



线性代数 B

浙江理工大学期末试题汇编

(试卷册 五套精装版)

学校: _____

专业: _____

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

(此试卷为 2022 年第二版 第 1 次发行)

写在前面

转眼间已经来到 2022 年，如今一直在经历高中时期心心念念的大学时光，不知你过得如何？有人低头有题，抬头有星，手中有笔，心中有梦；也有人昏昏沉沉，浑浑噩噩，不思进取，荒于嬉戏。

《觉醒年代》中说：“在这个浮躁的时代，只有自律的人，才能够脱颖而出，成就大事”，这句话同样适用于我们所处的时代。早晨六七点钟，旭日东升，但是，日出未必意味着光明，太阳也无非是一颗晨星，只有在我们醒着的时候，才是真正的破晓。收拾好书包，踏出宿舍楼门，面对校内风景，面对一日之晨，欣欣然满面春风，巍巍然昂首挺胸。

也许奋斗了一辈子，草根还是草根，咸鱼翻身也是一条翻了身的咸鱼。那么，努力的意义究竟是什么？

努力，能让你坦然面对失败。让人难受的从来都不是失败的结果，我们不能原谅的是那个没有拼尽全力的、懒惰的自己。

努力，能让你的每一天都好过昨天，最终的结果或许没有你预想的那么好，但是好过什么都没做的最开始的那一天。

努力，把失败变成一个荣耀的词。一个人，如果一辈子不做任何尝试，一辈子不为任何事情努力，那么他连失败都没有资格遭遇。但是努力过的你不同，你在一个并不优越的起点上，在芸芸众生里，用努力做到了最好的自己，谁又有资格说你不成功？

努力过的人生，即使不完美，但是它完整。

你可能阴差阳错地来到浙江理工大学，发现与想象中的大学生活并不一样，开始悔恨，开始荒废，人生是湛蓝的天空，那么失意则是天际一朵漂浮的白云。如果你认为浙江理工大学配不上你的雄心壮志，那么你至少要证明给她看。少年有梦，不应止于心动，更要付诸行动。以青春为梦，志存远方，愿你我不负韶华，奔赴山海。

尼采说过“谁终将声震人间，必长久深自缄默；谁终将点燃闪电，必长久如云漂泊。”当你躺在床上进入梦的花园，别人却在此套试题上挥洒汗水进行知识的耕耘。当你想要做某件事迟迟观望时，别人早已准备好了理想的扁舟，准备扬帆起航。

机会从来不是为谁准备的，从来都是谁抓住它，谁就是它的主人。正值青春年少的我们，是晨起初生的朝阳，不应站在窗边，望向窗外感叹“岁月蹉跎，时间飞逝如流水，日复一日，年复一年。”

要明白一个道理，天资不高，可以通过不断打磨自我提升。但如果你始终躺在舒适的角落，徜徉在狭小的世界，那么终有一天，你会站在塔的最底端仰望别人。努力的过程虽然辛苦，但只要一直付诸行动，终有一天也能在线性代数这门课上拿到满意的成绩。

有风有雨是常态，风雨兼程是状态。所有千夫所指的困难，都是为了淘汰懦夫。

青春是人生的一首歌：成功是词，拼搏是曲，永不懈怠是青春的主旋律。

这世间花开流水两从容，不如将生命于青春处洒落成绚丽的光彩，有着遗世独立的高度，让世界成为你的归属。

尘雾之微补益山河，萤烛末光增添日月。中华民族复兴的重任在我们肩上，复兴的荣光属于每一个人。朝受命、夕饮冰，昼无为、夜难寐，这是有责有义的中国人；秉初心、守宽和，见刚强、笃远行，这是可敬可爱的中国人。

在大学，每天忙忙碌碌，无暇前瞻后顾，有时候明知道那种我羡慕的生活我可能没有机会体验，可还是想为之奋斗。有些我们真正热爱的东西，值得我们为了不可知的结果而长久地等待，为了保持内心而放弃外壳。

