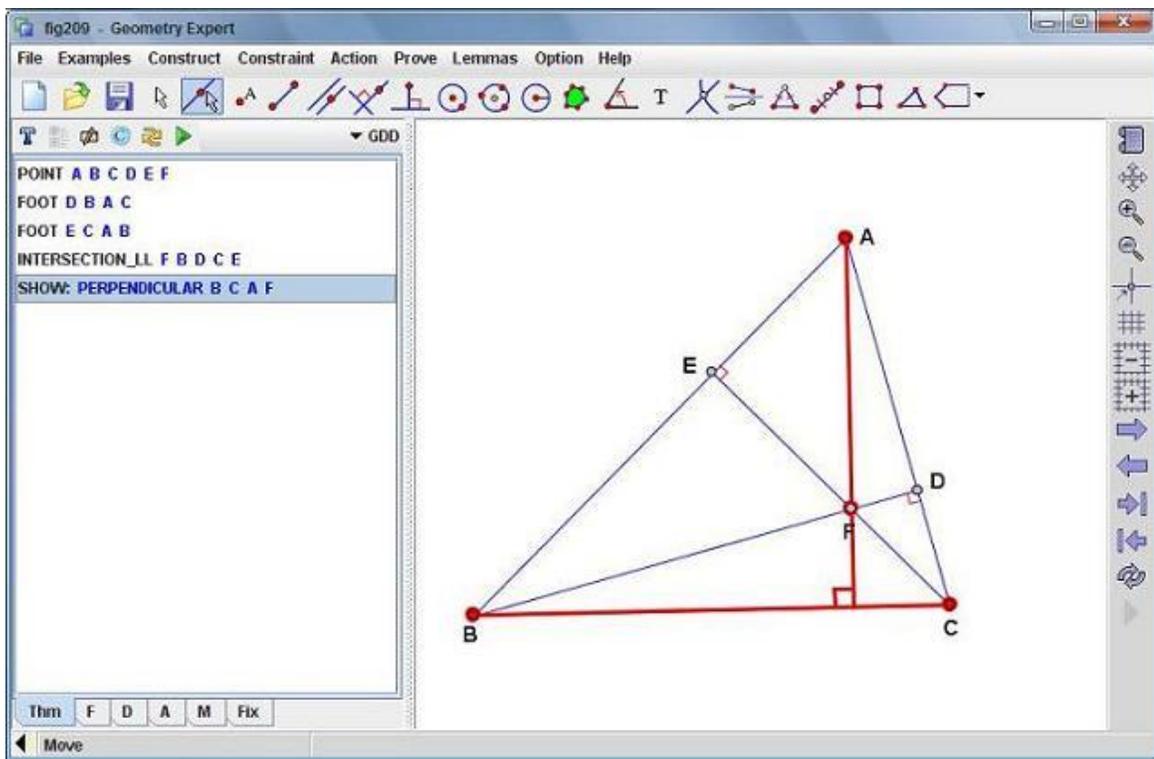
# 数理逻辑应用一

## ❖ 逻辑电路



# 数理逻辑应用二

## ❖ 几何定理的机器证明



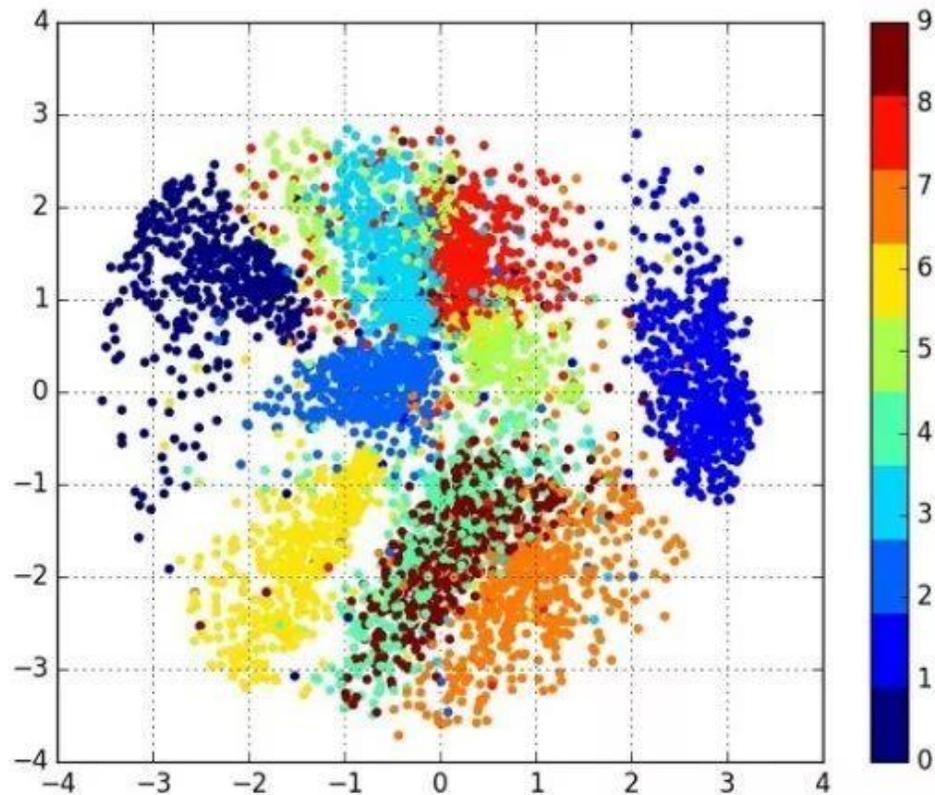
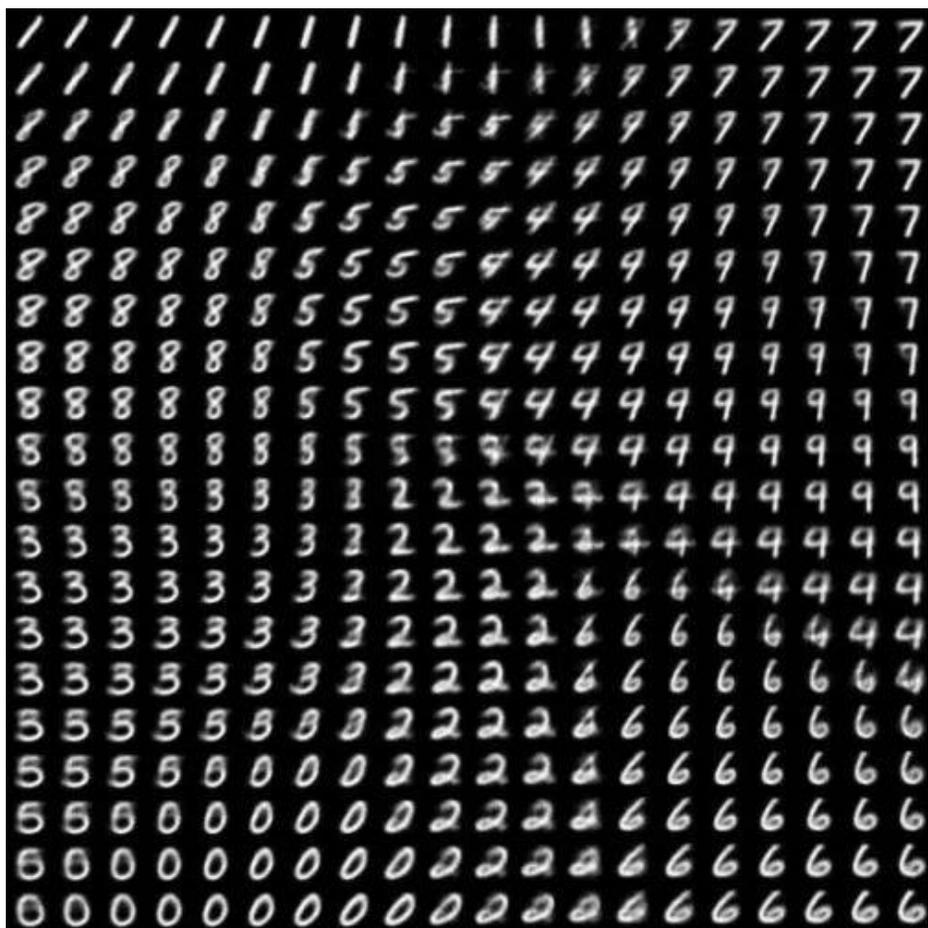
吴文俊院士  
(1919-2017)

# 集合论简介

- **集合论是研究集合（由一堆抽象物件构成的整体）的数学理论。集合论是数学大厦的基石。**
- **本篇主要介绍集合论的基础知识如集合运算、性质、关系和函数等。中学对集合论的学习主要基于实数集，现在是时一般集合。**

