

# 浙江理工大学 2020—2021 学年第二学期

## 《高等数学 B2》期中试卷 (A) 卷

本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

承诺人签名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 座位号：\_\_\_\_\_

题号	一	二	三					四		五		总分	复核教师签名
			1	2	3	4	5	1	2	1	2		
得分													
阅卷教师签名													

一. 选择题 (共 24 分, 每题 4 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内)

1.  $y' = y$  满足  $y|_{x=0} = 2$  的特解是 ( )

- A.  $y = e^x + 1$       B.  $y = 2e^x$       C.  $y = 2e^{\frac{x}{2}}$       D.  $y = 3e^x$

2. 区域  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4, \text{且 } y \leq x + 1\}$  是 ( )

- A. 有界闭区域      B. 无界闭区域      C. 有界开区域      D. 无界开区域

3. 函数  $z = x^3 - y^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$  的极小值点是 ( )

- A. (1,0)      B. (1,2)      C. (-3,0)      D. (-3,2)

4. 若二元函数  $z = f(x, y)$  在点  $P_0(x_0, y_0)$  处的两个偏导数  $\frac{\partial z}{\partial x}|_{P_0}, \frac{\partial z}{\partial y}|_{P_0}$  均存在, 则 ( )

- A. 函数  $z = f(x, y)$  在点  $P_0(x_0, y_0)$  处连续  
B. 函数  $z = f(x, y)$  在点  $P_0(x_0, y_0)$  处连续

C.  $dz = \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{P_0} dx + \frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{P_0} dy$

D. A、B、C 都不对

5. 下列函数中, 哪个是微分方程  $y'' - 7y' + 12y = 0$  的解 ( )

A.  $y = x^3$

B.  $y = x^2$

C.  $y = e^{2x}$

D.  $y = e^{3x}$

6. 设函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ , 则在点 (0,0) 处函数  $f(x, y)$

( )

A. 不连续      B. 连续但是偏导数  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$  不存在

C. 连续且偏导数  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$  存在, 但不可微      D. 可微

二. 填空题 (共 24 分, 每题 4 分, 把答案填在题中横线上)

1. 方程  $(x - 2xy - y^2) dy + y^2 dx = 0$  的通解为\_\_\_\_\_。

2. 设  $e^{-xy} - 2z + e^z = 0$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$ \_\_\_\_\_。

3. 设  $z = \arctan \frac{y}{x}$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ \_\_\_\_\_。

4. 设  $z = xe^{xy}$ , 则  $dz|_{x=1, y=1} =$ \_\_\_\_\_。

5. 差分方程  $y_{t+1} - y_t = t2^t$  的通解为\_\_\_\_\_。

6. 微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan \frac{y}{x}$  通解为\_\_\_\_\_。

三. 计算题 (共 30 分, 每题 6 分, 应写出演算过程及相应文字说明)

1. 求微分方程  $y'' - y = \sin^2 x$  的通解

2. 设  $C$  为任意常数, 求以  $x^2 + y + C\sqrt{y} = 0$  为通解的一阶微分方程

3. 设  $f(x, y) = y \sin(xy) + (1 - y) \arctan x + e^{2y}$ , 求  $f_x(1, 0)$ ,  $f_y(1, 0)$

4. 设函数  $u = \arctan x^2 e^y$ , 求函数的所有二阶偏导数

5. 求微分方程  $y'' + 2y' + 9y = 8e^{-x}$  的通解。

四. 综合题 (共 14 分, 每题 7 分, 应写出具体解题过程)

1. 已知函数  $f(u, v)$  具有二阶连续偏导数,  $f(1, 1) = 2$  是  $f(u, v)$  的极值, 函数

$$z = f(x + y, f(x, y)), \text{ 求 } \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big|_{(1,1)}$$

2. 求函数  $u = xy + 2yz$  在约束条件  $x^2 + y^2 + z^2 = 10$  下的最大值和最小值

五. 证明题 (共 8 分, 每题 4 分)

1. 证明: 极限  $\lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$  不存在

2. 设  $z = e^{-\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)}$ , 求证:  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = 2z$