现在，烈日正浓之时，夏意盎然之刻，但是，心有所属之人，必定无问西东。

2021 级 生物制药 刘建

2022 年 5 月 9 日

（创琦说：这就是一篇满分作文啊！写的太棒了！感谢刘建同学为我们指引了前进的方向）

目录

1 浙江理工大学 2015—2016 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A 卷	1
2 浙江理工大学 2013—2014 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A 卷	5
3 浙江理工大学 2012—2013 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A1 卷	9
4 浙江理工大学 2012—2013 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A2 卷	13
5 浙江理工大学 2011—2012 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A1 卷	17

2022 年所有试卷版本见尾页。如需资料获取请添加下方的 QQ 群获取。

(A1 卷和 A2 卷分别为新生和老生考试卷，卷子质量相同，不妨碍大家学习)

送给大家一段文摘：

当欢笑淡成沉默，当信心变成失落，我走近梦想的脚步，是否依旧坚定执着；当笑颜流失在心的沙漠，当霜雪冰封了亲情承诺，我无奈的心中，是否依然碧绿鲜活。

有谁不渴望收获，有谁没有过苦涩，有谁不希望生命的枝头挂满丰硕，有谁愿意让希望变成梦中的花朵。现实和理想之间，不变的是跋涉，暗淡与辉煌之间，不变的是开拓。

甩掉世俗的羁绊，没谁愿意，让一生在碌碌无为中度过。整理你的行装，不同的起点，可以达到同样辉煌的终点。人生没有对错，成功永远属于奋斗者。

——汪曾祺《生活》

更多信息

试卷整理人：张创琦

微信公众号：创琦杂谈

试卷版次：2022 年 5 月 7 日 第二版 第 1 次发行

本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）群号：749060380

cq 数学物理学习群（QQ 群）群号：967276102

cq 计算机编程学习群（QQ 群）群号：653231806

创琦杂谈公众号优秀文章：

曾发布了《[四级备考前要注意什么？创琦请回答！（一）](#)》、《[走！一起去春季校园招聘看看，感受人间真实](#)》、《[送给即将期末考试的你](#)》、《[那些你不曾在选课中注意到的事情](#)》、《[身为大学生，你的劳动价值是多少？](#)》（荐读）、《[如何找到自己的培养计划](#)》以及信息学院本科阶段五个专业的分流经验分享（来自 20 多位学长学姐的亲身经历与分享，文章过多，就不贴链接啦），公众号也可以帮忙大家发布相关社会实践的问卷。

我最近在写关于 github 使用技巧的文章，并且在开发网站，争取给大家提供更优质的学习讨论平台。

QQ 群：

“创琦杂谈学习交流群”主要为大家更新各种科目的资料，群里可以讨论问题、也可以发布社会实践的调查问卷互相帮助，目前群成员不到千人，相信您的问题会有人解答的。

“cq 数学物理学习群”更适合讨论数学物理相关的题目等，数学科目包括但不限于：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等，物理包括但不限于：普通物理、普通物理实验。

“cq 计算机编程学习群”适用于讨论编程语言相关内容，包括但不限于：C 语言、C++ 语言、Java 语言、matlab 语言、python 语言等，也可以讨论计算机相关课程，包括但不限于：数据结构、算法、计算机网络、操作系统、计算机组成原理等。

版权声明：试卷整理人：张创琦，试卷首发于 QQ 群“创琦杂谈学习交流群”和“cq 数学物理学习群”，并同时转发到各个辅导员的手里。转发前需经过本人同意，侵权后果自负。本资料只用于学习交流使用，禁止进行售卖、二次转售等违法行为，一旦发现，本人将追究法律责任。解释权归本人所有。

考试承诺：本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

最终感谢我的老师、我的朋友，还要感谢各位朋友们对我的大力支持。

本人尽全力为大家寻找、整理考试资料，但因时间仓促以及本人水平有限，本练习册中必有许多不足之处，还望各位不吝赐教。

感谢浙理羊同学以及学校各大资料平台对本资料的支持。

浙理羊同学 YOUNG

大家好，这里是浙理羊同学 YOUNG，一个致力于打造成为浙理校内最全最大的信息发布平台。如果你有爆料吐槽、闲置交易、失物招领、表白脱单、树洞聊天、互推捞人等需求，就来找羊羊聊天吧~（下面是浙理羊同学 YOUNG 的微信号，有需求可以加哈）



1 浙江理工大学 2015—2016 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A 卷

一 选择题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1 下列命题一定成立的是 ()。

- A. 若 $AB = AC$, 则 $B = C$; B. 若 $AB = 0$, 则 $A = 0$ 或 $B = 0$;
C. 若 $A \neq 0$, 则 $|A| \neq 0$; D. 若 $|A| \neq 0$, 则 $A \neq 0$.