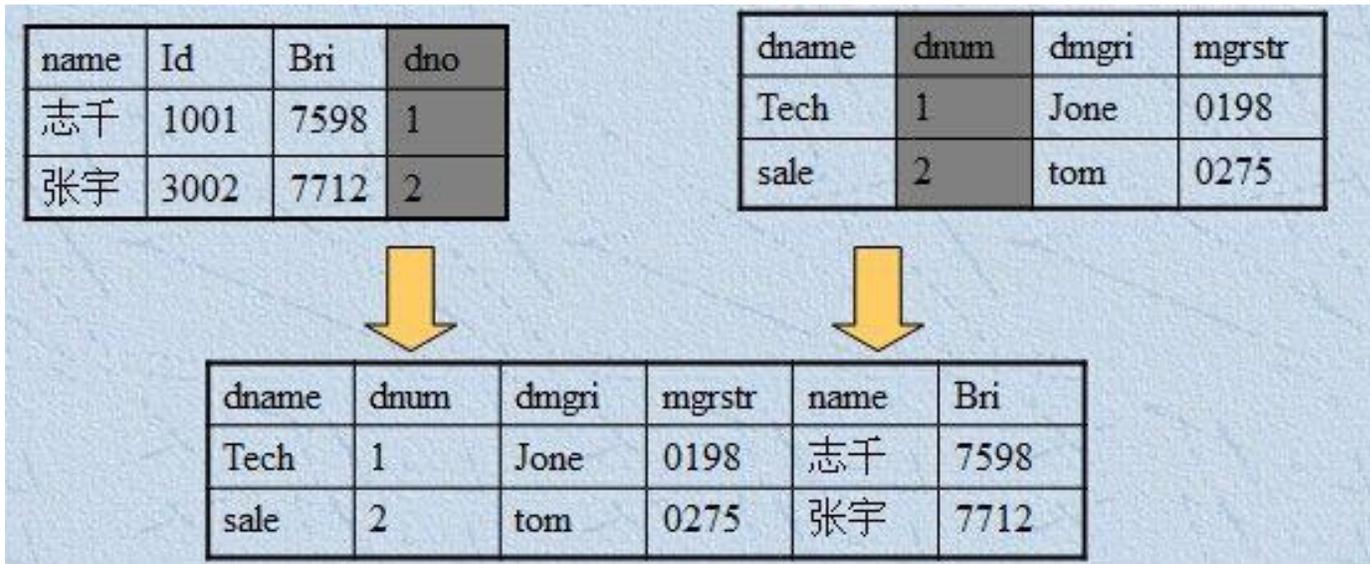
# 集合论（关系与函数）的应用一

## ✦ 分类



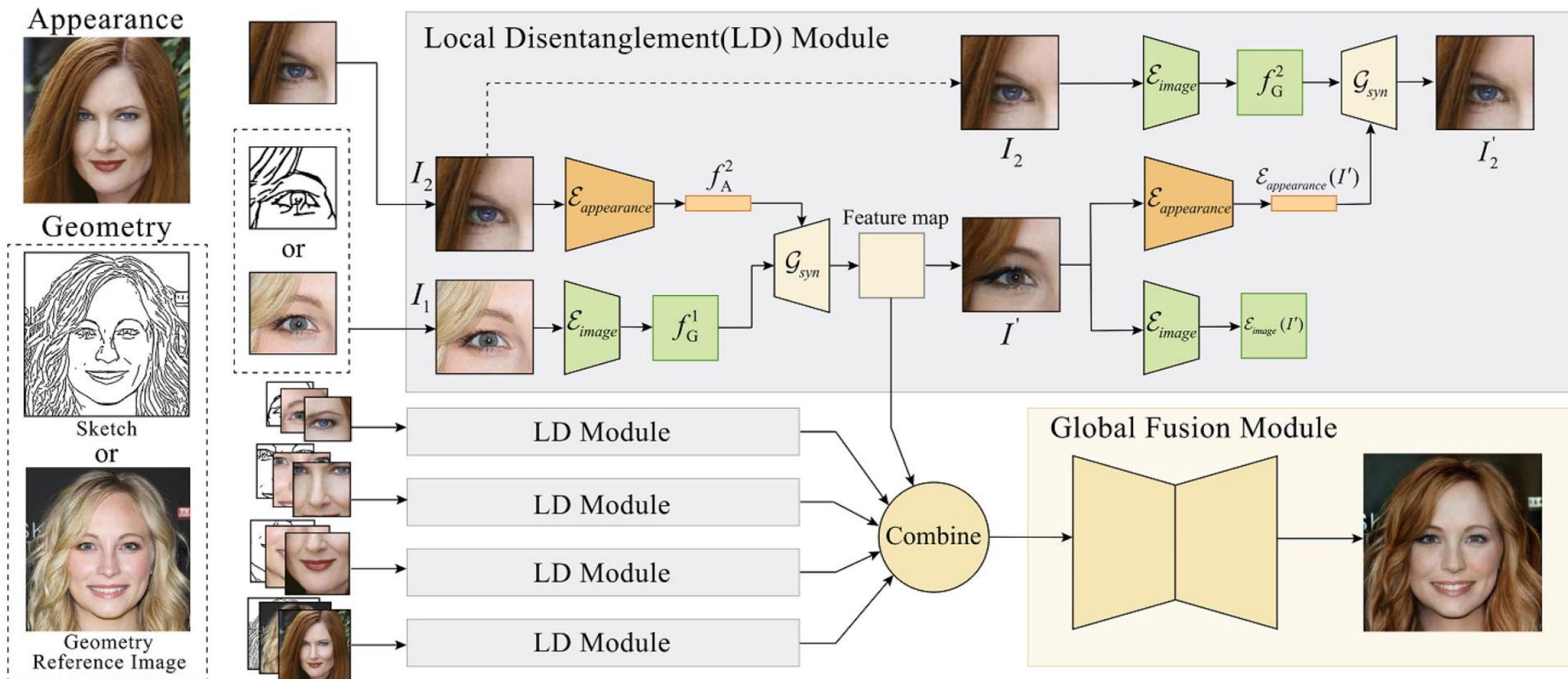
# 集合论（关系与函数）的应用二

## ❖ 关系数据库的设计



# 集合论（关系与函数）的应用三

## ❖ 机器学习



# 图论简介

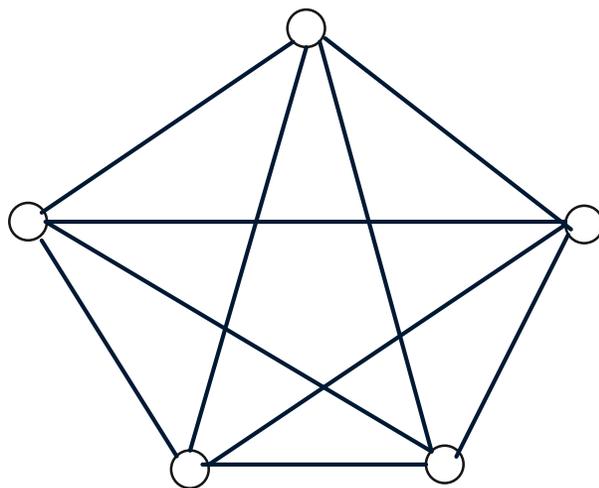
- **图论是以图为研究对象，图由若干给定的点及线所构成。图论能巧妙地解决某些问题，用点代表事物，用线表示相应两个事物间具有这种关系。**
