



概率论与数理统计 A

浙江理工大学期末试题汇编

(试卷册 五套精装版)

学校: _____

专业: _____

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

(此试卷为 2022 年第二版 第 1 次发行)

写在前面

亲爱的小伙伴们：

你们好！我是张创琦，这是我第二次写序言，现在是 2022 年上半年，我已经在读大二下学期了。我很欣慰的是，现在开学才四周，群里有很多人在找我要下册高数期中试卷了。我为什么要坚持写序言呢？因为我觉得或许试题是没有感情的，试题的快乐来源于最终对答案的正确与否，而在学习路上身边人的鼓励或许才是动力之源，你会发现，原来身边有这么多志同道合的小伙伴和我在走一样的道路。

学习之路注定是孤独的，或许你每天晚上在学校学习结束到宿舍后看到的是舍友在打游戏，而你还在苦逼地敲代码或写作业；或许你身边的小伙伴一周内有好几天都可以睡大觉，而你天天早八；或许你每天坐到空教室或者实验室里，面对实验室、教学楼、餐厅、宿舍四点一线的生活早已怀疑自己当初的选择是否正确，但是亲爱的朋友，“Stormy rainbow, sonorous rose.” 风雨彩虹，铿锵玫瑰。没有谁能随随便便成功。或许你不聪明，别人一天学习的内容要比你多很多，别人的反应速度比你要快很多，别人的做事效率要比你高很多，但是上天给予你最美好的东西就是你自己，这谁都无法替代。每次难受，我都会告诉自己，“张创琦，你现在一无所有，你拥有的就是你的专业知识和你手中的电脑。而你，要在这座城市拼出一条自己的道路，你不像他们一样拥有殷实的家底和丰富的童年，生命给予最美好的东西叫生活，还有一样东西叫未来。”

这个故事看起来或许是洗脑的，但我并不这样觉得，一个斗士的一生是充满能量和挑战的。谁都有怀疑自我的时候，谁也都有想从众的时候，谁都知道不学习享受生活是轻松的，但他们更知道，这个社会给予爱学习的人更多的机会——选择的机会，而这个前提是你要有充足的知识储备。B 站发布的《后浪三部曲》中的《后浪》和《入海》给我的感触很深。《后浪》的各种美好生活我确实没有享受过，我从小接受的教育就是“知识改变命运”，但这有错吗？每个人的出身不尽相同，刘媛媛曾说过，“命运给你一个低的起点，是想让你用你的一生，去奋斗出一个绝地反击的故事。”

身处计算机专业，他们给我的感觉不是聪明的人多，而是奋斗的人多。有多少人算法题目不知道刷了多少遍，有多少人为了开发项目不知道奋斗了多少，有多少人看了数不清的技术书籍，又有多少人为了一个小 bug 不知道翻阅了多少的文章。当然，其它专业的同学们又谈何容易，生化环材的同学们为了一个数据测量不知道要准备多少材料，实验结果错误不知道要排除多少因素……

未来生活美好吗？我有想过好多次未来。他们给程序员的定义是“秃头”、“加班”、“呆”，但，现实的生活只有自己经历才知道。B 站采访了几位即将毕业的毕业的大学生，他们的问题如下：“我的专业真的有前途吗？”“努力真的有收获吗？”“现在选的这条路走错了吗？”“没有老师再教我了，该怎样自学自立？”“大城市能留得住我的梦想吗？”“他们说毕业后就会分手，我们可以逃过这个定律吗？”“我还能保留住自己的初心吗？”“学历真的决定一切吗？”“怎样才算不虚度光阴？”“喜欢打游戏，就是玩物丧志吗？”“毕业之后，我还可以像学校这么快乐吗？”“我可以成为想要成为的那个人吗？”

“时间会回答成长，成长会回答梦想。梦想会回答生活，生活回答你我的模样。”我亲爱的朋友，时间无语，但回答了所有的梦想。

最终，感谢小伙伴们与我一起经历了这本资料的第二个版本的发行，共勉！

张创琦

2022 年 3 月 23 日

目录

1	2021—2022 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷	1
2	2020—2021 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷	5
3	2020—2021 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷	9
4	2019—2020 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷	13
5	2018—2019 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷	17