2 齐次线性方程组
$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解得充要条件是 $\lambda =$ ()。

- A. 1 B. -2 C. 1 或 -2 D. -1 或 2

3 三阶矩阵 A 的特征值为 -1, 1, 3, 则下列矩阵中可逆矩阵是 ()。

- A. $2E - A$ B. $E + A$ C. $E - A$ D. $A - 3E$

4 设 A 为 n 阶可逆方阵, A^* 是 A 的伴随矩阵, 则 $|A^*| =$ ()。

- A. $|A|$ B. $\frac{1}{|A|}$ C. $|A|^{n-1}$ D. $|A|^n$

5 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ ($s \geq 2$) 线性无关, 则下列各结论中不正确的是 ()。

- A. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 都不是零向量;
B. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中至少有一个向量可由其余向量线性表示;
C. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任意两个向量都不成比例;
D. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任一部分向量组线性无关。

6 设三阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量, 则 $x =$ ()。

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

二 填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1 已知 $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, 则 $B^{400} =$ _____。

2 已知向量组 $\alpha_1 = (1, 2, -1, 1)^T$, $\alpha_2 = (2, 0, t, 0)^T$, $\alpha_3 = (0, -4, 5, -2)^T$ 的秩是 2, 则 $t =$ _____。

3 若 $\begin{pmatrix} 22 & 31 \\ y & x \end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 相似, 则 $x =$ _____, $y =$ _____。

4 设 A 是四阶方阵, 且 $R(A) = 3$, 则齐次线性方程组 $A^*X = 0$ (A^* 是 A 的伴随矩阵) 的基础解系所含解向量个数为_____。

5 设 A 为三阶矩阵, 且 $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|(3A)^{-1} - 2A^*| =$ _____。

6 已知三阶对称矩阵 A 的一个特征值 $\lambda = 2$, 对应的特征向量 $\alpha = (1, 2, -1)^T$, 且 A 的主对角线上元素全为 0, 则 $A =$ _____。

三 计算题

1 计算四阶行列式 $D_4 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ 。(7 分)

2 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, 且满足 $AB = A + 2B$, 求矩阵 B 。(8 分)

3 已知向量组 $\alpha_1 = (1, -1, 2, 4)^T$, $\alpha_2 = (0, 3, 1, 2)^T$, $\alpha_3 = (3, 0, 7, 14)^T$, $\alpha_4 = (2, 1, 5, 6)^T$,

$\alpha_5 = (1, -1, 2, 0)^T$ 。(9 分)

- (1) 说明 α_1 , α_2 线性无关;
- (2) 求包含 α_1 , α_2 的一个极大线性无关组;
- (3) 将其余向量用该极大线性无关组线性表示。

4 设线性方程组
$$\begin{cases} (2-\lambda)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 = 2 \\ -2x_1 - 4x_2 + (5-\lambda)x_3 = -\lambda - 1 \end{cases}$$
。讨论 λ 取何值时, 方程组无解? 有唯一

解? 有无穷多解? 在方程组有无穷多解时, 试用其导出的基础解系表示其全部解。(10 分)

5 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, 求正交矩阵 Q , 使 $Q^{-1}AQ$ 为对角矩阵。(10 分)

四 证明题 (每小题 4 分, 共 8 分)