- **例：幼儿园里要举行一场游戏，将幼儿园的小朋友分成五个队伍并且两两进行比赛，一共要比赛多少场？**

# 图论简介

- 例：幼儿园里要举行一场游戏，将幼儿园的小朋友分成五个队伍并且两两进行比赛，一共要比赛多少场？

运用排列组合： $C_5^2=10$

运用图：

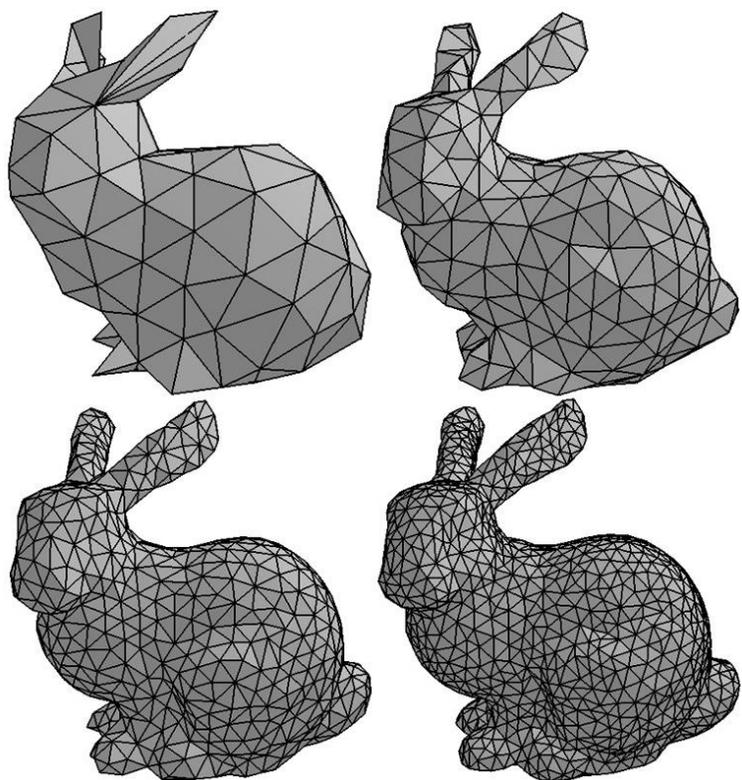


# 图论简介

- **图论是以图为研究对象，图由若干给定的点及线所构成。图论能巧妙地解决某些问题，用点代表事物，用线表示相应两个事物间具有这种关系。**
- **本篇主要介绍一些特殊的图例如欧拉图、哈密顿图和树的基本理论。**

