概率论与数理统计A

浙江理工大学期末试题汇编

（答案册 下）

学校：______________________

专业：______________________

班级：______________________

姓名：______________________

学号：______________________

（此试卷为2022年第二版 第1次发行）

目录

10　2021—2022 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷 1
11　2020—2021 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷 3
12　2020—2021 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷 6
13　2019—2020 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷 9
14　2018—2019 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷 11
15　2017—2018 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷 14
16　2013—2014 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷 15

2022 年所有试卷版本见**试卷版**的尾页。如需资料获取请添加下方的 QQ 群获取。

更多信息

试卷整理人：张创琦　　　　　　　微信公众号：创琦杂谈
试卷版次：2022 年 5 月 14 日 第二版 第 1 次发行
本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）

送给大家一段文摘：

当欢笑淡成沉默，当信心变成失落，我走近梦想的脚步，是否依旧坚定执着；当笑颜流失在心的沙漠，当霜雪冰封了亲情承诺，我无奈的心中，是否依然碧绿鲜活。

有谁不渴望收获，有谁没有过苦涩，有谁不希望生命的枝头挂满丰硕，有谁愿意让希望变成梦中的花朵。现实和理想之间，不变的是跋涉，暗淡与辉煌之间，不变的是开拓。

甩掉世俗的羁绊，没谁愿意，让一生在碌碌无为中度过。整理你的行装，不同的起点，可以达到同样辉煌的终点。人生没有对错，成功永远属于奋斗者。

——汪曾祺《生活》

10　2021—2022 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一、填空题（满分 20 分）

1. $F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{x},x<0\\ 1-\frac{1}{2}e^{-x},x\geq 0\end{cases}$　　2. $\ln 3$　　3. 4.5　　4. $\frac{1}{6}$　　5. 0.4

二、选择题（满分 20 分）

1. D　　2. B　　3. C　　4.B　　5. A

三、计算题（满分 60 分）

1．解：

设 $A=$‘任取一产品，经检验认为是合格品’, $B=$‘任取一产品确是合格品’　-------2 分

则（1）　$P(A)=P(B)P(A\mid B)+P(\bar{B})P(A\mid \bar{B})$

$$=0.9\times 0.95+0.1\times 0.02=0.857.$$ ------------------4 分

（2）　$P(B\mid A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{0.9\times 0.95}{0.857}=0.9977$　-----------4 分

2.

(1) $P\{X<1\}=\int_0^1 dx\int_0^x e^{-x}dy=\int_0^1 xe^{-x}dx=1-2e^{-1}$ -----------4 分

(2) $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^x e^{-x}dy, & x>0,\\ 0, & x\leq 0\end{cases}=\begin{cases}xe^{-x},x>0,\\ 0, \quad x\leq 0.\end{cases}$ -----------3 分

$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_y^{+\infty}e^{-x}dx, & y>0,\\ 0, & y\leq 0\end{cases}=\begin{cases}e^{-y},y>0,\\ 0, \quad y\leq 0.\end{cases}$ -----------3 分

$f(x,y)\neq f_X(x)f_Y(y)$，故 X,Y 不独立-----------4 分

3. E（X—Y）=2—2=0，　-----------1 分

D（X—Y）=D（X）+D（Y）—2cov(X,Y),　-----------------2 分

又 cov(X,Y)=R（X，Y）*D(X) *D(Y)=0.5*1*2=1　------------------2 分

故 D（X—Y）=1+4—2=3，由契比雪夫不等式 $P(|X-Y|\geq 6)\leq \dfrac{1}{12}$　------------------3 分

4.（1）随机变量 U 的概率密度为：

$$f(u)=\begin{cases}\frac{1}{4} & -2\leq u\leq 2\\ 0\end{cases}$$ -----------------1 分

随机变量（X，Y）有四可能值：(-1，-1)，(-1，1)，(1，-1)，(1，1)

$$P(X=-1,Y=-1)=P(U\leq -1,U\leq 1)=P(U\leq -1)=\frac{1}{4}$$

$$P(X=-1,Y=1)=P(U\leq -1,U>1)=0$$

$$P(X=1,Y=1)=P(U>-1,U\leq 1)=P(-1<U\leq 1)=\frac{1}{2}$$

$$P(X=1,Y=1)=P(U>-1,U>1)=P(U>1)=\frac{1}{4}$$ -------------4 分

$\therefore (X,Y)$ 的联合概率分布为：

Y \ X	-1	1
-1	1/4	0
1	1/2	1/4

（2）X+Y 和 $(X+Y)^2$ 的概率分布分别为：

X+Y	-2	0	2
p	1/4	1/2	1/4

$(X+Y)^2$	0	4
p	1/2	1/2

于是 E（X+Y）= 0 $Var(X+Y)=E(X+Y)^2=2$ ------------------3 分

（3）$R(X,Y=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}=\frac{E(XY)-E(X)E(Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}=\frac{-\frac{1}{2}\times(-\frac{1}{2})}{3/4}=1/3$ ----4 分