1 设 A 为 n 阶矩阵, 满足 $A^2 - 5A + 6E = 0$, 证明: $R(A - 2E) + R(A - 3E) = n$ 。

2 设 A 为 n 阶矩阵, 且 $A^T A = E$, $|A| = -1$, 证明: -1 是 A 的一个特征值。

2 浙江理工大学 2013—2014 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A 卷

一、选择题：每小题 4 分，共 20 分。

1. 设 A 是 4 阶方阵，且 $|A| = -2$ ，则 $|2A| =$ ()
(A) -4 (B) 4 (C) 32 (D) -32
2. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 的秩为 4，则 () .
(A) 任意四个向量线性无关 (B) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 中无零向量
(C) 任意五个向量线性相关 (D) 任意两个向量线性无关
3. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2$ 是四维列向量，且 $|\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1| = m$ ， $|\alpha_1, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3| = n$ ，
则 $|\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1 - \beta_2| = 0$ ()
(A) $m + n$ (B) $-(m + n)$ (C) $n - m$ (D) $m - n$
4. 设 n 阶方阵 A, B, C 满足 $ABC = E$ ，则 ()
(A) $ACB = E$ (B) $CBA = E$ (C) $BAC = E$ (D) $BCA = E$
5. 已知 A 是 n 阶方阵，则与 A 可逆不是充要条件的是 ()
(A) A 的秩是 n (B) $AX = \beta$ 有解
(C) A 的特征值不等于 0 (D) A 的列向量组线性无关。

二、填空题：每小题 5 分，共 25 分。

1. 设 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, $P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $P_1 A P_2 =$ _____
2. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, E 为 2 阶单位矩阵，矩阵 B 满足 $BA = B + 2E$ ，则 $|B| =$ _____.
3. 如果 A 为 4 阶方阵，且 $|A| = -2$ ，则 $|A^*| =$ _____
4. 已知 $\alpha = (1, 2, 3)$, $\beta = \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ ，设 $A = \alpha^T \beta$ ，则 $A^n =$ _____
5. 已知向量组 $\alpha_1 = (1, 2, -1, 1)^T$, $\alpha_2 = (0, -4, 5, -2)^T$, $\alpha_3 = (2, 0, t, 0)^T$ 的秩为 2，则 $t =$ _____.

三、计算题：每小题 7 分，共 21 分。

1. 求下列 n 阶行列式 $D = \begin{vmatrix} 1+a & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a & \cdots & 1 \\ & & \cdots & \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a \end{vmatrix}$

2. 已知 $AB + E = A^2 + B$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 B 。

3. 已知 $XA = B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{bmatrix}$ 求解 X 。

四. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 2, 1), \alpha_2 = (1, 2, 0, 1), \alpha_3 = (2, 1, 3, 0), \alpha_4 = (2, 5, -1, 4)$ 的一个极大无关组, 并把其余向量用这个极大无关组线性表示。(9 分)

五. 求非齐次线性方程组
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$$
 的通解。(10 分)

- 六. 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & x \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ 有两个特征值为 1 和 2, 求 x 及矩阵其另外一个特征值, 并求出该矩阵所有特征值所对应的特征向量。(10 分)

- 七. 已知 $A^2 = A$, 证明: $A + E$ 可逆, 并求其逆矩阵。(5 分)

3 浙江理工大学 2012—2013 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A1 卷

一 选择题。(每小题 4 分, 共 24 分)。

1. 齐次线性方程组 $Ax = 0$ (A 为 $m \times n$ 矩阵) 仅有零解的充分必要条件是 ()。

(A) A 的列向量组线性相关; (B) A 的列向量组线性无关;

(C) A 的行向量组线性相关; (D) A 的行向量组线性无关。

2. 已知 n 元线性方程组 $Ax = b$, 系数阵的秩 $R(A) = n - 2$, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是方程组线性无关的

解, 则方程组的通解为 ()。(c_1, c_2 为任意常数)

(A) $c_1(\alpha_1 - \alpha_2) + c_2(\alpha_2 + \alpha_1) + \alpha_1$; (B) $c_1(\alpha_1 - \alpha_3) + c_2(\alpha_2 + \alpha_3) + \alpha_3$;

(C) $c_1(\alpha_2 - \alpha_3) + c_2(\alpha_3 + \alpha_2) + \alpha_2$; (D) $c_1(\alpha_2 - \alpha_3) + c_2(\alpha_2 - \alpha_1) + \alpha_3$.