# 图论的应用一

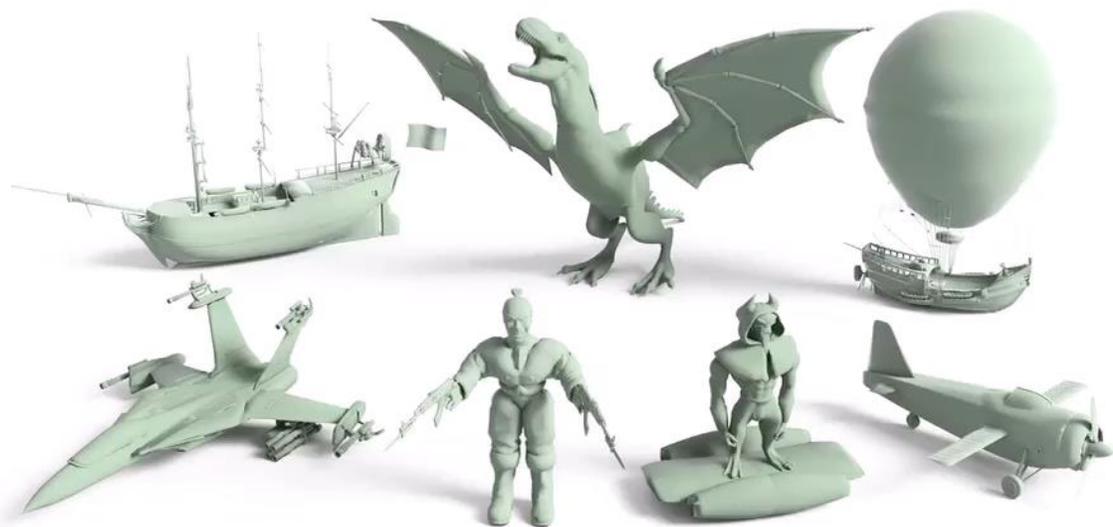
## ❖ 连续对象的离散表示



# 图论的应用二

## ❖ 贝叶斯网络

Probabilistic Reasoning for Assembly-Based 3D Modeling