5. 解： 由于 $\overline{X}\sim N(72,\frac{100}{n})$ …… 2 分

故若 $P(\overline{X}>70)=P(\frac{\overline{X}-72}{10/\sqrt{n}}>\frac{70-72}{10/\sqrt{n}})=1-P(\frac{\overline{X}-72}{10/\sqrt{n}}\le\frac{70-72}{10/\sqrt{n}})$

$=1-\Phi(-\frac{\sqrt{n}}{5})=\Phi(\frac{\sqrt{n}}{5})\ge 0.9$ …… 5 分

则 $\frac{\sqrt{n}}{5}\ge 1.28$，得 $n\ge 40.96$，取 $n=41$ …… 1 分

6.似然函数 $L(X_1,\cdots,X_n;\ \lambda)=\prod_{i=1}^{n}(\lambda+1)X_i^{\lambda}=(\lambda+1)^n(\prod_{i=1}^{n}X_i)^{\lambda}$ …… 4 分

$\ln L=n\ln(\lambda+1)+\lambda\ln\prod_{i=1}^{n}X_i$ …… 1 分

$$\frac{d\ln L}{d\lambda}=\frac{n}{\lambda+1}+\sum_{i=1}^{n}\ln X_i=0 \ldots\ldots 2\text{分}$$

得 $\hat{\lambda}=-\dfrac{n+\sum_{i=1}^{n}\ln X_i}{\sum_{i=1}^{n}\ln X_i}$ …… 1 分

11 2020—2021 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一 单项选择题

1. B　2. D　3. A　4. C　5. B

评分标准说明： 每题 4 分，错则扣全分

二 填空题

1. $\frac{4}{9},\frac{4}{9}$.　　2. $0.8,\ \frac{4}{7}$.　　3. 1.　　4. $-1,\ \frac{1}{2}$.

5. $0.3, F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 0.5, & 0\le x<1\\ 0.8, & 1\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$.　　6. $\chi^2(n-1), t(n-1)$.　　7. $\frac{3}{5}$.

评分标准说明： 每空 2 分，错则扣全分。

三 计算题（本大题共 6 小题，满分 56 分）

1 解：

设 $B=\{$取到的零件是次品$\}$，A_1,A_2,A_3 分别表示取到的零件有甲厂，乙厂，丙厂生产，依题意，有：

$$P(A_1)=0.2，P(A_2)=0.4，P(A_3)=0.4$$

$$P(B|A_1)=0.05，P(B|A_2)=0.04，P(B|A_3)=0.03 \quad \text{------------} \quad 2\text{分}$$

(1) 由全概率公式，得：$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)$
$=0.2\times0.05+0.4\times0.04+0.4\times0.03$
$=0.038$ ------------ 3 分

(2) 由贝叶斯公式，得：$P(A_1|B)=\dfrac{P(A_1B)}{P(B)}=\dfrac{0.2\times0.05}{0.038}=\dfrac{5}{19}\approx0.2632$

------------ 3分

评分标准说明： 全概率公式，贝叶斯公式写正确給 4 分。

2 解：（1） $\int_0^1 Ax(x+1)dx = A(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}) = 1$, $A = \frac{6}{5}$ ------------ 3 分

（2） $P(|X| < \frac{1}{2}) = \int_0^{1/2} \frac{6}{5}x(x+1)dx = \frac{1}{5}$ ------------ 3 分

（3） $E(X) = \int_0^1 x\frac{6}{5}x(x+1)dx = \frac{7}{10}$

$E(X^2) = \int_0^1 x^2 \frac{6}{5}x(1+x)dx = \frac{27}{50}$

$D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{1}{20}$ ------------ 4 分

评分标准说明：A 算错，但方法和计算公式正确，給一半分。

3 解：

(1) $a + 0.2 + 0.1 + b + 0.1 + 0.2 + c = 1$

得：$a + b + c = 0.4$

由： $P(XY \neq 0) = a + 0.2 + c = 0.4$ 得：$b = 0.2$

由： $P(Y \le 0 | X \le 0) = \frac{P(X \le 0, Y \le 0)}{P(X \le 0)} = \frac{a+b+0.1}{a+b+0.3} = \frac{2}{3}$