3. 若 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = M \neq 0$, 则 $\begin{vmatrix} 3a_{11} & 3a_{12} & 3a_{13} \\ 3a_{21} & 3a_{22} & 3a_{23} \\ 3a_{31} - a_{11} & 3a_{32} - a_{12} & 3a_{33} - a_{13} \end{vmatrix} = ()$.

(A) $27M$ (B) $-27M$ (C) $3M$ (D) $-3M$

4. 设 A, B 均为 n 阶方阵, k 为一数, 则下列选项正确的是 ()。

(A) $AB = BA$ (B) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

(C) $|kA| = k^n |A|$ (D) 若 $AB = 0$, 则 $A = 0$ 或者 $B = 0$

5. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & x & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 且 A 的特征值为 1, 2, 3, 则 $x = ()$.

(A) 5 (B) 3 (C) -1 (D) 4

6. 设 A 和 B 都是阶方阵, 下列各项中, 只有 () 正确.

(A) 若 A 和 B 都是对称阵, 则 AB 也是对称阵

(B) 若 $A \neq 0$, 且 $B \neq 0$, 则 $AB \neq 0$

(C) 若 AB 是奇异阵, 则 A 和 B 都是奇异阵

(D) 若 AB 是可逆阵, 则 A 和 B 都是可逆阵

二、填空题。(每空 4 分, 共 24 分。)

1. 设 $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, 且 $BAC = E$, 则 $A^{-1} =$ _____.

2. 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, $\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \beta_2 = k\alpha_2 + \alpha_4$,

$\beta_3 = 2\alpha_2 + k\alpha_3 + \alpha_4, \beta_4 = k\alpha_2 - 2\alpha_3 + \alpha_4$, 则当 $k =$ _____时, $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 线性相关.

3. 已知三阶矩阵 A 的特征值为 1, 2, 3, E 为三阶单位矩阵, 则 $|A^2 + 3A + E| =$ _____;

4. 设 A 是 5×3 矩阵, 且 $R(A) = 1$, 而 $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $R(AB) =$ _____;

5. 已知 $\alpha = [1, 1, 2]^T, \beta = [1, 1, \frac{1}{2}]^T$, 且 $A = \alpha\beta^T$, 则 $A^{100} =$ _____;

6. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____.

三 计算题 (共 40 分)

1、(6 分) 计算行列式 $\begin{vmatrix} a+b & b & b & b \\ -b & a-b & -b & -b \\ b & b & a+b & b \\ -b & -b & -b & a-b \end{vmatrix}$.

2、(6 分) 解矩阵方程 $X = AX + B$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$.

3 (6分) 设3阶方阵 A 的伴随矩阵为 A^* , 且 $|A| = \frac{1}{2}$, 求 $|(3A)^{-1} - 2A^*|$.

4 (10分) 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 5 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ 的列向量组的秩及一个极大线性无关组, 并把其他向量用最大无关组线性表示.

5、(12 分) 设齐次线性方程组
$$\begin{cases} 2x_1 + ax_2 + x_3 = 0, \\ (a+2)x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + (a-1)x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解, 且三阶矩阵 A 的三个

特征值为 $-4, 2, 2$, 对应的特征向量为, $X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2a \\ 3 \end{bmatrix}$, $X_2 = \begin{bmatrix} a-1 \\ a+2 \\ a+1 \end{bmatrix}$, $X_3 = \begin{bmatrix} a+2 \\ a+1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 试确定

参数 a , 并求矩阵 A .

四、证明题。(每题 6 分, 共 12 分)。

1. 设方阵 A 满足 $A^2 = A$, 试证 A 的特征值只有 1 或 0.

2. 设 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为三阶方阵 A 的三个不同的特征值, 相应的特征向量依次为 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, 令

$\beta = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$, 证明: $\beta, A\beta, A^2\beta$ 线性无关.

4 浙江理工大学 2012—2013 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A2 卷

一 选择题。(每小题 4 分, 共 24 分)

1. 已知行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ 8 & 27 & 64 & 125 \end{vmatrix}$, 则 $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44} = (\quad)$.

(A) 12; (B) -12; (C) 0; (D) 5! .