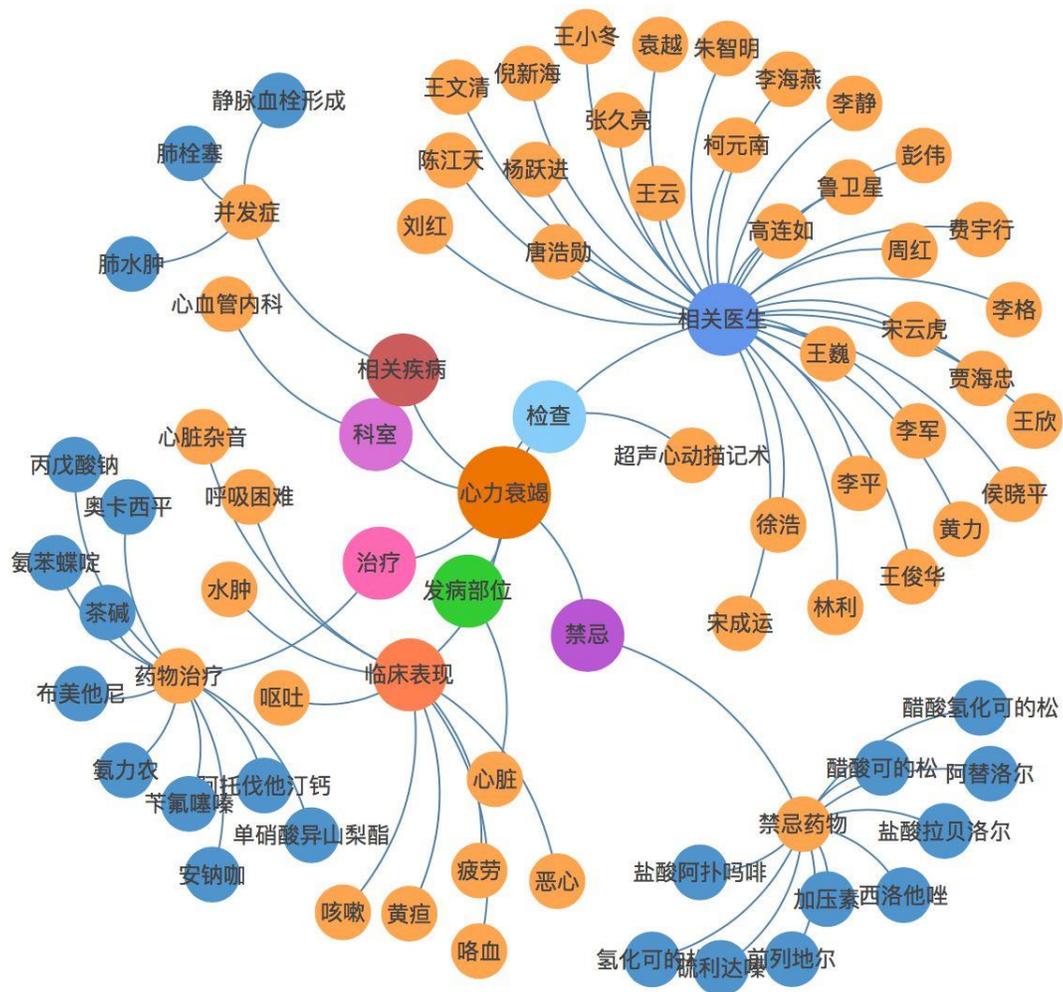
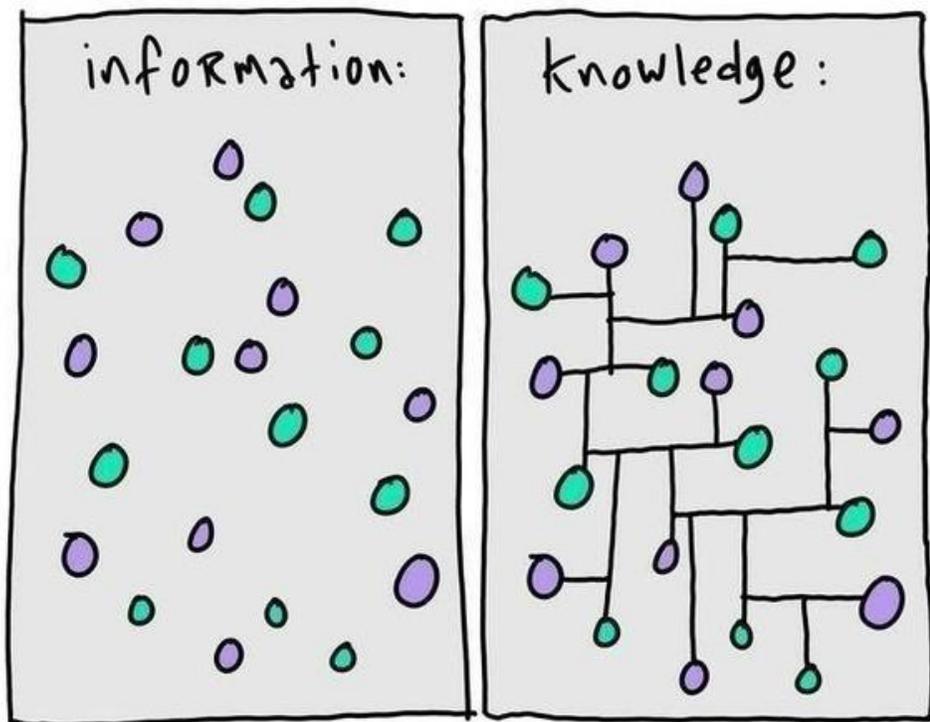


Siddhartha Chaudhuri, Evangelos Kalogerakis, Leonidas Guibas, Vladlen Koltun  
Stanford University