得：$a + b = 0.3$ 推得：$a = 0.1$，进而有：$c = 0.1$ ------------ 4 分

（2）

X	-1	0	1
p	0.2	0.4	0.4

Y	-1	0	1
p	0.3	0.4	0.3

------------ 4 分

（3）

$X+Y$	-2	-1	0	1	2
p	0.1	0.1	0.4	0.3	0.1

------------ 2 分

评分标准说明： a，b，c 数值解错，后面的解题方法正确，給一半分。

4 解： $f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy$

当 $x < -1$，或 $x > 1$ 时， $f_X(x) = 0$

当$-1 \le x \le 1$时，$f_X(x) = \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{+\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{\pi} dy = \frac{2\sqrt{1-x^2}}{\pi}$

故： $f_X(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{1-x^2}}{\pi}, & -1 \le x \le 1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$ --------------- 3 分

$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx$

当$y < -1$，或$y > 1$时，$f_Y(y) = 0$

当$-1 \le y \le 1$时，$f_Y(y) = \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{+\sqrt{1-y^2}} \frac{1}{\pi} dx = \frac{2\sqrt{1-y^2}}{\pi}$

故： $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{1-y^2}}{\pi}, & -1 \le y \le 1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$ --------------- 3 分

当$x^2 + y^2 \le 1$时， $f(x,y) \ne f_X(x) f_Y(y)$

所以，X与Y不独立。 --------------- 1 分

因为：$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x)dx = \int_{-1}^{1} \frac{2x\sqrt{1-x^2}}{\pi} dx = 0$

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} y f_X(y)dy = \int_{-1}^{1} \frac{2y\sqrt{1-y^2}}{\pi} dy = 0$$

$$E(XY) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xyf(x,y)dxdy = \int_{-1}^{1} xdx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{+\sqrt{1-x^2}} \frac{y}{\pi} dy = 0$$

所以，$E(XY) = E(X)E(Y)$，故X与Y不相关。--------------- 3 分

（或者，$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x,y)dxdy = \int_{0}^{1} xdx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{+\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{\pi} dy = 0$

$E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} yf(x,y)dxdy = \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{+\sqrt{1-x^2}} \frac{y}{\pi} dy = 0$ ）

评分标准说明：公式写正确，计算错误给一半分。

5 解：选取统计量： $U = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$ --------------- 2 分

由$1-\alpha = 0.95$得，$\alpha = 0.05$．于是，$u_{\alpha/2} = u_{0.025} = 1.96$．--------------- 2分

$\therefore\ \mu$ 的置信区间为$(\bar{x}-u_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+u_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$$=(165-\frac{6}{3}\times 1.96, 165+\frac{6}{3}\times 1.96)=(161.08, 168.92).$$ -------------- 4 分

评分标准说明：置信区间公式写对給一半分。

6 解：（1）极大似然估计量：

$$L(\theta)=\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x_1}{\theta}}\times\cdots\times\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x_n}{\theta}}=\frac{1}{\theta^n}e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{\theta}}$$

$$\ln L=-\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{\theta}-n\ln\theta$$

$$\frac{d\ln L}{d\theta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{\theta^2}-n\frac{1}{\theta}=0$$

得θ的极大似然估计量为： $\hat{\theta}=\bar{X}$ --------------- 5 分

（2） $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x;\theta)dx=\int_{0}^{+\infty}\dfrac{x}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}dx=\theta$

$E(\hat{\theta})=E(\bar{X})=E(X)=\theta$，所以，$\hat{\theta}$为$\theta$的无偏估计。---------- 2 分

(3) $E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x;\theta)dx=\int_{0}^{+\infty}x^2\dfrac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}dx=2\theta^2$

$D(X)=2\theta^2-\theta^2=\theta^2$，$D(\hat{\theta})=D(\bar{X})=\dfrac{1}{n}D(X)=\dfrac{\theta^2}{n}$ ---------- 3 分

评分标准说明：解题方法和计算公式正确，运算错误給一半分。

12　2020—2021 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一、填空题（满分 20 分）

1. 1/6　　2. 0.3　　3. 6　　4. ≤1/16　　5. F(1,n)

二、选择题（满分 20 分）

1. D　　2. A　　3. A　　4. C　　5. B

三、计算题（满分 60 分）

1.（共 8 分）设 $B_i=$ ‘第 i 台车床加工的零件’， i= 1,2;　　$P(B_1)=\frac{2}{3}$，$P(B_2)=\frac{1}{3}$

又设 A=‘任取出来的零件是合格的’

