



离散数学

浙江理工大学期末试题汇编

(试卷册)

学校: _____

专业: _____

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

(此试卷为 2022 年第二版 第 1 次发行)

写在前面

亲爱的伙伴们：

你们好！我来自大一，有幸应创琦哥邀请，在卷子开头来写上几笔。

说来惭愧，最近一直在摆烂，真真“一时颓废一时爽，一直颓废一直爽”。不知道立下来多少 flag：“我要保研”、“我要冲击奖学金”、“我要健身”……到头来，却发现连钉钉群里老师的作业都忘记做，连 120 公里也只跑了个零头。

不知道在看的各位同学目前是什么状态，是你期望的想成为的样子吗？

人是活在现实里面的，但是对于未至之事，我们常常会有过高的期待。没有那么好，才是人生的常态。我们绝大部分的人都是普通人，不是永动机，努力一段时间之后都会累，生活里也都会有喜怒哀乐，都会有不喜欢别人心里默念笨的时候，都会有不喜欢自己去羡慕别人的时候，但这就是活着。

“我们今生活着的唯一目的就是为了超越今生。”

大佬们的最大共同点都是自律，令人感到可怕的自律。想要做到自律，背后会有两个字——认真。或许有人会说“认真你就输了”，但我们大家已经有多久没有认真过了？手机每天刷了十几小时，知识没带进脑子，TM 吴签啥时候入狱却是了如执掌（同志们，不是我嘴臭这也是在骂我自己）

我们现在是大佬是天才吗？如果不是的话，我想我们应该要去做出改变了，因为我们一定能做到！宇宙这样无限大，你现在想做的事一定都被宇宙中另一个副本“你”做到过。也就是说我们对自己的期待，是完全可以自我实现的。

诚实地面对自己的欲望，勇敢地面对自己的恐惧。

对于数学，哈哈，我也比较菜，能给出的只有教训。犹记当年高三，每天埋头于导数圆锥，整天沉迷于压轴题秘籍，想要冲个 130+，结果是最终高考不到 120 分。嗯，我想你们都明白我想说的了，不要“眼高手低”。那么抛开过去，就拿考研数学来说，满分 150，每年的平均分大概只有六七十分，所以基础真的很重要。基础从哪来？就从每次大家提起笔或者 pencil 和每道数学题拉扯中来，所以要珍惜后面的每份卷子，珍惜每次学校里的考试，这最起码能够给你制造一个几小时专注的考试环境。

最后，“革命尚未成功”，多说无益，撸起袖子加油干就对了！不说了，去读书去了。没错，卷的就是在看你，害怕了吧？还不抓紧找根笔刷刷后面的套卷？（doge）

哦，最后的最后再送大家一段话，鸡汤来喽~

每个优秀的人，都有一段沉默的时光。那段时光，是付出了很多努力，却得不到结果的日子，我们把它叫做扎根。

佚名

2022 年 5 月 8 日

送给大家一段文摘：

当欢笑淡成沉默，当信心变成失落，我走近梦想的脚步，是否依旧坚定执着；当笑颜流失在心的沙漠，当霜雪冰封了亲情承诺，我无奈的心中，是否依然碧绿鲜活。

有谁不渴望收获，有谁没有过苦涩，有谁不希望生命的枝头挂满丰硕，有谁愿意让希望变成梦中的花朵。现实和理想之间，不变的是跋涉，暗淡与辉煌之间，不变的是开拓。

甩掉世俗的羁绊，没谁愿意，让一生在碌碌无为中度过。整理你的行装，不同的起点，可以达到同样辉煌的终点。人生没有对错，成功永远属于奋斗者。

——汪曾祺《生活》

目录

1 浙江理工大学 2012—2013 学年第 2 学期《离散数学 B》期末 A 卷	1
2 浙江理工大学 2017—2018 学年第 2 学期《离散数学》期末 A 卷	6
3 安徽大学 2004—2005 学年第 2 学期《离散数学》期末 A 卷	11
4 浙江理工大学 2019—2020 学年第 2 学期《离散数学》期末 A 卷	15
5 浙江理工大学 2019—2020 学年第 2 学期《离散数学》期末 B 卷	19
6 浙江理工大学 2019—2020 学年第 2 学期《离散数学》期末练习卷	22

说明：

《离散数学 B》为计算机类专业学生所修科目，《离散数学》为理学院数学系专业所有科目。
创琦杂谈学习交流群里还有其他试卷，不方便整理到文档上，请大家自取。

更多信息

试卷整理人：张创琦

微信公众号：创琦杂谈

试卷版次：2022 年 4 月 30 日 第二版 第 1 次发行

本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）群号：749060380

cq 数学物理学习群（QQ 群）群号：967276102

cq 计算机编程学习群（QQ 群）群号：653231806

创琦杂谈公众号优秀文章：

曾发布了《[四级备考前要注意什么？创琦请回答！（一）](#)》、《[走！一起去春季校园招聘会看看，感受人间真实](#)》、《[送给即将期末考试的你](#)》、《[那些你不曾在选课中注意到的事情](#)》、《[身为大学生，你的劳动价值是多少？](#)》（荐读）、《[如何找到自己的培养计划](#)》以及信息学院本科阶段五个专业的分流经验分享（来自 20 多位学长学姐的亲身经历与分享，文章过多，就不贴链接啦），公众号也可以帮忙大家发布相关社会实践的问卷。

我最近在写关于 `github` 使用技巧的文章，并且在开发网站，争取给大家提供更优质的学习讨论平台。

QQ 群：

“创琦杂谈学习交流群”主要为大家更新各种科目的资料，群里可以讨论问题、也可以发布社会实践的调查问卷互相帮助，目前群成员不到千人，相信您的问题会有人解答的。

“cq 数学物理学习群”更适合讨论数学物理相关的题目等，数学科目包括但不限于：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等，物理包括但不限于：普通物理、普通物理实验。

“cq 计算机编程学习群”适用于讨论编程语言相关内容，包括但不限于：C 语言、C++ 语言、Java 语言、matlab 语言、python 语言等，也可以讨论计算机相关课程，包括但不限于：数据结构、算法、计算机网络、操作系统、计算机组成原理等。

版权声明：试卷整理人：张创琦，试卷首发于 QQ 群“创琦杂谈学习交流群”和“cq 数学物理学习群”，并同时转发到各个辅导员的手里。转发前需经过本人同意，侵权后果自负。本资料只用于学习交流使用，禁止进行售卖、二次转售等违法行为，一旦发现，本人将追究法律责任。解释权归本人所有。

考试承诺：本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

最终感谢我的老师、我的朋友，还要感谢各位朋友们对我的大力支持。

本人尽全力为大家寻找、整理高等数学、线性代数、概率论等考试资料，但因时间仓促以及本人水平有限，本练习册中必有许多不足之处，还望各位不吝赐教。

1 浙江理工大学 2012—2013 学年第 2 学期《离散数学 B》期末 A 卷

一 填空题（每空 2 分，共 36 分）（可能有多答案）

1 给出下列语句：

(1) 我正在说谎。

(2) 7 是自然数当且仅当海水是甜的。

(3) $x+7<0$ 。

(4) 明年中秋节的晚上是晴天。

其中_____是命题；_____是复合命题。

2 设 $p: 2+3=5$, q : 大熊猫产在中国, r : 太阳从西方升起,

则公式 $(p \wedge q \wedge \neg r) \leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$ 的真值为_____。

3. 给出下列命题：

(1) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

(2) $\neg(q \rightarrow p) \wedge p$

(3) $\neg((p \wedge q) \rightarrow p)$

(4) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$

其中_____是重言式, _____是矛盾式。

4. 设个体域 $D=\{a,b,c\}$, 消去公式 $\forall x F(x) \rightarrow \forall y G(y)$ 的量词为_____。

5. 判断下列命题的真假（其中 A,B,C,S,T 均为集合, ϕ 为空集），答案写在括号中：

(1) $(S - T = \phi) \Rightarrow S = T$ (_____) (2) $(A \in B) \wedge (B \in C) \Rightarrow A \in C$ (_____)

6. 令 $P(x)$: x 是质数, $E(x)$: x 是偶数, $Q(x)$: x 是奇数, $D(x, y)$: x 除尽 y . 则

$\forall x(E(x) \rightarrow \forall y(D(x, y) \rightarrow E(y)))$ 的 自 然 语 言 翻 译 为 _____。

7. $(\exists x)(\neg((\exists y)P(x, y)) \rightarrow ((\exists z)Q(z) \rightarrow R(x)))$ 的前束范式是_____。

8. 设 G 是具有 8 个顶点的树, 则 G 中增加_____条边才能把 G 变成完全图。

9. 给定集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 上的 3 个关系如下：

$R_1 = \{< 2, 2 >, < 2, 3 >, < 2, 1 >, < 1, 1 >\}$, $R_2 = \{< 2, 2 >, < 2, 3 >, < 3, 2 >, < 3, 3 >, < 1, 1 >\}$,

$R_3 = \{< 2, 3 >, < 3, 3 >, < 3, 1 >\}$, 则其中为等价关系的是_____。

10. 设 f, g 是自然数集 N 上的函数 $\forall x \in N$, $f(x) = x+1$, $g(x) = 2x$,

则 $f \circ g(x) =$ _____。

11. 给定集合 X 和 Y , 设 $|X|=n$, $|Y|=m$ 则

(1) 从 X 到 Y 有 _____ 个不同的函数；

(2) 当 n, m 满足 _____ 时, 从 X 到 Y 的函数才可为双射。

12. 设 G 为 9 阶无向图, 每个结点度数不是 5 就是 6, 则 G 中至少有 _____ 个 5 度结

点。

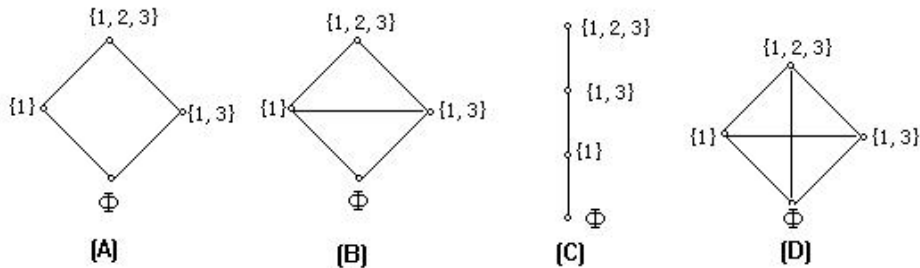
13. 设集合 A, B , 其中 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$, 则 $A - B =$ _____;
 $p(A) - p(B) =$ _____.

二. 选择题 (每小题 2 分, 共 16 分)

1. 设 p : 张刚在图书馆看书, q : 图书馆不开门, r : 张刚生病。命题“张刚总是在图书馆看书, 除非图书馆不开门或张刚生病。”符号化为: _____

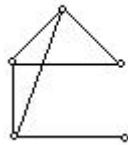
- (A) $(q \vee r) \rightarrow p$;
 (B) $\neg(q \vee r) \rightarrow p$;
 (C) $p \rightarrow (q \vee r)$;
 (D) $p \rightarrow \neg(q \vee r)$.

2. 设 $A = \{\Phi, \{1\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$ 则 A 上包含关系“ \subseteq ”的哈斯图为 _____

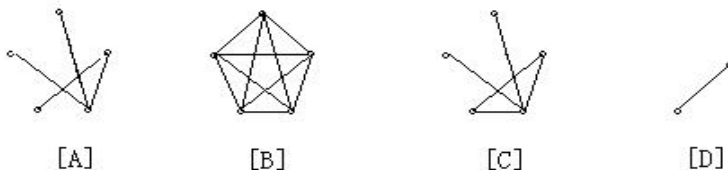


3. 以下命题中正确的结论是: _____

- (A) 非空偏序集的子集如有上界, 则一定有最小上界;
 (B) 若非空偏序集的子集存在最小上界, 则最小上界是唯一的;
 (C) 若非空偏序集的子集存在极小元, 则在哈斯图中极小元不一定出现在最底层;
 (D) 非空偏序集的子集一定有最大元。



4. 如右图 相对于完全图 K_5 的补图为 _____。



5. 设 $X = \{a, b, c, d\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$, $f = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 3 \rangle \}$, 则 f 是: _____。

- (A) 从 X 到 Y 的二元关系, 但不是从 X 到 Y 的函数;
 (B) 从 X 到 Y 的函数, 但不是满射, 也不是单射;
 (C) 从 X 到 Y 的满射, 但不是单射;
 (D) 从 X 到 Y 的双射。

6. 设 A, B 为集合, 当()时 $A - B = B$.

- (A) $A = B$ (B) $A \subseteq B$ (C) $B \subseteq A$ (D) $A = B = \emptyset$.

7. 若供选择答案中的数值表示一个简单图中各个顶点的度, 能画出图的是().

- (A) (1, 2, 2, 3, 4, 5) (B) (1, 2, 3, 4, 5, 5) (C) (1, 1, 1, 2, 3) (D) (2, 3, 3, 4, 5, 6).

8. 设命题公式 $G = \neg(P \rightarrow Q)$, $H = P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$, 则 G 与 H 的关系是()。

(A) $G \Rightarrow H$ (B) $H \Rightarrow G$ (C) $G = H$ (D) 以上都不是.

三. 解答题(共 48 分, 请给出计算过程)

1. (6 分) 证明: 对任意集合 A, B, C 有, $A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$.

2. (6 分) 设命题公式 $G = \neg(P \rightarrow Q) \vee (Q \wedge (\neg P \rightarrow R))$, 求 G 的主析取范式。

3. (5 分) 设一阶逻辑公式: $G = (\forall x P(x) \vee \exists y Q(y)) \rightarrow \forall x R(x)$, 把 G 化成前束范式.

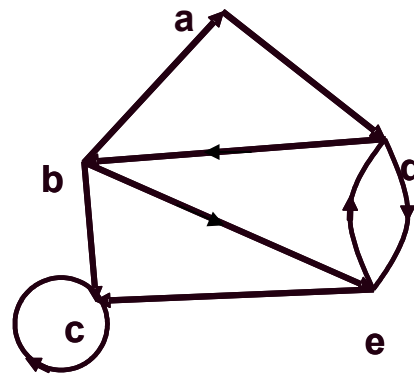
4. (共 10 分) 给出集合 $A=\{a,b,c,d,e\}$ 上的一个关系

$$R = \{ \langle a,b \rangle, \langle b,c \rangle, \langle c,d \rangle, \langle d,c \rangle, \langle b,e \rangle, \langle e,e \rangle \}.$$

- (1) 写出它的关系矩阵 A ;
- (2) 画出它的关系图;
- (3) 写出它的自反闭包 $r(R)$;
- (4) 写出它的对称闭包 $s(R)$;
- (5) 写出它的传递闭包 $t(R)$.

5. (5 分) 有向图 D 如图所示

- (1) D 中有多少条非同构的初级回路圈?
- (2) 有多少条非同构的简单回路?
- (3) 求 a 到 d 的短程线路和距离?
- (4) 求 d 到 a 的短程线路和距离?
- (5) D 是哪类连通图?



6 (8 分) 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12\}$, R 为整除关系。

(1) 画出半序集 (A, R) 的哈斯图;

(2) 写出 A 的子集 $B = \{3, 6, 9, 12\}$ 的上界, 下界, 最小上界, 最大下界;

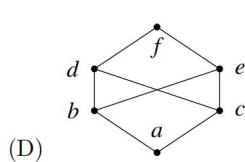
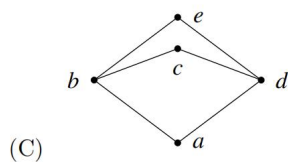
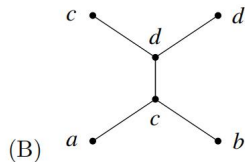
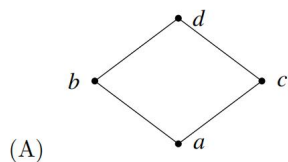
(3) 写出 A 的最大元, 最小元, 极大元, 极小元。

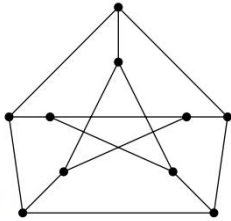
7 (8 分) 用一阶逻辑构造下列推理证明: 每个喜欢步行的人都不喜欢骑自行车。每个人或者喜欢骑自行车或者喜欢乘汽车。有的人不喜欢乘汽车。所以有些人不喜欢步行 (个体域为人类集合)。

2 浙江理工大学 2017—2018 学年第 2 学期《离散数学》期末 A 卷

一 选择题（每题 3 分，共 5 题，共 15 分）

- 命题公式 $\neg(p \wedge q) \rightarrow r$ 的主析取范式中含极小项的个数是 ()
(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 0
- 设集合 A, B 是有穷集合, 且 $|A| = m, |B| = n$, 则从 A 到 B 不同的双射函数个数有 ()
(A) mn (B) m^n (C) $n!$ (D) $m!$
- 下列各式中不成立的是 ()
(A) $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$ (B) $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$
(C) $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$ (D) $\forall x(P(x) \wedge Q) \Leftrightarrow \forall xP(x) \wedge Q$
- 设 $\langle S, \leq \rangle$ 是偏序集, 如果 $\forall x, y \in S, \{x, y\}$ 都有最小上界和最大下界, 则称 S 关于 \leq 构成一个格。则如下偏序集中构成一个格的是 ()



5. 在 Peterson 图  中, 至少添加 () 条边才能构成 Euler 图。
(A) 0 (B) 1 (C) 5 (D) 10

二 判断题（正确打“√”，错误打“×”，每题 2 分，共 10 分）

- 设 p, q 为命题变项, 则 $\neg(p \leftrightarrow q)$ 与 $(p \vee q) \wedge (\neg(p \wedge q))$ 可能不等值. ()
- 设 A, B, C, D 为任意集合, 则必有 $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D)$. ()
- 取解释 I 为: 个体域为 $D = \{a\}$, $F(x)$: x 具有性质 F , 在解释 I 下 $\forall xF(x) \leftrightarrow \exists xF(x)$ 为永真式. ()
- 设 R_1, R_2 为 A 上的关系, 则等式 $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$ 与 $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$ 均成立. ()
- 当 n 为奇数时, 完全图 K_n 既是欧拉图, 又是哈密顿图. ()

三 填空题（每题 3 分，共 15 分）

11. 公式 $(\neg(p \leftrightarrow q) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q))) \vee r$ 的类型为: _____.
12. 在一阶逻辑中将如下命题符号化: 说凡是汽车就比火车慢是不对的:
_____.
13. 设 a, b 为集合, $A = \{\{a\}, \{a, b\}\}$, 则 $\cup \cup A - \cap \cup A =$ _____.
14. 设 $A = \{a, b, c\}$, $R = \{<a, b>, <b, a>\} \cup I_A$ 是 A 上的等价关系, 设自然映射 $g: A \rightarrow A/R$, 那么 $g(a) =$ _____.
15. 3 阶 3 条边的所有非同构的有向简单图共有 _____ 个.

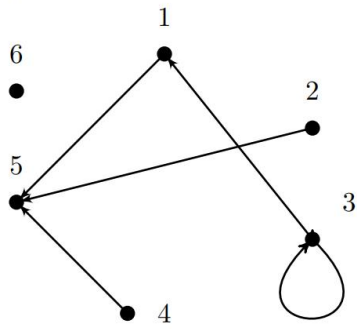
四 解答题（共 6 题，计 60 分）

16. (本题 10 分) 三人估计比赛结果, 甲说“A 第一, B 第二”, 乙说“C 第二, D 第四”, 丙说“A 第二, D 第四”. 结果三人估计得都不全对, 但都对了一个, 求 A, B, C, D 的名次分别是多少.

17. (本题 10 分) 在自然推理系统 $N_{\mathcal{L}}$ 中, 构造用自然语言描述的推理的证明:
人都喜欢吃蔬菜, 但不是所有人都喜欢吃鱼, 所以, 存在喜欢吃蔬菜而不喜欢吃鱼的人.

18. (本题 10 分) 设 $f: A \rightarrow B$ 是双射的, 证明: f^{-1} 是函数, 并且是从 B 到 A 的双射函数。

19. (本题 10 分) 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, R 为 A 上的关系, R 的关系图如下图所示:



- (1) 求 R^2, R^3 的集合表达式.
- (2) 求 $r(R), s(R), t(R)$ 的集合表达式.

20. (本题 10 分) 无向图 $G = \langle V, E \rangle$, 其中 $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$, 其

关联矩阵为 $M(G) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求:

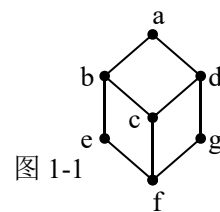
- (1) 求无向图 G 的邻接矩阵和可达矩阵;
- (2) 求 v_1 到 v_4 长度为 4 的通路数;
- (3) 求 v_1 到 v_1 长度为 4 的回路数.

21. (本题 10 分) 已知 a, b, c, d, e, f, g 7 人中, 会讲的语言分别为:
- a : 英语、德语; b : 英语、汉语; c : 英语、意大利语、俄语; d : 汉语、日语;
 e : 意大利语、德语; f : 俄语、日语、法语; g : 德语、法语.
- 问: 能否将他们的座位安排在圆桌旁, 使得每个人都能与他身边的人交流.

3 安徽大学 2004—2005 学年第 2 学期《离散数学》期末 A 卷

一、单项选择

- 1 在自然数集 N 上, 下列哪种运算是可结合的? ()
 A. $a * b = a - b$ B. $a * b = \max\{a, b\}$
 C. $a * b = a + 2b$ D. $a * b = a \cdot b \pmod{3}$
- 2 下列代数系统 $\langle S, * \rangle$ 中, 哪个是群? ()
 A. $S = \{0, 1, 3, 5\}$, $*$ 是模 7 加法 B. $S = Q$ (有理数集合), $*$ 是一般乘法
 C. $S = Z$ (整数集合), $*$ 是一般减法 D. $S = \{1, 3, 4, 5, 9\}$, $*$ 是模 11 乘法
- 3 若 $\langle H, * \rangle$ 是 $\langle G, * \rangle$ 的真子群, 且 $|H| = n$, $|G| = m$, 则有 ()。
 A. n 整除 m B. m 整除 n
 C. n 整除 m 且 m 整除 n D. n 不整除 m 且 m 不整除 n
- 4 下面哪个集合关于指定的运算构成环? ()
 A. $\{a + b\sqrt[3]{2} \mid a, b \in Z\}$, 关于数的加法和乘法
 B. $\{n \text{ 阶实数矩阵}\}$, 关于矩阵的加法和乘法
 C. $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in Z\}$, 关于数的加法和乘法
 D. $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in Z \right\}$, 关于矩阵的加法和乘法
- 5 在代数系统中, 整环和域的关系为 ()。
 A. 域一定是整环 B. 域不一定是整环
 C. 整环一定是域 D. 域一定不是整环
- 6 N 是自然数集, \leq 是小于等于关系, 则 (N, \leq) 是 ()。
 A. 有界格 B. 有补格 C. 分配格 D. 有补分配格
- 7 图 1-1 给出的哈斯图表示的格中哪个元素无补元? ()
 A. a B. c C. e D. f
- 8 给定下列序列, 可构成无向简单图的结点度数序列的是 ()。
 A. (1, 1, 2, 2, 3) B. (1, 3, 4, 4, 5)
 C. (0, 1, 3, 3, 3) D. (1, 1, 2, 2, 2)
- 9 欧拉回路是 ()。
 A. 路径 B. 简单回路
 C. 既是基本回路也是简单回路 D. 既非基本回路也非简单回路
- 10 哈密尔顿回路是 ()。
 A. 路径 B. 简单回路 C. 既是基本回路也是简单回路 D. 既非基本回路也非简单回路



二、填空题（以下每个下划线为一空，请按要求填入合适的内容。每空 2 分，共 30 分）。

1 设 S 是非空有限集，代数系统 $(P(S), \cup, \cap)$ 中， $P(S)$ 对 \cup 运算的单位元是_____，零元是_____， $P(S)$ 对 \cap 运算的单位元是_____。

2 在运算表 2-1 中空白处填入适当符号，使 $(\{a, b, c\}, \circ)$ 成为群。

①_____, ②_____, ③_____, ④_____。

3 设 $H = \{0, 4, 8\}$ ， $\langle H, +_{12} \rangle$ 是群 $\langle N_{12}, +_{12} \rangle$ 的子群，其中

$N_{12} = \{0, 1, 2, \dots, 11\}$ ， $+_{12}$ 是模 12 加法，则 $\langle N_{12}, +_{12} \rangle$ 有_____

个真子群， H 的左陪集 $3H = ______$ ， $4H = ______$ 。

4 设 $\langle A, \vee, \wedge, - \rangle$ 是一个布尔代数，如果在 A 上定义二元运算 \oplus 为：

$a \oplus b = (a \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge b)$ ，则 $\langle A, \oplus \rangle$ 是一个_____。

\circ	a	b	c
a	①	a	②
b	a	b	c
c	③	c	④

表

2-1

5 任何一个具有 2^n 个元素的有限布尔代数都是_____。

6 若连通平面图 G 有 4 个结点，3 个面，则 G 有_____条边。

7 一棵树有两个结点度数为 2，一个结点度数为 3，三个结点度数为 4，它有_____个度数为 1 的结点。

8 无向图 G 是由 k ($k \geq 2$) 棵数组成的森林，至少要添加_____条边才能使 G 成为一棵树。

三、求解题（20 分）

1 试写出 $\langle N_6, +_6 \rangle$ 中每个子群及其相应的左陪集。（6 分）

2 若一个有向图 G 是欧拉图，它是否一定是强连通的？若一个有向图 G 是强连通的，它是否一定是欧拉图？说明理由。（6 分）

3 有向图 G 如图 3-1 所示。

(1) 求 G 的邻接矩阵 A ; (2 分)

(2) G 中 v_1 到 v_4 长度为 4 的路径有几条? (2 分)

(3) G 中 v_1 到自身长度为 3 的回路有几条? (2 分)

(4) G 是哪类连通图? (2 分)

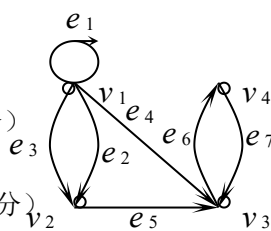


图 3-1

四、证明题 (30 分)

1 设 $\langle G, * \rangle$ 是一群, $x \in G$ 。定义: $a \circ b = a * x * b$, $\forall a, b \in G$ 。证明 $\langle G, \circ \rangle$ 也是一群。

2 证明：(1) 证明在格中成立： $(a * b) \oplus (c * d) \leq (a \oplus c) * (b \oplus d)$ 。(5 分)

(2) 证明布尔恒等式： $(a * c) \oplus (a' * b) \oplus (b * c) = (a * c) \oplus (a' * b)$ 。(5 分)

3 证明：(1) 在 6 个结点 12 条边的连通平面简单图中，每个面由 3 条边围成。(5 分)

(2) 证明当每个结点的度数大于等于 3 时，不存在有 7 条边的简单连通平面图。

4 浙江理工大学 2019—2020 学年第 2 学期《离散数学》期末 A 卷

一、证明题（10 分）

$$(1) (\neg P \wedge (\neg Q \wedge R)) \vee (Q \wedge R) \vee (P \wedge R) \Leftrightarrow R$$

$$(2) \exists x(A(x) \rightarrow B(x)) \Leftrightarrow \forall x A(x) \rightarrow \exists x B(x)$$

二、求命题公式 $(P \vee (Q \wedge R)) \rightarrow (P \wedge Q \wedge R)$ 的主析取范式和主合取范式（10 分）

三、推理证明题（10 分）

$$(1) C \vee D, (C \vee D) \rightarrow \neg E, \neg E \rightarrow (A \wedge \neg B), (A \wedge \neg B) \rightarrow (R \vee S) \Rightarrow R \vee S$$

$$(2) \forall x(P(x) \rightarrow Q(y) \wedge R(x)), \exists x P(x) \Rightarrow Q(y) \wedge \exists x(P(x) \wedge R(x))$$

四、设 m 是一个取定的正整数，证明：在任取 $m+1$ 个整数中，至少有两个整数，它们的差是 m 的整数倍

五、已知 A 、 B 、 C 是三个集合，证明 $A-(B \cup C) = (A-B) \cap (A-C)$ （15 分）

六、已知 R 、 S 是 N 上的关系，其定义如下： $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in N \wedge y = x^2 \}$ ， $S = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in N \wedge y = x + 1 \}$ 。求 R^{-1} 、 $R \circ S$ 、 $S \circ R$ 、 $R \upharpoonright \{1, 2\}$ 、 $S[\{1, 2\}]$ （10 分）

七、若 $f: A \rightarrow B$ 和 $g: B \rightarrow C$ 是双射，则 $(gf)^{-1} = f^{-1}g^{-1}$ （10 分）。

八、(15 分) 设 $\langle A, * \rangle$ 是半群, 对 A 中任意元 a 和 b , 如 $a \neq b$ 必有 $a*b \neq b*a$, 证明:

(1) 对 A 中每个元 a , 有 $a*a=a$ 。

(2) 对 A 中任意元 a 和 b , 有 $a*b*a=a$ 。

(3) 对 A 中任意元 a 、 b 和 c , 有 $a*b*c=a*c$ 。

九、给定简单无向图 $G=\langle V, E \rangle$, 且 $|V|=m$, $|E|=n$ 。试证: 若 $n \geq C_{m-1}^2 + 2$, 则 G 是哈密尔顿图

5 浙江理工大学 2019—2020 学年第 2 学期《离散数学》期末 B 卷

一、证明题（10 分）

$$(1) ((P \vee Q) \wedge \neg(\neg P \wedge (\neg Q \vee \neg R))) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg R) \Leftrightarrow T$$

$$(2) \forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge \forall x P(x) \Leftrightarrow \forall x(P(x) \wedge Q(x))$$

二、求命题公式 $(\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (P \vee \neg Q)$ 的主析取范式 and 主合取范式（10 分）

三、推理证明题（10 分）

$$1) (P \rightarrow (Q \rightarrow S)) \wedge (\neg R \vee P) \wedge Q \Rightarrow R \rightarrow S$$

$$2) \forall x(P(x) \vee Q(x)), \forall x \neg P(x) \Rightarrow \exists x Q(x)$$

四、在边长为 1 的正方形内任意放置九个点，证明其中必存在三个点，使得由它们组成的三角形（可能是退化的）面积不超过 $1/8$ （10 分）。

五、已知 A 、 B 、 C 是三个集合，证明 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ （10 分）

六、 $\pi = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 是集合 A 的一个划分，定义 $R = \{ \langle a, b \rangle \mid a, b \in A_i, i=1, 2, \dots, n \}$ ，则 R 是 A 上的等价关系（15 分）。

七、若 $f:A \rightarrow B$ 是双射，则 $f^{-1}:B \rightarrow A$ 是双射（15 分）。

八、设 $\langle G, * \rangle$ 是群， $\langle A, * \rangle$ 和 $\langle B, * \rangle$ 是 $\langle G, * \rangle$ 的子群，证明：若 $A \cup B = G$ ，则 $A = G$ 或 $B = G$ （10 分）。

九、若无向图 G 是不连通的，证明 G 的补图 \overline{G} 是连通的（10 分）。

6 浙江理工大学 2019—2020 学年第 2 学期《离散数学》期末练习卷

一 选择题（每小题 2 分，总计 30 分）

1 给定语句如下：

- (1) 15 是素数（质数）
- (2) 10 能被 2 整除，3 是偶数。
- (3) 你下午有会吗？若无会，请到我这儿来！
- (4) $2x+3>0$.
- (5) 只有 4 是偶数，3 才能被 2 整除。
- (6) 明年 5 月 1 日是晴天。

以上 6 个语句中，是简单命题的为 (A)，是复合命题的为 (B)，是真命题的为 (C)，是假命题的是 (D)，真值待定的命题是 (E)

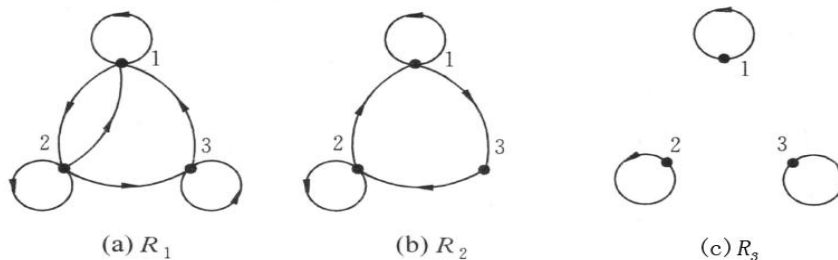
- A: ①(1)(3)(4)(6) ②(1)(4)(6) ③(1)(6) B: ①(2)(4) ②(2)(4)(6) ③(2)(5)
 C: ①(1)(2)(5)(6) ②无真命题 ③(5) D: ①(1)(2) ②无假命题 ③(1)(2)(4)(5)
 E: ①(4)(6) ②(6) ③无真值待定的命题

2 将下列语句符号化：

- (1) 4 是偶数或是奇数。(A) 设 p : 4 是偶数， q : 4 是奇数
- (2) 只有王荣努力学习，她才能取得好成绩。(B) 设 p : 王荣努力学习， q : 王荣取得好成绩
- (3) 每列火车都比某些汽车快。(C) 设 $F(x)$: x 是火车， $G(y)$: y 是汽车， $H(x,y)$: x 比 y 快。

- A: ① $p \vee q$ ② $p \wedge q$ ③ $p \rightarrow q$ B: ① $p \rightarrow q$ ② $q \rightarrow p$ ③ $p \wedge q$
 C: ① $\forall x \exists y ((F(x) \wedge G(y)) \rightarrow (H(x,y)))$ ② $\forall x (F(x) \rightarrow \exists y (G(y) \wedge H(x,y)))$ ③ $\forall x (F(x) \wedge \exists y (G(y) \wedge H(x,y)))$

3. 设 $S=\{1,2,3\}$, 下图给出了 S 上的 5 个关系, 则它们只具有以下性质: R_1 是 (A), R_2 是 (B), R_3 是 (C)。



- A B C: ①自反的，对称的，传递的 ②反自反的，对称的 ③自反的
 ④反对称的 ⑤反对称的 ⑥自反的，对称的，反对称的，传递的

4. 设 $S=\{\Phi, \{1\}, \{1, 2\}\}$, 则有

- (1) $(A) \in S$ (2) $(B) \subseteq S$
 - (3) $P(S)$ 有 (C) 个元数。 (4) (D) 既是 S 的元素，又是 S 的子集
- A: ① $\{1,2\}$ ② 1 B: ③ $\{\{1,2\}\}$ ④ $\{1\}$
 C: ⑤ 3 ⑥ 6 ⑦ 7 ⑧ 8 D: ⑨ $\{1\}$ ⑩ Φ

二、证明（本大题共 2 小题，第 1 小题 10 分，第 2 小题 10 分，总计 20 分）

1、用等值演算算法证明等值式 $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \Leftrightarrow p$

2、构造下面命题推理的证明

如果今天是星期三，那么我有一次英语或数学测验；如果数学老师有事，那么没有数学测验；今天是星期三且数学老师有事，所以我有一次英语测验。

三、计算（本大题共 4 小题，第 1 小题 5 分，第 2 小题 10 分，第 3 小题 15 分，总计 30 分）

1、设 $P(x, y)$ 为 x 整除 y ， $Q(x)$ 为 $x < 2$ ，个体域为 $\{1, 2\}$ ，求公式：

$(\forall x)(\exists y)(P(x, y) \rightarrow Q(x))$ 的真值。

2、设集合 $A = \{1,2,3,4\}$, A 上的关系 $R = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,4 \rangle\}$, 求出它的自反闭包, 对称闭包和传递闭包。

3、设 $A = \{1,2,4,8,12,24\}$ 上的整除关系 $R = \{\langle a_1, a_2 \rangle \mid a_1, a_2 \in A, a_1 \text{ 整除 } a_2\}$, R 是否为 A 上的偏序关系? 若是, 则:

- (1) 画出 R 的哈斯图; (10 分)
- (2) 求它的极小元, 最大元, 极大元, 最大元。(5 分)

四、用推导法求公式 $((p \rightarrow q) \rightarrow p)$ 的主析取范式和主合取范式。(本大题 10 分)