2022 年所有试卷版本见尾页。如需资料获取请添加下方的 QQ 群获取。

送给大家一段文摘：

当欢笑淡成沉默，当信心变成失落，我走近梦想的脚步，是否依旧坚定执着；当笑颜流失在心的沙漠，当霜雪冰封了亲情承诺，我无奈的心中，是否依然碧绿鲜活。

有谁不渴望收获，有谁没有过苦涩，有谁不希望生命的枝头挂满丰硕，有谁愿意让希望变成梦中的花朵。现实和理想之间，不变的是跋涉，暗淡与辉煌之间，不变的是开拓。

甩掉世俗的羁绊，没谁愿意，让一生在碌碌无为中度过。整理你的行装，不同的起点，可以达到同样辉煌的终点。人生没有对错，成功永远属于奋斗者。

——汪曾祺《生活》

更多信息

试卷整理人：张创琦

微信公众号：创琦杂谈

试卷版次：2022 年 5 月 12 日 第二版 第 1 次发行

本人联系 QQ 号：1020238657（勘误请联系本人）

创琦杂谈学习交流群（QQ 群）群号：749060380

cq 数学物理学习群（QQ 群）群号：967276102

cq 计算机编程学习群（QQ 群）群号：653231806

创琦杂谈公众号优秀文章：

曾发布了《[四级备考前要注意什么？创琦请回答！（一）](#)》、《[走！一起去春季校园招聘会看看，感受人间真实](#)》、《[送给即将期末考试的你](#)》、《[那些你不曾在选课中注意到的事情](#)》、《[身为大学生，你的劳动价值是多少？](#)》（荐读）、《[如何找到自己的培养计划](#)》以及信息学院本科阶段五个专业的分流经验分享（来自 20 多位学长学姐的亲身经历与分享，文章过多，就不贴链接啦），公众号也可以帮忙大家发布相关社会实践的问卷。

我最近在写关于 github 使用技巧的文章，并且在开发网站，争取给大家提供更优质的学习讨论平台。

QQ 群：

“创琦杂谈学习交流群”主要为大家更新各种科目的资料，群里可以讨论问题、也可以发布社会实践的调查问卷互相帮助，目前群成员不到千人，相信您的问题会有人解答的。

“cq 数学物理学习群”更适合讨论数学物理相关的题目等，数学科目包括但不限于：高等数学、线性代数、概率论与数理统计等，物理包括但不限于：普通物理、普通物理实验。

“cq 计算机编程学习群”适用于讨论编程语言相关内容，包括但不限于：C 语言、C++ 语言、Java 语言、matlab 语言、python 语言等，也可以讨论计算机相关课程，包括但不限于：数据结构、算法、计算机网络、操作系统、计算机组成原理等。

版权声明：试卷整理人：张创琦，试卷首发于 QQ 群“创琦杂谈学习交流群”和“cq 数学物理学习群”，并同时转发到各个辅导员的手里。转发前需经过本人同意，侵权后果自负。本资料只用于学习交流使用，禁止进行售卖、二次转售等违法行为，一旦发现，本人将追究法律责任。解释权归本人所有。

考试承诺：本人郑重承诺：本人已阅读并且透彻地理解《浙江理工大学考场规则》，愿意在考试中自觉遵守这些规定，保证按规定的程序和要求参加考试，如有违反，自愿按《浙江理工大学学生违纪处分规定》有关条款接受处理。

最终感谢我的高数老师，我的朋友，还要感谢各位朋友们对我的大力支持。

本人尽全力为大家寻找、整理考试资料，但因时间仓促以及本人水平有限，本练习册中必有许多不足之处，还望各位不吝赐教。

浙理羊同学 YOUNG

大家好，这里是浙理羊同学 YOUNG，一个致力于打造成为浙理校内最全最大的信息发布平台。如果你有爆料吐槽、闲置交易、失物招领、表白脱单、树洞聊天、互推捞人等需求，就来找羊羊聊天吧~（下面是浙理羊同学 YOUNG 的微信号，有需求可以加哈）



1 2021—2022 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一、填空题（共 24 分，每题 4 分）

1. 设 $P(A)=0.3$, $P(B)=0.4$, $P(A|B)=0.5$, 则 $P(B|A \cup B)=$ _____.
2. 已知连续型随机变量的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 则 $P\{X \leq 1.5\}=$ _____.
3. 已知离散型随机变量的概率分布为 $P(X=1)=0.2$, $P(X=2)=0.3$, $P(X=3)=0.5$, 则 $P(0.5 \leq X \leq 2)=$ _____.
4. 设随机变量 X 与 Y 的相关系数为 0.9, 若 $Z=X-0.4$, 则 $\rho_{YZ}=$ _____.
5. 对随机变量 X , $E(X)=2$, $D(X)=9$, 由切比雪夫不等式, 有 $P(-2 < X < 6) \geq$ _____.
6. 设 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 均为未知参数 θ 的无偏估计量, 则当 _____ 时 $\hat{\theta}_1$ 比 $\hat{\theta}_2$ 有效.