$P(A|B_1)=1-P(\overline{A}|B_1)=1-0.03=0.97$，　$P(A|B_2)=1-P(\overline{A}|B_2)=1-0.02=0.98$

（1） $P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)=2/3\times 0.97+1/3\times 0.98=0.973$ ……4 分

（2） $P(B_2|\overline{A})=\frac{P(B_2\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{P(B_2)P(\overline{A}|B_2)}{1-P(A)}=\frac{P(B_2)(1-P(A|B_2))}{1-P(A)}=\frac{1/3\times(1-0.98)}{1-0.973}=0.25$ …8 分

2.（共 10 分）(1) $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_0^1 axdx+\int_1^2(2-x)dx=1$， a = 1 ……（2 分）

（2） 当 $x<0$ 时， $F(x)=0$， 当 $x>2$ 时， $F(x)=1$ ……（3 分）

当 $0\le x<1$ 时， $F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_0^x tdt=\frac{x^2}{2}$ ……（5 分）

当 $1\le x<2$ 时， $F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_0^1 tdt+\int_1^x(2-t)dt=-\frac{x^2}{2}+2x-1$ ……（7 分）

综上 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{x^2}{2}, & 0\le x<1\\ -\frac{x^2}{2}+2x-1, & 1\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$ ……（8 分）

（3） $P(1/2\le x\le 2)=F(2)-F(1/2)=1-1/8=7/8$ ……（10 分）

3.(共 20 分) (1) $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy$

当 $0<x<1$ 时， $f_X(x)=\int_0^{1-x}6xdy=6x(1-x)$

当 $x\ge 1$ 或 $x\le 0$ 时， $f_X(x)=0$

综上 $f_X(x)=\begin{cases}6x(1-x), & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$ ……（4 分）

$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx$

当 $0<y<1$ 时， $f_Y(y)=\int_0^{1-y}6xdx=3(1-y)^2$

当 $y\ge 1$ 或 $y\le 0$ 时， $f_Y(y)=0$

综上 $f_Y(y)=\begin{cases}3(1-y)^2, & 0<y<1\\ 0, & 其他\end{cases}$ ……（8 分）

由于当 $0<x<1,\ 0<y<1$ 时，$f(x,y)\neq f_X(x)f_Y(y)$，则 X 与 Y 不独立 …（10 分）

（1） $EX=\int_{-\infty}^{+\infty}xf_X(x)dx=\int_0^1 6x^2(1-x)dx=(2x^3-\frac{3}{2}x^4)|_0^1=\frac{1}{2}$ …（13 分）

$EY=\int_{-\infty}^{+\infty}yf_Y(y)dy=\int_0^1 3y(1-y)^2dy=(\frac{3}{4}y^4-2y^3+\frac{3}{2}y^2)|_0^1=\frac{1}{4}$ …（16 分）

$E(XY)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}xyf(x,y)dxdy=\int_0^1\int_0^{1-x}6x^2ydxdy=\int_0^1(3x^4-6x^3+3x^2)dx=\frac{1}{10}$ …（19 分）

由于 $E(XY)\neq E(X)E(Y)$，所以 X 与 Y 相关 …（20 分）

3.（1）由 P（X=1）=a+0.1=0.25，有 a=0.15…………………………… 2

由 0.1+a+0.3+0.2+b=1，有 b=0.25…………………………… …………………..4

（2）X 的边缘分布列为：P（X=1）=0.25，P（X=2）=0.75

Y 的边缘分布列为：P（Y=0）=0.4，P（Y=1）=0.35，P（Y=2）=0.25…………8 分

（3）E（X）=1*0.25+2*0.75=1.75，E（X^2）=3.25，故 D（X）=3.25-1.75*1.75=0.1825…. 10 分

（4）E（Y）=1*0.35+2*0.25=0.85，E（Y^2）=1.35，故 D（Y）=1.35-0.85*0.85=0.6275 …………12 分

5. X 的密度函数为:f(x，β)= $\begin{cases}\frac{\beta}{x^{\beta+1}}, & x>1\\ 0, & x\le 1\end{cases}$,…………………………….(2 分)

由于 E（X）= $\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x,\beta)dx=\frac{\beta}{\beta-1}$

令 E（X）= $\frac{\beta}{\beta-1}$，得 β 的矩估计量为 $\hat{\beta}=\frac{\bar{x}}{\bar{x}-1}$ …………………………….(6 分)

似然函数为 L（β）= $\begin{cases}\frac{\beta^n}{x_1x_2\ldots x_n}, x_i>1\\ 0, 其他\end{cases}$ ……………………….(7 分)

取对数求导后求解得 $\hat{\beta}=\frac{n}{\sum_{i-1}^{n}\ln x_i}$。……………………….(10 分)

13　2019—2020 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一 单项选择题

1. C　2. D　3. A　4. B　5. B

评分标准说明：　每题 4 分，错则扣全分

二 填空题

1. $\frac{3}{4}, \frac{3}{20}$.　　2. $\ln 3, \ln 3$.　　3. $0.5, 0.3$.