# 图论的应用三

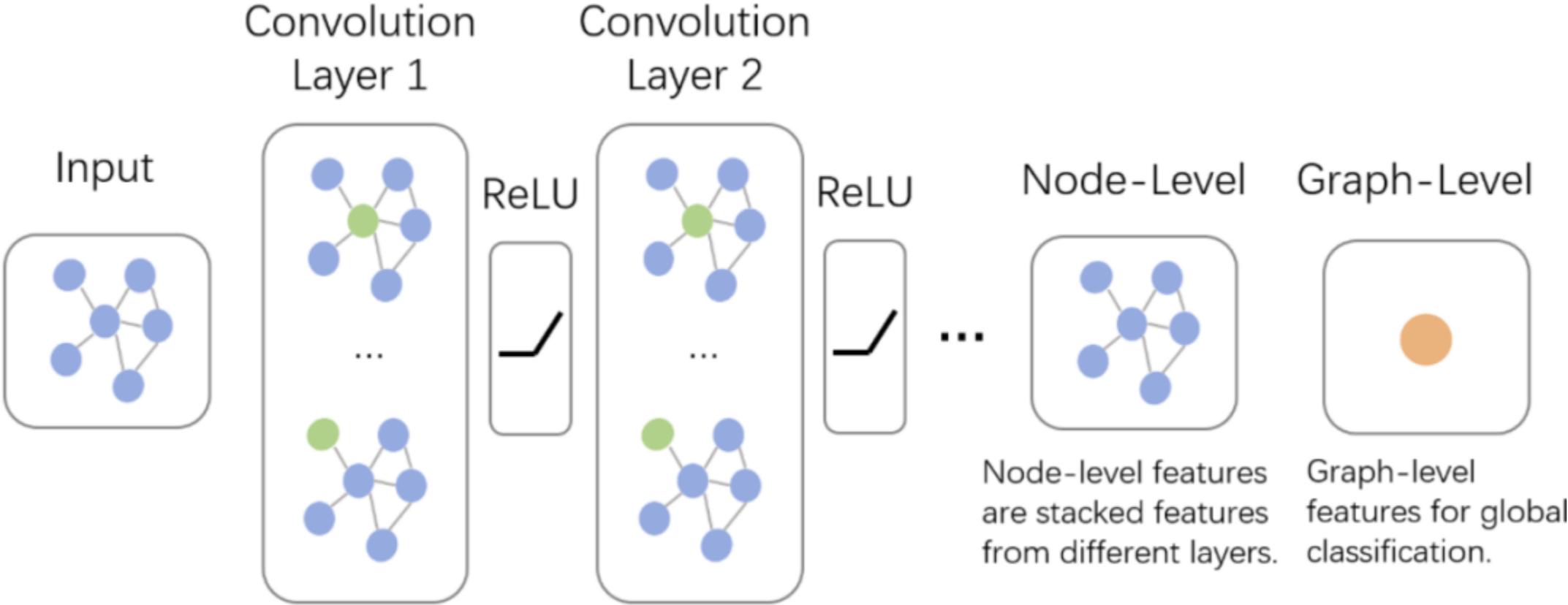


## ❖ 知识图谱



# 图论应用四

## ❖ 图神经网络



# 课程目标

- ❖ **掌握离散数学的数学结构**
- ❖ **学会用数学思维思考问题**
- ❖ **学会用数学语言描述与解决问题**

## 参考书推荐

- **离散数学，狄素云、屈婉玲编，高等教育出版社**
- **离散数学，左孝凌、李为鑑、刘永才编著，上海科学技术文献出版社**
- **Discrete Mathematics and its Application, Kenneth H.Rosen, 机械出版社**

# 作业及要求

- **基本要求：按要求完成每节课程所布置的作业。**
- **特别要求：书后习题全部完成。**

# 期末考核

■ **随堂听课同学：平时成绩+期末考试成绩。**

■ **平时成绩包括：**

- 每周作业（12次/20%）：检查完成度（全部）/随机抽改（部分）
- 课堂小测（3次/15%）：全部批改
- 编程实现（5%）：全部批改
- 点名（扣分制）
- 问答（加分制）