二、单项选择题（共 20 分，每题 4 分）

1. 设 $B \subset A$, 则下面正确的等式是 _____.
 (A) $P(\overline{AB})=1-P(A)$; (B) $P(\overline{B}-\overline{A})=P(\overline{B})-P(\overline{A})$;
 (C) $P(B|A)=P(B)$; (D) $P(A|\overline{B})=P(A)$
2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} Ax^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 则常数 A 取值为 ().
 (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) -1

3. 设随机变量 (X, Y) 的方差 $D(X)=4$, $D(Y)=1$, 相关系数 $\rho_{XY}=0.6$, 则方差

$$D(3X-2Y)=$$

- (A) 40 (B) 34 (C) 25.6 (D) 17.6

4. 设 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 已知, σ^2 未知, X_1, X_2, X_3 为其样本, 下列各项不是

统计量的是 ()

- (A) $\frac{1}{\sigma^2}(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)$ (B) $X_1 + 3\mu$
 (C) $\max(X_1, X_2, X_3)$ (D) $\frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$

5. 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为总体 $N(1, 2^2)$ 的一个样本, \bar{X} 为样本均值, 则下列结论中正确的是_____.

(A) $\frac{\bar{X}-1}{2/\sqrt{n}} \sim t(n)$

(B) $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n (X_i - 1)^2 \sim F(n, 1)$

(C) $\frac{\bar{X}-1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

(D) $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n (X_i - 1)^2 \sim \chi^2(n)$

三、解答题 (共 56 分)

1. 甲、乙、丙 3 位同学同时独立参加《概率论与数理统计》考试, 不及格的概率分别为 0.4, 0.3, 0.5, (1) 求恰有两位同学不及格的概率; (2) 如果已经知道这 3 位同学中有 2 位不及格, 求其中一位是同学乙的概率. (8 分)

2. 设 (X, Y) 的可能取值为 $(0, 0), (-1, 2), (-1, 1), (2, 0), (2, 1)$, 相应的概率为 $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$.

(1) 列表表示其联合分布律; (2) 求关于 X 、 Y 的边缘分布律; (3) 求协方差 $Cov(X, Y)$. (12 分)

3. 设 (X, Y) 的联合密度为 $f(x, y) = Ay(1-x), 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$,

(1) 求常数 A; (2) 求关于 X 及 Y 的边缘密度; (3) X 与 Y 是否相互独立? (12 分)

4. 某厂生产某产品 1000 件, 其价格为 $P = 2000$ 元/件, 其使用寿命 X (单位: 天) 的

分布密度函数为
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{20000} e^{-\frac{1}{20000}(x-365)} & x \geq 365 \\ 0 & x < 365 \end{cases}$$
, 现由某保险公司为

其质量进行保险: 厂方向保险公司交保费 P_0 元/件, 若每件产品若寿命小于 1095 天 (3 年), 则由保险公司按原价赔偿 2000 元/件. 试由中心极限定理计算

(1) 若保费 $P_0 = 100$ 元/件, 保险公司亏本的概率;

(2) 试确定保费 P_0 , 使保险公司亏本的概率不超过 1%. (9 分)

(参考数据: $e^{-0.0365} \approx 0.96$, $\Phi(1.45) = 0.926$, $\Phi(1.61) = 0.946$, $\Phi(2.33) = 0.99$, Φ 是标准正太分布函数)

5. 设总体 $N(72,100)$ 有容量为 n 的样本, 为使样本均值大于 70 的概率不小于 90%, 则 n 至少应取多大? (7 分) (参考数据: $\Phi(1.28) = 0.9$)

6. 设总体 X 的分布律为

X	1	2	3
p_k	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 θ 为未知参数, $0 < \theta < 1$, 已知取得总体的一组样本观测值为 1,2,1,3,2,1, 求参数 θ 的矩估计值和最大似然估计值. (8 分)

2 2020—2021 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一 单项选择题（共 18 分，每题 3 分）

1. 设事件 A, B 满足 $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, 下面条件 () 成立时, 事件 A 与 B 一定独立。

A. $P(\overline{AB}) = P(\overline{A})P(\overline{B})$ B. $P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A})P(\overline{B})$
C. $P(A|\overline{B}) = 1$ D. $P(\overline{A}|B) = 1$

2. 设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的概率密度函数, $f_2(x)$ 为均匀分布 $U[-1, 3]$ 上的概率密度函数。若 $f(x) = \begin{cases} af_1(x), & x \leq 0 \\ bf_2(x), & x > 0 \end{cases}$, ($a > 0, b > 0$) 为概率密度函数, 则 a, b 应满足 ()

A. $a + b = 1$ B. $a + b = 2$
C. $2a + 3b = 4$ D. $3a + 2b = 4$

3. 设随机变量 X 的分布律为:

X	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

令随机变量 $Y \sim U(0, X)$, 则 $P(Y \leq 0.5) =$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

4. 设随机变量 $X \sim B(10, \frac{1}{2})$, $Y \sim N(2, 10)$, 又 $E(XY) = 14$, 则 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} =$ ()

A. 0.8 B. 0.16 C. -0.8 D. -0.16

5. 设总体 X 服从 $[1, \theta]$ 上的均匀分布, 若样本均值 $\bar{x} = 2$, 则 θ 的矩估计值 $\hat{\theta} =$ ().

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, μ 和 σ^2 是未知参数,

记 \bar{X} , S^2 分别表示样本均值和样本方差, 则 μ 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间 $(0 < \alpha < 1)$ 是 ()

- A. $(\bar{X} - u_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + u_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ B. $(\bar{X} - u_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + u_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$
- C. $(\bar{X} - t_{\alpha}(n-1) \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha}(n-1) \frac{S}{\sqrt{n}})$ D. $(\bar{X} - t_{\alpha/2}(n-1) \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2}(n-1) \frac{S}{\sqrt{n}})$

二 填空题（共 24 分，每空 3 分）

1. 甲，乙，丙三人同时破译一份密码，已知三人能译出的概率分别为 $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{5}$ ，则密码能译出的概率为_____。
2. 设随机变量 $X \sim U(2,5)$ ，现对 X 进行 3 次独立观测，则至少有两次观测值大于 3 的概率为_____。
3. 设随机变量 X 服从参数为 $\lambda > 0$ 的泊松分布，即 $X \sim \pi(\lambda)$ ，已知 $P(X=2) = 2e^{-2}$ ，由切比雪夫不等式知， $P(-1 < X < 5) \geq$ _____。
4. 设随机变量 $X \sim N(1,2)$ ， $Y \sim N(3,4)$ ，且 X 与 Y 独立，令 $Z = 2X + 3Y + 4$ ，则 Z 服从的分布为_____。（必须写出分布的参数）
5. 设随机变量 X 服从参数为 $\lambda=2$ 的指数分布， $Y = \frac{1}{X}$ ，则 $P(\max(X,Y) \leq 2) =$ _____。
6. 设随机变量 X 与 Y 独立同分布，且期望，方差均存在。记 $U = X + Y$ ， $V = X - Y$ ，则随机变量 U 与 V 的相关系数 $\rho(U,V) =$ _____。
7. 设 X_1, X_2, \dots, X_9 是分布为 $N(0, \sigma^2)$ 的正态总体容量为 9 的样本，则统计量 $Y = \frac{\sqrt{4} \sum_{i=1}^5 X_i}{\sqrt{5} \sqrt{X_6^2 + X_7^2 + X_8^2 + X_9^2}}$ 的概率分布为_____；统计量 $Z = \frac{4 \sum_{i=1}^5 X_i^2}{5 \sum_{i=6}^9 X_i^2}$ 的概率分布为_____。（必须写出分布的参数）

三 计算题。

1. 某商店拥有某产品共计 12 件，其中 4 件次品，已经售出 2 件，现从剩下的 10 件产品中任取一件。（1）求取到的这件产品是正品的概率；（2）若经检验发现取到的这件产品为正品，求已经售出 2 件产品均为正品的概率。（10 分）

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为:
$$f(x) = \begin{cases} a+x, & -1 \leq x < 0 \\ b-x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

若已知 $E(X) = 0$ 。求: (1) 常数 a, b ; (2) 概率 $P(|X| \leq \frac{1}{3})$; (3) 方差 $D(X)$ 。

(10 分)

3. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律为:

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	a	0.1	0
0	0	b	0.2
1	0.2	0.1	c

且 $P(XY \neq 0) = 0.4$; $P(Y \leq 0 | X \leq 0) = 2/3$ 。试求: (1) a, b, c 的值; (2) X, Y 的边缘分布律; (3) $X+Y$ 的概率分布律。(10 分)

4. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, -x < y < x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 X, Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$, 并说明 X 与 Y 是否独立, 是否相关? (10 分)

5. 某校有 1000 名学生，在某段时间内每个学生去阅览室自修的概率是 0.05，且每个学生去阅览室自修与否相互独立。问至少在该阅览室设多少座位，才能保证来自修的每位同学都有座位的概率不低于 0.95。（已知 $\Phi(1.65) = 0.95$ ， $\sqrt{47.5} = 6.892$ ）（8 分）

6. 设总体 X 的概率密度函数为：

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{x}{\theta^2} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数， X_1, X_2, \dots, X_n 为取自总体 X 的简单随机样本，样本均值

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 。求：（1） θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$ ；（2）判断 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计，

说明理由；（3）求 $D(\hat{\theta})$ 。（10 分）

3 2020—2021 学年第 1 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一、填空题（每小题 4 分满分 20 分）

1. 若在 n 次独立试验中, A 至少出现一次的概率为 p , 则在一次试验中 A 出现的概率为

2. 设离散型随机变量 X 具有分布函数

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ a, & -1 \leq x < 1 \\ \frac{2}{3} - a, & 1 \leq x < 2 \\ a + b, & x \geq 2 \end{cases}$$

且 $P(\frac{3}{2} < X < 5) = \frac{1}{2}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

3. 设 X 与 Y 为随机变量, $D(X) = 25, D(Y) = 36, \rho_{XY} = 0.4$, 则 $D(X + 2Y) =$ _____.

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_{16} 是来自总体 $X \sim N(4, \sigma^2)$ 的简单随机样本, σ^2 已知, 令

$\bar{X} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} X_i$, 则统计量 $\frac{4\bar{X} - 16}{\sigma}$ 服从分布为 _____ (必须写出分布的参数).

5. 设测量零件的长度产生的误差 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 今随机地测量 16 个零件, 得样本方差 $s^2 = 2$. 在置信度 0.95 下, μ 的置信区间为 _____ . ($\sum_{i=1}^{16} X_i = 8$, $\sum_{i=1}^{16} X_i^2 = 34$.)

$$(t_{0.05}(15) = 1.7531, t_{0.025}(15) = 2.1315, t_{0.05}(16) = 1.7459, t_{0.025}(16) = 2.1199)$$

二、选择题（每小题 4 分，满分 20 分）

1. 设 A 与 B 互为对立事件, 且 $P(A) > 0, P(B) > 0$, 则下列各式中错误的是 ()

(A) $P(B|A) = 0$ (B) $P(\bar{A}|B) = 0$ (C) $P(AB) = 0$ (D) $P(A \cup B) = 1$

2. 设 X 与 Y 相互独立, 有相同的分布律

X	0	1	2
p_i	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

则下列正确的是 ()

(A) $X = Y$ (B) $P(X = Y) = 1/3$ (C) $P(X = Y) = 1$ (D) $P(X = Y) = 1/9$

3. 设 X 的密度函数为 $f(x)$, 分布函数为 $F(x)$, 且 $f(x) = f(-x)$. 那么对任意给定的 a 都有 _____

(A) $f(-a) = 1 - \int_0^a f(x) dx$ (B) $F(a) = F(-a)$

(C) $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x) dx$ (D) $F(-a) = 2F(a) - 1$

4. 设 X 和 Y 为随机变量, 满足 $D(X + Y) = D(X - Y)$, 则必有 ()

(A) X 与 Y 不相关

(B) X 与 Y 独立

(C) $D(Y)=0$

(D) $D(XY)=D(X)+D(Y)$

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本, $E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2$, 并且 μ, σ^2 未知, \bar{X} 为样本均值, 则以下结论中错误的是()

(A) $\hat{\mu}_1 = \bar{X}$ 是 μ 的无偏估计

(B) $\hat{\mu}_2 = X_1$ 是 μ 的无偏估计

(C) $\hat{\mu}_1$ 比 $\hat{\mu}_2$ 更有效

(D) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{X} - \mu)^2$ 是 σ^2 的最大无偏估计

三、解答题 (满分 60 分)

1 (共 8 分) 设 10 件产品中有 4 件不合格品, 现从中任取两件. 求 (1) 两件中至少有一件是不合格品的概率; (2) 已知两件中有一件是不合格品, 另一件也是不合格品的概率.

2 (共 10 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} ax, & 0 < x < 1, \\ 2-x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) 常数 a ; (2) $F(x)$; (3) $P(1/2 \leq x \leq 3)$

3（共 12 分）设 (X, Y) 的联合分布律表为

$\begin{array}{c} \diagdown \\ Y \\ X \end{array}$	-1	0	1	2
-1	$\frac{4}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{6}{20}$
1	$\frac{2}{20}$	0	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

求:(1) $Z_1 = X + Y$; (2) $Z_2 = XY$; (3) $Z_3 = \max\{X, Y\}$; (4) $Z_4 = \min\{X, Y\}$ 的分布律。

4（共 8 分）设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 12x^2, & 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 X 、 Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$, 并说明 X 与 Y 是否独立?

5 (共 12 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & x > 0, y > 0, x + y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 $E(X)$, $E(Y)$ 与 $E(XY)$, 并说明 X 与 Y 是否相关?

6 (共 10 分) 设总体 X 的分布函数为: $F(x, \beta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^\beta}, & x > 1 \\ 0, & x \leq 1 \end{cases}$, 其中 $\beta > 1$, X_1, \dots, X_n 是

来自于 X 的简单随机样本, 如果取得样本观测值为 x_1, x_2, \dots, x_n , 求 β 的矩估计值和极大似然估计值。

4 2019—2020 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

一 单项选择题（共 20 分，每题 4 分）

1 设事件 A, B 互不相容，且 $P(A) > 0$ ， $P(B) > 0$ ，则一定有（ ）

A. $P(A) = 1 - P(B)$ B. $P(A|B) = P(A)$

C. $P(A|\bar{B}) = 1$ D. $P(\bar{A}|B) = 1$

2 设 $p_k = \frac{b}{k(k+1)}$ ， $k = 1, 2, \dots$ 是离散型随机变量的分布律，则 $b =$ （ ）

A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. 3

3 若随机变量 X 与 Y 的协方差满足 $\text{cov}(X, Y) = 0$ ，则下列与其等价的是（ ）

A. $E(XY) = E(X)E(Y)$ B. $D(X - Y) = D(X) - D(Y)$

C. $D(XY) = D(X)D(Y)$ D. $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$

4 设 X_i 是总体 $N(0,1)$ 的样本 ($i=1,2,3,4,5$)，若 $\frac{k(X_1 + X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}}$ 服从 $t(n)$ 分布，则下面结论正确的是（ ）

A. $k = \frac{\sqrt{6}}{2}, n = 2$ B. $k = \frac{\sqrt{6}}{2}, n = 3$ C. $k = \frac{1}{3}, n = 3$ D. $k = \sqrt{2}, n = 4$

5 设总体 X 服从 $[\theta, 3]$ 上的均匀分布，若样本均值 $\bar{x} = 1$ ，则 θ 的矩估计值 $\hat{\theta} =$ （ ）。

A. 0 B. 1 C. -1 D. 2

二 填空题（共 24 分，每题 4 分，每空 2 分）

1. 盒中放有 6 个红球，4 个白球，（1）若一次取两个球，则取到两个白球的概率为_____，（2）若进行不放回取样，每次取一球，连取两次，则第二次才取到红球的概率为_____。

2. 设 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} ax+b & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ，已知 $E(X) = 0.4$ ，则 $a =$ _____，
 $b =$ _____。

3. 设 $E(X) = D(X) = 1, E(Y) = D(Y) = 4$ ，相关系数 $\rho_{XY} = 0.4$ ，则 $\text{Cov}(X, Y) =$ _____，
 $D(2X - Y) =$ _____。

4 设随机变量 (X, Y) 服从二维均匀分布，密度函数为：

$$f(x, y) = \begin{cases} A, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

则常数 $A =$ _____ , 概率 $P(Y \leq X) =$ _____。

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是取自该总体 X 的样本, 则 $\bar{X} \sim$ _____ ,
 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim$ _____。

6. 设总体 X 的期望为 μ , 方差为 σ^2 , X_1, X_2, X_3 是取自总体 X 的样本。下列三个估计量
 $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$, $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{6}X_1 + \frac{2}{6}X_2 + \frac{1}{6}X_3$, $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3$ 中, 是无偏估计量的
为 _____, 是最有效估计量的为 _____。

三 计算题

1 已知一批产品中 90% 是合格品, 检查时, 一个合格品被误认为是次品的概率为 0.05, 一个次品被误认为是合格品的概率为 0.02, 求 (1) 一个产品经检查后被认为是合格品的概率;
(2) 一个经检查后被认为是合格品的产品的确是合格品的概率. (10 分)

2 已知随机变量 $X \sim N(0, 1)$. 试求:

(1) 求 $Y = e^X$ 的概率密度; (2) 求 $Y = 2X^2 + 1$ 的概率密度. (10 分)

3 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布列为:

$X \backslash Y$	0	1	2
1	0.1	a	0.12
2	0.15	0.25	b

已知 $P(X=1)=0.35$; $F(x, y)$ 为其联合分布函数。求: (1) a, b 的值; (2) X, Y 的边缘分布律; (3) $F(2,1)$ 的值。(10 分)

4.某学校有 20000 名住校生, 每人以 80% 的概率去本校食堂就餐, 每个学生是否去就餐相互独立, 问: 食堂应至少设多少个座位, 才能以 99% 的概率保证去就餐的同学都有座位? (已知 $\Phi(2.33)=0.9901$) (8 分)

5. 设某高校女生血清总蛋白含量 $X \sim N(\mu, 64)$ ，现任取 9 名学生，测得其血清总蛋白（单位：g/L）为：70.4, 69.9, 72.3, 76.8, 83.0, 75.9, 81.3, 72.1, 73.3，求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。（ $u_{0.05} = 1.65$ ， $u_{0.025} = 1.96$ ）（8 分）

6. 设总体 X 服从标准正态分布 $N(0,1)$ ， X_1, X_2, \dots, X_n ($n > 2$) 为来自总体 X 的简单

随机样本，记样本均值为 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ， $Y_i = X_i - \bar{X}$ ，($i = 1, 2, \dots, n$)。

求：（1） Y_i 的方差 $D(Y_i)$ ，($i = 1, 2, \dots, n$)；

（2） Y_1 与 Y_n 的协方差 $Cov(Y_1, Y_n)$ ；

（3） $P(Y_1 + Y_n \leq 0)$ 。（10 分）

5 2018—2019 学年第 2 学期《概率论与数理统计 A》期末 A 卷

注：本次考试不可以使用计算器。本试卷可能用到以下数据：

$$\Phi(0.5) = 0.6915; \quad \Phi(1) = 0.8413; \quad \Phi(2) = 0.9772; \quad u_{0.05} = 1.645; \quad u_{0.025} = 1.96;$$

$$t_{0.05}(15) = 1.7531; \quad t_{0.025}(15) = 2.1314; \quad t_{0.05}(16) = 1.7459; \quad t_{0.025}(16) = 2.1199$$

一 填空题（每空 2 分，共 20 分）

1 袋内有 3 个白球和 2 个黑球，从中任取 3 个，取得的恰好是两白一黑的概率为_____。

2 设 A, B 为随机事件，若 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.6, P(A - B) = 0.3$ ，则

$$P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}, \quad P(B|A) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3 设离散型随机变量 X 的分布律为：

X	-1	1	2
$P(X = x_i)$	0.2	0.3	a

$$\text{则 } a = \underline{\hspace{2cm}}, \quad E(X) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为：

$$f(x, y) = \begin{cases} bxy^2, & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

$$\text{则常数 } b = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \text{边缘密度函数 } f_X(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

5 设 $X \sim N(3, \sigma^2)$ ，且 $P(3 \leq X \leq 7) = 0.35$ ，则 $P(X \leq -1)$ _____。

6 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_{n+m} (n > m)$ 独立同分布，且方差存在。记 $X = \sum_{i=1}^n X_i$ ，

$$Y = \sum_{i=1}^n X_{m+i}, \quad \text{则 } X \text{ 与 } Y \text{ 的相关系数 } \rho(X, Y) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

7 已知某班级的学生身高 (cm) $X \sim N(\mu, 6^2)$ ，现抽取 9 名学生，测得平均身高

$$\bar{x} = 165 \text{ (cm)}, \quad \text{则 } \mu \text{ 的置信度为 } 0.95 \text{ 的双侧置信区间是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

二 选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P\{X = k\} = a^n C_n^k 2^{n-k}, k = 0, 1, \dots, n, n$ 为正整数，则

$$a = (\quad)$$

$$(A). \quad 2; \quad (B). \quad \frac{1}{2}; \quad (C). \quad 3; \quad (D). \quad \frac{1}{3}$$

2 设二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合概率分布律为：

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	α	β

若 X 与 Y 相互独立, 则 α 与 β 的值为 ()

(A). $\alpha = 2/9, \beta = 1/9$ (B). $\alpha = 1/9, \beta = 2/9$

(C). $\alpha = 1/6, \beta = 1/6$ (D). $\alpha = 5/18, \beta = 1/18$

3 若随机变量 X, Y 满足 $D(X+Y) = D(X-Y)$, 则必有 ()

(A). X 与 Y 相互独立 (B). X 与 Y 不相关 (C). $D(X) = 0$ (D). $D(Y) = 0$

4 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 且 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,

$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$, 则下列结论错误的是()

(A). $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ (B). $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

(C). $\frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} \sim t(n)$ (D). $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$

5 设总体 X 的概率分布律为:

X	1	2	3
$P(X = x_i)$	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 θ 为未知参数 ($0 < \theta < 1$), 现抽得一个样本 $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 1$ 。则 θ 的极大似然估计值为 ()

(A). $\frac{1}{2}$; (B). $\frac{1}{4}$; (C). $\frac{3}{8}$; (D). $\frac{5}{8}$

6 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, X_3 是总体的一个样本, 下面四个 μ 的估计量中, 哪个最有效 ()

(A). $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3$ (B). $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$

(C). $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{2}X_3$ (D). $\hat{\mu}_4 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{6}X_3$

三 (10 分) 一考生接连参加同一课程的两次考试，设其第一次及格的概率为 p 。若第一次及格则第二次及格的概率也为 p ，若第一次不及格则第二次及格的概率为 $0.5p$ 。假定至少有一次及格他就取得某种资格。1. 求他取得某种资格的概率；2. 已知他第二次考试及格，求他第一次考试也及格的概率。

四 (8 分) 某商场每天的客流量服从参数为 1 的泊松分布，假定每位顾客在该商场消费的概率为 p ($0 < p < 1$)，且他们在该商场消费是相互独立的。求：某天在该商场至少有 1 人消费的概率？

五. (8 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为：

$$f(x) = \begin{cases} a + x, & -1 \leq x < 0 \\ b - x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

若已知 $E(X) = 0$ 。求：1. 常数 a ， b ； 2. 概率 $P(|X| \leq \frac{1}{3})$ ， 3. $E(X^2 + 1)$ 。

六. (8 分) 设 (X, Y) 的联合分布律表为:

$X \backslash Y$	3	4	5
1	0.2	0.1	a
2	0.1	b	0.1

已知: $E(XY) = 6$ 。1. 求 a, b 的值; 2. 求分别关于 X 与 Y 的边缘分布律; 3. 求 $Cov(X, Y)$ 。

七. (8 分) 某厂生产的电子元件合格率为 0.9, 求 10000 个该厂生产的电子元件中不合格电子元件数小于 970 的概率?

八. (8 分) 设某种玻璃的厚度 (mm) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 按规定玻璃的厚度为 8 (mm)。现随机抽取 16 块玻璃, 测得样本平均厚度 $\bar{x} = 8.2$ (mm), 样本标准差 $s = 0.4$ (mm), 在 $\alpha = 0.05$ 的显著性水平下, 检验该批玻璃厚度的期望 μ 是否符合规定?

九. (12 分) 设总体 X 的概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6x}{\theta^3}(\theta - x), & 0 < x < \theta \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

X_1, X_2, \dots, X_n 为取自总体 X 的简单随机样本, 样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则

1. 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$; 2. 判断矩估计量 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计, 并说明理由;

3. 求 $D(\hat{\theta})$ 。

数学通识必修课系列试卷汇总

(试题册和答案册配套, 为两个小册子, 这里为了节省空间, 就将两本册子写在了一块儿)
(版本号与年份有关; 发行次数会根据当年发行情况进行修改)

高等数学 A2 期末系列: (具体内容请见高等数学 A2 试题册尾页)

高等数学 A2 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 A2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 B2 期末系列: (具体内容请见高等数学 B2 试题册尾页)

高等数学 B2 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

高等数学 B2 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 A 期末系列:

线性代数 A 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末系列:

线性代数 B 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

线性代数 B 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末系列:

概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册上 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册下 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 A 期末试题册、答案册五套 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计 B 期末系列:

概率论与数理统计 B 期末试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf

概率论与数理统计期末练习系列:

概率论与数理统计练习试题册、答案册 2022 第二版第 1 次发行.pdf