2. 当 $k = (\quad)$ 时, 线性方程组 $\begin{cases} 3x + ky - z = 0 \\ 4y + z = 0 \\ kx - 5y - z = 0 \end{cases}$ 有非零解.

(A) 1; (B) 0; (C) -3; (D) 2 .

3. 设 A 为四阶矩阵, $r(A) = 2$, 则 $A^*X = 0$ 的基础解系含有()个解向量.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

4. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, 以下()组向量线性无关.

(A) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1$; (B) $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$;

(C) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$; (D) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$.

5. 设矩阵 A 的特征多项式为 $|\lambda E - A| = (\lambda + 1)(\lambda + 4)^2$, 则 $|A| = (\quad)$.

(A) -4; (B) -16; (C) 4; (D) 16 .

6. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & k \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$, $B = (b_{ij})_{3 \times 3} \neq 0$, 且 $AB = 0$, 则().

(A) 当 $k = 6$ 时, 必有秩 $r(B) = 1$; (B) 当 $k = 6$ 时, 必有秩 $r(B) = 2$;

(C) 当 $k \neq 6$ 时, 必有秩 $r(B) = 1$; (D) 当 $k \neq 6$ 时, 必有秩 $r(B) = 2$ 。

二 填空题。(每小题 4 分, 共 24 分)

1. 已知 $\alpha = [1, 1, 2]^T, \beta = [1, 0, \frac{1}{2}]^T$, 且 $A = \alpha\beta^T$, 则 $A^{2012} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 已知三阶矩阵 A 的特征值为 1, 2, -3, 则 $|A^* + 3A + 2E| = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设 A 为 n 阶方阵, 若方程 $Ax = 0$ 有非零解, 则 A 必有一个特征值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 四元方程组 $Ax=b$ 中 $R(A)=3$, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是它的三个解.其中 $\alpha_1=(2,0,3,2)^T$,

$2\alpha_2+3\alpha_3=(5,8,8,4)^T$,则方程组 $Ax=b$ 的通解为_____.

5. 已知矩阵 A, B 满足 $BA=B+2E$, 且 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, 则行列式 $|B|$ =_____.

6. 设 A 为 n 阶矩阵, 满足 $A^2-4A+3E=O$, 则 $(A-2E)^{-1} =$ _____.

三 计算题。(共 42 分)

1. (6 分) 计算行列式 $D_4 = \begin{vmatrix} 1 & a & a & a \\ a & 1 & x & a \\ a & a & 1 & a \\ a & a & a & 1 \end{vmatrix}$.

2.(6 分) 设 3 阶方阵 A, B, C 满足方程 $C(2A-B)=A$, 试求矩阵 A , 其中

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3、(10 分)求向量组 $\alpha_1 = [1, 0, 1, 0]^T$, $\alpha_2 = [2, 1, -3, 7]^T$, $\alpha_3 = [3, 1, 0, 3]^T$,

$\alpha_4 = [4, 1, 3, -1]^T$, $\alpha_5 = [4, 3, 1, -3]^T$ 的秩及一个极大无关组, 并将其余向量用该极大无关组线性表示.

4、(12 分) 试问 λ 取何值时, 线性方程组
$$\begin{cases} (\lambda + 1)x_1 + 2x_2 + 2x_3 = \lambda, \\ 2x_1 + (\lambda + 1)x_2 + 2x_3 = \lambda, \\ 2x_1 + 2x_2 + (\lambda + 1)x_3 = 1 \end{cases}$$
 有唯一解, 无解及

有无穷多解? 在有无穷多解时, 求出其通解.

5. (8 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} a & -1 & c \\ 5 & b & 3 \\ 1-c & 0 & -a \end{pmatrix}$, 其行列式 $|A| = -1$, 又知 A 的伴随矩阵 A^* 有一个特征值 λ_0 , 属于 λ_0 的一个特征向量为 $\alpha = (-1, -1, 1)^T$, 求 a, b, c 和 λ_0 的值.

四、证明题 (每题 5 分, 共 10 分)

1. n 阶矩阵 A 满足: $R(A+E) + R(A-E) = n$, 且 $A \neq E$, 证明 $\lambda = -1$ 是 A 的特征值.