■ **自修同学：平时成绩25%，期末75%。**

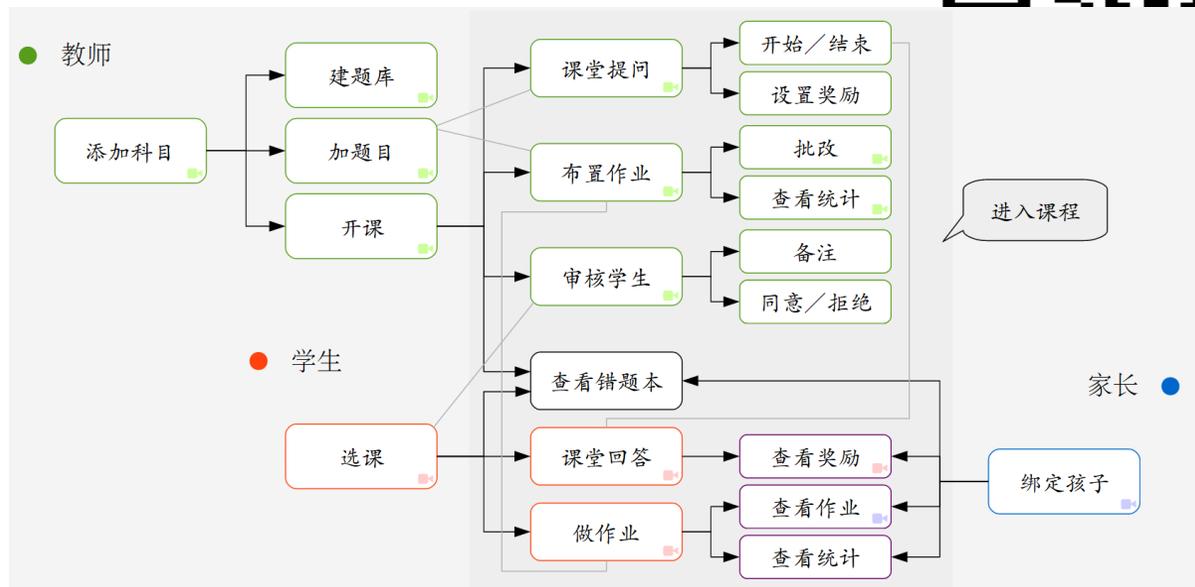
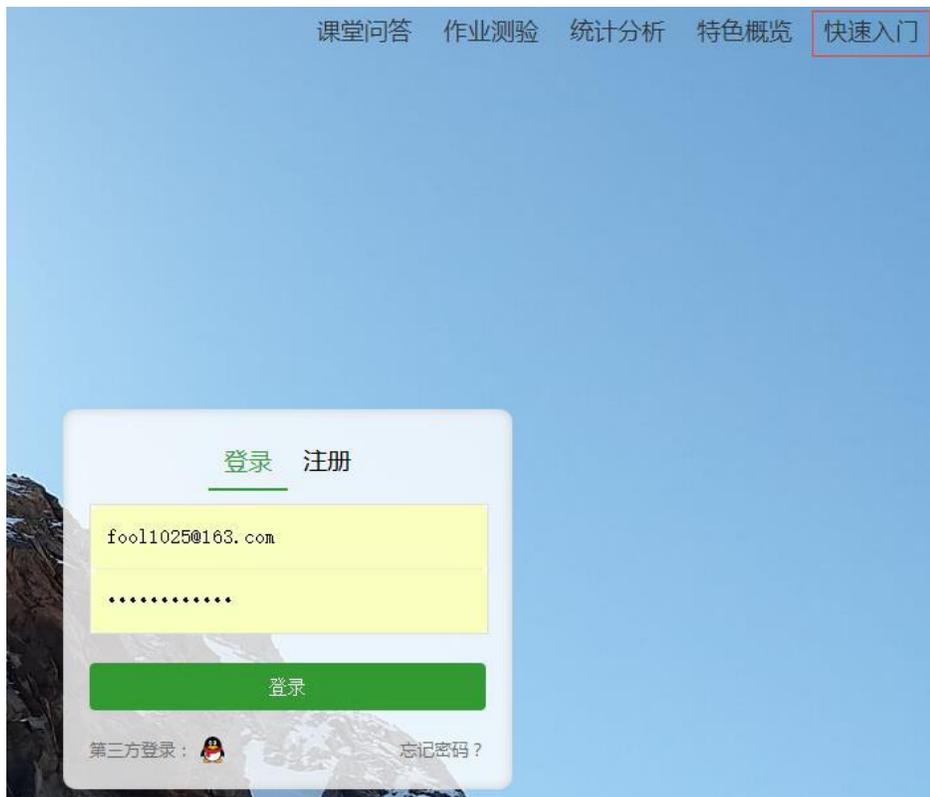
**发现抄袭作零分处理！！！！**

# 作业系统——答题派



- ❖ 每位同学需在 [www.datipai.com](http://www.datipai.com) 实名注册账号；
- ❖ 每位同学进入课程《离散数学》，非自修同学申请“离散数学B（2024）”，若有自修的同学，将新建“离散数学B（自修-2024）”并申请；
- ❖ 可以直接在答题派上用用tex脚本答题，也可拍照上传；
- ❖ 作业分2类：课外作业与课内测试，其中课内测试有80%来自PDF版习题；
- ❖ 注意作业截至时间，若逾期系统自动判零分；
- ❖ 一旦进入答题模式，系统开始计时（一般为（2-3时）），截止时间自动提交，因此未准备好做题前请不要进入进入答题模式。

# 作业系统——答题派



# 特殊内容输入方法简介

## ❖ 特殊内容（数学公式或特殊符号）输入形式：

- 1) \$ 特殊内容 \$ （行内格式）
- 2) \$\$ 特殊内容 \$\$ （行间格式）

## ❖ 特殊内容输入注意点：

- 1) 特殊内容前后都必须有至少一个空格；
- 2) ‘\’代表转义字符，如  $\frac{1}{2}$  表示二分之一；
- 3) 详细字符说明可参看课程群上传文件Symbols.pdf
- 4) 特殊内容若有文字，则需将其放在\text{}中；

# 常用符号

❖  $\rightarrow$ : `\rightarrow`

❖  $\Rightarrow$ : `\Rightarrow`

❖  $\leftrightarrow$ : `\leftrightarrow`

❖  $\Leftrightarrow$ : `\Leftrightarrow`

❖  $\neg$ : `\neg`

❖  $\vee$ : `\vee`

❖  $\wedge$ : `\wedge`

❖  $\uparrow$ : `\uparrow`

❖  $\downarrow$ : `\downarrow`