4. $0.6, 0.4$.　　5. $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}), \chi^2(n-1)$.　　6. $t(n),\ F(n,m)$.

评分标准说明：　每空 2 分，每小题 4 分，错则扣全分。

三 、计算题（本大题共 6 小题，满分 56 分）

1 解：

令 $A_1=\{$乘火车$\}$，$A_2=\{$乘轮船$\}$，$A_3=\{$乘汽车$\}$，$A_4=\{$乘飞机$\}$，$B=\{$迟到$\}$. 根据题意有 $P(A_1)=\frac{3}{10}$，$P(A_2)=\frac{1}{5}$，$P(A_3)=\frac{1}{10}$，$P(A_4)=\frac{2}{5}$，且 $P(B|A_1)=\frac{1}{4}$，$P(B|A_2)=\frac{1}{3}$，$P(B|A_3)=\frac{1}{12}$，$P(B|A_4)=0$.　　------　1 分

(1) 由全概率公式，有 $P(B)=\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(B|A_i)=\frac{3}{20}$.　　------------　4 分

(2) 由贝叶斯公式，有 $P(A_i|B)=\dfrac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^{4}P(A_j)P(B|A_j)}\ (i=1,2,3,4)$，得到

$P(A_1|B)=\frac{1}{2},\ P(A_2|B)=\frac{4}{9},\ P(A_3|B)=\frac{1}{18},\ P(A_4|B)=0.$　　------------　4 分

由上述计算结果可以推断出此人乘火车来的可能性最大.　　------------　1 分

评分标准说明：　全概率公式，贝叶斯公式写正确給 4 分。

2 解：（1）　$\int_{=\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_{-1}^{0}(a+x)dx+\int_{0}^{1}(b-x)dx=1$，

$$E(X)=\int_{-1}^{0}x(a+x)dx+\int_{0}^{1}x(b-x)dx=0$$

得：　$a=1$，$b=1$　　------------　4 分

（2）　$P(|X|\le\frac{1}{3})=\int_{-1/3}^{0}(1+x)dx+\int_{0}^{1/3}(1-x)dx=\frac{5}{9}$　　------------　2 分

(3) $$E(X^2)=\int_{-1}^{0}x^2(1+x)dx+\int_{0}^{1}x^2(1-x)dx=\frac{1}{6}$$

$$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{1}{6}$$ ------------ 4分

评分标准说明：a, b 算错，但方法和计算公式正确，給一半分。

3 解：

(1)

X	1	2
p	0.6	0.4

------------ 2分

(2).

$E(XY)=1\times1\times0.2+1\times2\times0.2+1\times3\times0.2+2\times1\times0.1+2\times2\times0.1+2\times3\times0.2=3$

------------ 3分

(3) $P(2X+Y=5)=P(X=1,Y=3)+P(X=2,Y=1)=0.3$. ------------ 3分

(4) 因为$P(X=1,Y=1)=0.2,\ P(X=1)=0.6, P(Y=1)=0.3$，所以

$P(X=1,Y=1)\neq P(X=1)\cdot P(Y=1)$. 因此，X,Y 不独立. ------------ 2分

评分标准说明： 第（2）、（3）小题，公式和方法正确，答案算错，各扣 1 分。

4 解： 设这 1000 户居民日用电总量为X，而第i户居民日用电量为

$X_i, i=1,2,\cdots,1000$

则 $X=X_1+X_2+\cdots+X_{1000}$； ------------ 2 分

依题意有：$X_1,X_2,\cdots,X_{1000}$ 相互独立，均服从均匀分布$U[6,12]$

$E(X_i)=\frac{6+12}{2}=9$，$D(X_i)=\frac{(12-6)^2}{12}=3$ $(i=1,2,\cdots,1000)$

$E(X)=E(X_1+X_2+\cdots+X_{1000})=1000\times9=9000$

$D(X)=D(X_1+X_2+\cdots+X_{1000})=1000\times3=3000$ ------------ 2 分

$n=1000$ 较大，由中心极限定理知：X 近似服从$N(9000,3000)$

$$P(X>9100)=1-P(X\leq9100)\approx1-\Phi(\frac{9100-9000}{\sqrt{3000}})$$

$$=1-\Phi(1.83)=1-0.9664=0.0336$$

------------ 4 分

评分标准说明： $E(X),D(X)$ **算错；方法和步骤正确，給一半分。**

5 解：选取统计量：　　$U=\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$　---------------　2 分

由$1-\alpha=0.95$得，$\alpha=0.05$. 于是，$u_{\alpha/2}=u_{0.025}=1.96$. ---------------　2分

∴ μ的置信区间为$(\bar{x}-u_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x}+u_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$=(165-\dfrac{6}{3}\times1.96, 165+\dfrac{6}{3}\times1.96)=(161.08, 168.92)$. ---------------　4 分

评分标准说明： $u_{\frac{\alpha}{2}}$ **算对，置信区间公式写对給一半分。**

6 解：（1）

$$\mu_1=E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)\mathrm{d}x=\int_0^\theta\frac{6x^2}{\theta^3}(\theta-x)\mathrm{d}x=\frac{\theta}{2}.$$ --------------　1 分

于是，$\theta=2\mu_1$. 因此，θ的矩估计量$\hat{\theta}=2\overline{X}$.　--------------　2 分

(2)　是无偏估计.　---------------　1 分

因为　$E(\hat{\theta})=E(2\overline{X})=2E(\overline{X})=2\cdot\dfrac{\theta}{2}=\theta$.　--------------　2 分

(3)　$E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)\mathrm{d}x=\int_0^\theta\dfrac{6x^3}{\theta^3}(\theta-x)\mathrm{d}x=\dfrac{3}{10}\theta^2$. 于是，

$$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{3}{10}\theta^2-\left(\frac{\theta}{2}\right)^2=\frac{\theta^2}{20}.$$ --------------　2 分

所以，$D(\hat{\theta})=D(2\overline{X})=4D(\overline{X})=\dfrac{4}{n}D(X)=\dfrac{4}{n}\cdot\dfrac{\theta^2}{20}=\dfrac{\theta^2}{5n}$. ---------------　2 分

评分标准说明：解题方法和计算公式正确，运算错误給一半分。

14　2018—2019 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一 填空题

1. $\dfrac{4}{7}$；　2. $\dfrac{9}{64}$；　3. $N(-7,5)$；　4. -1；　5. $\dfrac{1}{2}$。

二 选择题

1. B；　2. A；　3. D；　4. D；　5.B。

三 解：1. A 表示顾客买下该箱；B_i 表示任取一箱含有 i 只残次品（$i=0,1,2$）。

$$P(B_0)=0.8,P(B_1)=0.1，\ P(B_2)=0.2 \qquad （2 分）$$

$$P(A)=\sum_{i=0}^{2}P(B_i)P(A|B_i)=0.8\times1+0.1\times\frac{C_{19}^4}{C_{20}^4}+0.1\times\frac{C_{18}^4}{C_{20}^4}=\frac{448}{475} \qquad （6 分）$$

2. $P(B_0|A)=\dfrac{P(AB_0)}{P(A)}=\dfrac{0.8\times1}{448/475}=\dfrac{95}{112}$ （10 分）

四 解： 1. $\int_0^1 Ax(x+1)dx=A(\frac{1}{3}+\frac{1}{2})=1,A=\frac{6}{5}$ (4分)

2. $F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(u)du=\begin{cases}0 & , \quad x\le0\\ \frac{2}{5}x^3+\frac{3}{5}x^2 & , \quad 0<x<1\\ 1 & , \quad x\ge1\end{cases}$ （8 分）

3. $P(|X|<\frac{1}{2})=\int_0^{1/2}\frac{6}{5}x(x+1)dx=\frac{1}{5}$ （12 分）

五 解：1. $0.1+0.1+a+0.1+b+0.2=1$

$E(X)=1\times(0.2+a)+2\times(0.3+b)$，$E(Y)=0\times0.2+1\times(0.1+b)+2\times(a+0.2)$

由 $E(X)=E(Y)$， 解方程组得：$a=0.4$，$b=0.1$ (4分)

2.

X	1	2
p	0.6	0.4

Y	0	1	2
p	0.2	0.2	0.6

(8 分）

3. $E(X)=E(Y)=1\times0.6+2\times0.4=1.4$，

$E(XY)=1\times1\times0.1+1\times2\times0.4+2\times1\times0.1+2\times2\times0.2=1.9$

$Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=-0.06$ （12 分）

六 解： 设食堂应设座位数为 N，记 X 表示去食堂就餐的学生人数，

则 $X\sim B(10000,0.8)$； （2 分）

依题意有：$P(X\le N)\ge0.95$，因：$E(X)=8000$，$D(X)=1600$

由中心极限定理知：X 近似服从 $N(8000,1600)$ （6 分）

$P(X \le N) \approx \Phi(\frac{N-8000}{\sqrt{1600}}) \ge 0.95$，因为 $\Phi(1.65)=0.95$

$\frac{N-8000}{40} \ge 1.65$ ，计算得：$N=8066$　　　　　（8 分）

七 解：令$U=\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$，则$U \sim N(0,1)$　　　（2 分）

由$1-\alpha=0.95$，得：$\alpha=0.05$，于是，$u_{\alpha/2}=u_{0.025}=1.96$　（4 分）

故μ的置信区间为　$(\bar{x}-u_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+u_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$=(165-\frac{6}{3}\times 1.96,\ 165+\frac{6}{3}\times 1.96)=(161.08,\ 168.92)$　（8 分）

八 解：1 矩估计量

$E(X)=\int_0^1 x\theta x^{\theta-1}dx=\frac{\theta}{\theta+1}$，　　（2 分）

令$E(X)=\overline{X}$，即：$\frac{\theta}{\theta+1}=\overline{X}$，得$\theta$的矩估计量为：$\hat{\theta}=\frac{\overline{X}}{1-\overline{X}}$　（5 分）

2 极大似然估计量

似然函数：　$L(\theta;x_1,x_2,、、、,x_n)=f(x_1,\theta)\ f(x_2,\theta)、、、\ f(x_n,\theta)$

$=(\theta)^n x_1^{\theta-1}x_2^{\theta-1}\cdots x_n^{\theta-1}$　　　（7 分）

$\ln(L)=n\ln(\theta)+(\theta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)$

$\frac{d(\ln L)}{d\theta}=\frac{n}{\theta}+\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i)=0$

得θ的极大似然估计量为：　$\hat{\theta}_L=-\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln(X_i)}$　　　（10 分）

15　2017—2018 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一、填空题（共 24 分，每题 4 分）

1. 0.62　　2. 10，0.4　　3. 27　　4. 1/2　　5. -1/4, -12　　6. 17/45

二、选择题（共 20 分，每题 4 分）

1.　B　　2. D　　3. C　　4. C　　5. A

三、（10 分）

解：B={任取一件产品是合格品}　A_1, A_2, A_3 分别表示甲类、乙类、丙类。

$A_i \cap A_j (i \neq j)$　$\bigcup_{i=1}^{3} A_i = \Omega$　　……… 3 分

$P(\mathrm{B}) = 0.8*0.9 + 0.12*0.8 + 0.7*0.08 = 0.872$　　………7 分

$P(A_1 | B) = \dfrac{0.8*0.9}{0.8*0.9 + 0.12*0.8 + 0.7*0.08} \approx 0.83$　　……… 10 分

四.（16 分）

（1）由 $\iint\limits_D f(x,y)d\sigma = 1$ 得　$C = 2$　　……… 4 分

（2）$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy = \begin{cases} \int_x^1 2dy, 0 \le x \le 1 \\ 0, 其他 \end{cases} = \begin{cases} 2(1-x), 0 \le x \le 1 \\ 0, 其他 \end{cases}$

$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx = \begin{cases} \int_0^y 2dx, 0 \le y \le 1 \\ 0, 其他 \end{cases} = \begin{cases} 2\mathrm{y}, 0 \le y \le 1 \\ 0, 其他 \end{cases}$　　……… 8 分

（3）　$E(X) = \int_0^1 2x(1-x)dx) = \dfrac{1}{3}$　　$E(X^2) = \int_0^1 2x^2(1-x)dx = \dfrac{1}{6}$

$D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \dfrac{1}{18}$ ，　$E(Y) = \dfrac{2}{3}$　　$E(Y^2) = \dfrac{1}{2}$　　$D(Y) = \dfrac{1}{18}$

$E(XY) = \int_0^1 dy \int_0^y 2xydx = \dfrac{1}{4}$

$Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{36}$

$\rho(X,Y) = \dfrac{Cov(X,Y)}{\sqrt{DX}\sqrt{DY}} = \dfrac{1}{2}$　　······· 16 分

五.（14 分）

X	-3	0	3
p	0. 2	0.6	0.2

…… 3 分

Y	-3	0	3
p	0. 2	0.6	0.2

……… 6 分

E(X)=E(Y)=0， *D(X)=D(Y)=3.6*， …… 10 分

E(XY)=0，*COV(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=0* …… 14 分

六.（10 分）解：$E(\sum X_i)=50*4=200,$ ………… 3 分

$D(\sum X_i)=50*4*4=800$ ……… .6 分

$$P(180<\sum X_i<220)=\Phi(\frac{220-200}{20\sqrt{2}})-\Phi(\frac{180-200}{20\sqrt{2}})=2\Phi(\frac{\sqrt{2}}{2})-1$$

……… 10 分

七、(6 分）解：由 $E(X)=\int_{\theta}^{+\infty}xe^{(\theta-x)}dx=\theta+1$ 令 $E(X)=\overline{X}$ ……… 4 分

得 $\hat{\theta}=\overline{X}-1$ ………6 分

16 2013—2014 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 B 卷

一、填空题（满分 20 分）

1. A=$\frac{1}{2}$，F(x) $=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{x},x<0\\ 1-\frac{1}{2}e^{-x},x\geq 0\end{cases}$ 2. $\ln 3$ 3. 0.3 4. 6 5. F(1,n)

二、选择题（满分 20 分）

1. D 2. A 3. C 4. D 5. B

三、计算题（满分 60 分）

1. $P=\frac{C_8^2}{C_{12}^2}\times\frac{6}{10}+\frac{C_8^1C_4^1}{C_{12}^2}\times\frac{7}{10}+\frac{C_4^2}{C_{12}^2}\times\frac{8}{10}=0.67$

2..（1） $\int_0^1 dx\int_0^x Axydy=1.\Rightarrow A=8$ ……4 分

（2） $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy$

$$\therefore f_X(x)=\begin{cases}4x^3, & 0\le x\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$$ ……7 分

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx, \therefore f_Y(y)=\begin{cases}4y(1-y\ \ ), & 0\le y\le 1\\ 0, & 其他\end{cases},$$ ……9 分

（3） $P(X+Y\ge 1)=\iint\limits_{x+y\ge 1} f(x,y)dxdy=\int_{\frac{1}{2}}^{1}dx\int_{1-x}^{x}8xydy=\frac{5}{6}$ ……12 分

3. 1）由 P（X=1）=a+0.1=0.25，有 a=0.15…………………………… 2

由 0.1+a+0.3+0.2+b=1，有 b=0.25…………………………… …………………..4

（2）X 的边缘分布列为：P（X=1）=0.25，P（X=2）=0.75

Y 的边缘分布列为：P（Y=0）=0.4，P（Y=1）=0.35，P（Y=2）=0.25…………8 分

（3）E（X）=1*0.25+2*0.75=1.75，E（X^2）=3.25，故 D（X）=3.25-1.75*1.75=0.1825…. 10 分

E（Y）=1*0.35+2*0.25=0.85，E（Y^2）=1.35，故 D（Y）=1.35-0.85*0.85=0.6275…….12 分

4．E（X—Y）=2—2=0，…………………………………（2 分）

D（X—Y）=D（X）+ D（Y）—2cov(X,Y),…………………………（3 分）

又 cov(X,Y)=R（X，Y）*Var(X) *Var(Y)=0.5*1*2=1……………………. （5 分）

故 D（X—Y）=1+4—2=3，由契比雪夫不等式 $P(|X-Y|\ge 6)\le\frac{1}{12}$………………（8 分）

5.（1）。$\frac{\overline{X}-40}{5/\sqrt{36}}\sim N(0,1)$

$$P(38<\overline{X}<43)=P(\frac{38-40}{5/6}<\frac{\overline{X}-40}{5/6}<\frac{43-40}{5/6})=\Phi(3.6)-\Phi(-2.4)=0.9916$$

……………………(5 分)

（2）。$P(|\overline{X}-40|<1)=P(\frac{-1}{5/8}<\frac{\overline{X}-40}{5/8}<\frac{1}{5/8})=\Phi(1.6)-\Phi(-1.6)=0.8904$

…………………………….(10 分)

6. X 的密度函数为:f(x，β)= $\begin{cases}\frac{\beta}{x^{\beta+1}}, & x>1\\ 0, & x\le 1\end{cases}$,…………………………….(2 分)

由于 E（X）$=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x,\beta)dx=\frac{\beta}{\beta-1}$

令　E（X）$=\dfrac{\beta}{\beta-1}$，得 β 的矩估计量为 $\hat{\beta}=\dfrac{\bar{x}}{\bar{x}-1}$ ……………………………(7 分)

似然函数为 L（β）$=\begin{cases}\dfrac{\beta^n}{x_1x_2\ldots x_n}, x_i>1 \\ 0, 其他\end{cases}$ ………………………(9 分)

取对数求导后求解得 $\hat{\beta}=\dfrac{n}{\sum_{i-1}^{n}\ln x_i}$。………………………(12 分)