2. 设 A 与 B 为 n 阶矩阵, $|A| \neq 0$, 则 AB 与 BA 相似.

5 浙江理工大学 2011—2012 学年第 1 学期《线性代数 B》期末 A1 卷

一 选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 3 阶方阵 A 与 B 相似，且 A 的特征值为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ，则 $\text{tr}(B^{-1} - E)$ 为 ().
(A) 2, (B) 3, (C) 4, (D) 6.
2. 已知向量组 A 线性相关，则在这个向量组中 ().
A 必有一个零向量. B 必有两个向量成比例.
C 必有一个向量是其余向量的线性组合.
D 任一个向量是其余向量的线性组合.
3. 设 A, B 都是 n 阶方阵，则 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 的充分必要条件是 ().
(A). $A = E$ (B). $B = 0$
(C). $AB = BA$ (D). $A = B$
4. n 阶方阵 A 与对角矩阵相似的充要条件是 ().
(A) 矩阵 A 有 n 个特征值. (B) 矩阵 A 的行列式 $|A| \neq 0$.
(C) 矩阵 A 有 n 个线性无关的特征向量. (D) 矩阵 A 的秩为 n .
5. 齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_3 = 0 \\ x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$ 的基础解系含 () 个线性无关的解向量： ().
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

二 填空题（每小题 4 分，共 20 分）

- 1 已知矩阵 A 满足 $A^2 + 2A - 3E = O$ ，则 $(A + 4E)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 设行列式 $D = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & x & y \end{vmatrix}$ ，其代数余子式 $A_{11} + A_{12} + A_{13} = 1$ ，则 $D = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ ， $f(x) = \begin{vmatrix} x-1 & x & 0 \\ 0 & x-1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ ，则 $f(A) = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设 A 是 3 阶方阵，已知 $|A + E| = 0$ ， $|A + 2E| = 0$ ， $|A + 3E| = 0$ ，则 $|A - E| = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 已知向量组 $\alpha_1 = (1, 2, -1, 1)$ ， $\alpha_2 = (2, 0, t, 0)$ ， $\alpha_3 = (0, -4, 5, -2)$ 的秩为 2，则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题（共 50 分）（解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

1. （本题 10 分）计算行列式： $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

2. (本题 8 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, 且 $B = P^{-1}AP$, P 为三阶矩阵, 求 $B^{2012} - 2A^2$ 。

3、(本题 8 分) 设向量组 $(a, 3, 1)^T, (2, b, 3)^T, (1, 2, 1)^T, (2, 3, 1)^T$ 的秩为 2, 求 a, b .

- 4、(本题 12 分) 设有线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + kx_3 = 4, \\ -x_1 + kx_2 + x_3 = k^2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \end{cases}$$
 问 k 取何值时, 方程组 (1) 有唯一解; (2) 无解; (3) 有无穷多个解? 并在有无穷多解时求其通解。

- 5、(本题 12 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 4 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$, 求一可逆矩阵 P , 使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵。

四、证明题。(本题 10 分, 每题 5 分)

1. 设 \mathbf{A}, \mathbf{B} 都是 n 阶实对称矩阵, 且它们具有相同的特征值, 证明 \mathbf{A} 与 \mathbf{B} 相似.

2. 设 λ 是 n 阶正交矩阵 \mathbf{A} 的特征值, 证明 $\lambda \neq 0$, 且 $\frac{1}{\lambda}$ 也是 \mathbf{A} 的特征值.

数学通识必修课系列试卷汇总

(试题册和答案册配套, 为两个小册子, 这里为了节省空间, 就将两本册子写在了一块儿)
(版本号与年份有关; 发行次数会根据当年发行情况进行修改)

高等数学 A2 期末系列: (具体内容请见高等数学 B2 试题册尾页)

高等数学 A2 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 B2 期末系列: (具体内容请见高等数学 B2 试题册尾页)

高等数学 B2 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 B2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 A 期末系列:

线性代数 A 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末系列:

线性代数 B 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末系列:

概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 B 期末系列:

概率论与数理统计 B 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计期末练习系列:

概率论与数理统计练习试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf